

## DIGITHÈQUE

Université libre de Bruxelles

---

**Citation APA :**

Institut international de physique Solvay (1928). *Electrons et photons: rapports et discussions du cinquième Conseil de physique tenu à Bruxelles du 24 au 29 octobre 1927*. Paris: Gauthier-Villars et cie.

**Disponible à / Available at permalink :**

[https://dipot.ulb.ac.be/dspace/bitstream/2013/234806/3/DL2256969\\_000\\_f.pdf](https://dipot.ulb.ac.be/dspace/bitstream/2013/234806/3/DL2256969_000_f.pdf)

---

*(English version below)*

**Cette œuvre littéraire est soumise à la législation belge en matière de droit d'auteur.**

Elle a été éditée par l'Université libre de Bruxelles et les Instituts Internationaux de Physique et de Chimie Solvay, et numérisée par les Bibliothèques de l'ULB.

Malgré tous leurs efforts, les Bibliothèques de l'ULB n'ont pu identifier le titulaire des droits sur l'œuvre ici reproduite. Dans l'hypothèse où le titulaire de droits sur celle-ci s'opposerait à sa mise en ligne, il est invité à prendre immédiatement contact avec la Direction des bibliothèques, à l'adresse [bibdir@ulb.ac.be](mailto:bibdir@ulb.ac.be), de façon à régulariser la situation.

Les règles d'utilisation des copies numériques des œuvres sont visibles sur le site de DI-fusion <http://difusion.ulb.ac.be>

L'ensemble des documents numérisés par les Bibliothèques de l'ULB sont accessibles à partir du site de la Digithèque <http://digitheque.ulb.ac.be>

---

**This work is protected by the Belgian legislation relating to authors' rights.**

It has been edited by the Université libre de Bruxelles and the Solvay International Institutes of Physics and Chemistry, and has been digitized by the Libraries of ULB.

Despite all their efforts, the ULB Libraries have not been able to identify the owner of the rights in the work reproduced herein. In the event that the rights holder over this work objects to its posting online, he/she is invited to immediately contact the Director of the Libraries at [bibdir@ulb.ac.be](mailto:bibdir@ulb.ac.be), in order to settle the situation.

The general terms of use of the present digital copies are visible on DI-fusion website: <http://difusion.ulb.ac.be>

All the documents digitized by the ULB Libraries are accessible from the website of the Digithèque <http://digitheque.ulb.ac.be>

INSTITUT INTERNATIONAL DE PHYSIQUE SOLVAY

---

# ÉLECTRONS ET PHOTONS

---

RAPPORTS ET DISCUSSIONS

DU

CINQUIÈME CONSEIL DE PHYSIQUE

TENU A BRUXELLES DU 24 AU 29 OCTOBRE 1927

SOUS LES AUSPICES

DE L'INSTITUT INTERNATIONAL DE PHYSIQUE SOLVAY

Publiés par la Commission administrative de l'Institut.



PARIS

GAUTHIER-VILLARS ET C<sup>o</sup>, ÉDITEURS

LIBRAIRES DU BUREAU DES LONGITUDES, DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE

Quai des Grands-Augustins, 55.

1928



530.68  
B 839  
5<sup>e</sup> cours

# ÉLECTRONS ET PHOTONS

---

PARIS. — Imprimerie GAUTHIER-VILLARS et C<sup>ie</sup>  
55, quai des Grands-Augustins.

82116-28

---

*Bruxelles.*

INSTITUT INTERNATIONAL DE PHYSIQUE SOLVAY

# ÉLECTRONS ET PHOTONS

RAPPORTS ET DISCUSSIONS

DU

CINQUIÈME CONSEIL DE PHYSIQUE

TENU A BRUXELLES DU 24 AU 29 OCTOBRE 1927

SOUS LES AUSPICES

DE L'INSTITUT INTERNATIONAL DE PHYSIQUE SOLVAY

Publiés par la Commission administrative de l'Institut.

*530.63  
B 839  
5<sup>me</sup> coh.*



PARIS

GAUTHIER-VILLARS ET C<sup>e</sup>, ÉDITEURS

LIBRAIRES DU BUREAU DES LONGITUDES, DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE

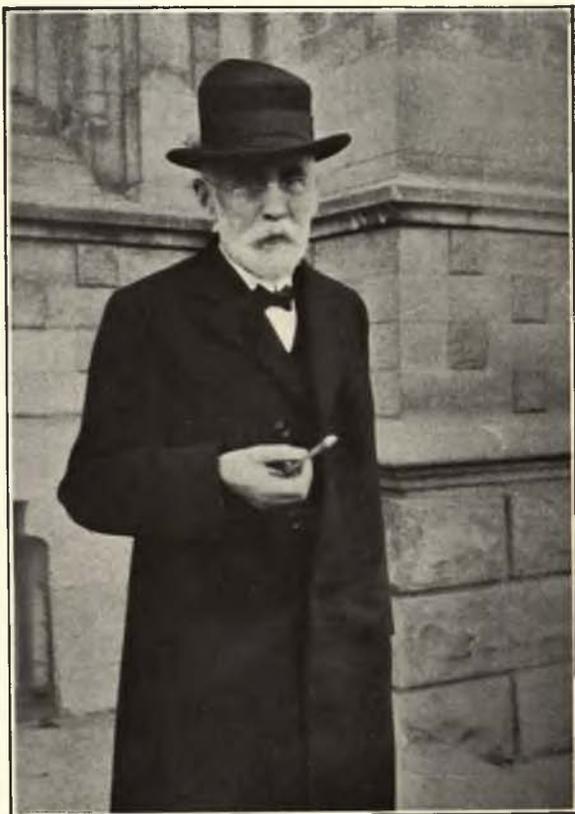
Quai des Grands-Augustins, 55.

1928



Tous droits de traduction, de reproduction et d'adaptation réservés  
pour tous pays.





Photographie faite à Bruxelles  
le 27 octobre 1927.

**H. A. LORENTZ.**

## H.-A. LORENTZ †

---

Quelques mois à peine se sont écoulés depuis la réunion du Cinquième Conseil de Physique à Bruxelles, et voici qu'il me faut, au nom du Comité Scientifique, rappeler ici tout ce que représentait pour l'Institut International de Physique Solvay, celui qui fut notre Président et l'âme de nos réunions. L'illustre maître et physicien, H.-A. Lorentz, a été emporté en février 1928 par une maladie subite, alors que nous venions d'admirer, une fois de plus, ses magnifiques dons intellectuels auxquels l'âge n'avait pu porter aucune atteinte.

Le professeur Lorentz, d'allure simple et modeste, jouissait pourtant d'une autorité exceptionnelle, grâce à la réunion de qualités rares en un ensemble harmonieux. Théoricien aux vues profondes, — maître éminent dans les plus hautes formes de l'enseignement et inlassablement dévoué à cette tâche, — fervent partisan de toute collaboration scientifique internationale, — il trouvait, où qu'il allât, un entourage reconnaissant d'élèves, de disciples et de continuateurs de son œuvre. Ernest Solvay eut une sûre appréciation de cette force morale et intellectuelle, et c'est sur elle qu'il compta pour réaliser un dessein qui lui était cher, celui de servir la Science en organisant des Conseils composés d'un nombre restreint de physiciens, réunis pour discuter des sujets où le besoin de clartés nouvelles se fait sentir avec une intensité particulière. Ainsi est né l'Institut International de Physique Solvay, dont Ernest Solvay a suivi les débuts avec une sollicitude émouvante et auquel Lorentz consacra une activité dévouée et féconde.

Ce qu'il a été comme Président de ces Conseils et des réunions préparatoires, tous ceux le savent qui eurent l'honneur d'être

ses collaborateurs. Sa connaissance approfondie de la physique lui donnait une vue d'ensemble des problèmes à examiner. Son jugement clair, son esprit équitable et bienveillant guidaient le Comité Scientifique dans le choix des concours auxquels il convenait de faire appel. Quand ensuite nous nous trouvions réunis en Conseil, on ne pouvait qu'admirer sans réserve la maîtrise avec laquelle il assurait la présidence. Son esprit lumineux dominait la discussion et la suivait aussi dans les détails, la stimulant ou l'empêchant de s'égarer, veillant à ce que toute opinion pût s'exprimer utilement, dégageant la conclusion finale dans la mesure du possible. Sa parfaite connaissance des langues lui permettait d'interpréter, avec une facilité égale, les paroles prononcées par chacun. Notre Président nous paraissait, en vérité, doué d'une invincible jeunesse, dans sa passion pour la vérité scientifique et dans cette joie qu'il avait à confronter les opinions, avec parfois un fin sourire sur son visage, et même un peu de malice devant un aspect imprévu de la question. Le respect et l'affection allaient spontanément à lui, créant une atmosphère de cordialité et de sympathie, qui facilitait le travail commun et en augmentait l'efficacité.

Véritable créateur de l'édifice théorique qui explique les phénomènes optiques et électromagnétiques par l'échange d'énergie entre les électrons contenus dans la matière et la radiation envisagée en conformité avec la théorie de Maxwell, Lorentz conservait une dévotion pour cette théorie classique. D'autant plus remarquable est la souplesse d'esprit avec laquelle il a suivi l'évolution déconcertante de la théorie des quanta et de la mécanique nouvelle.

L'impulsion qu'il a donnée à l'Institut Solvay sera pour le Comité Scientifique un souvenir et un exemple. Que ce volume, fidèle compte rendu des travaux du récent Conseil de Physique, soit un hommage à la mémoire de celui qui, pour la cinquième et la dernière fois, a honoré le Conseil de sa présence et de sa direction.

M. CURIE.

---

---

## CINQUIÈME CONSEIL DE PHYSIQUE

---

Le cinquième des Conseils de Physique prévus par l'article 10 des statuts de l'Institut International de Physique fondé par Ernest Solvay, a tenu ses séances à Bruxelles dans les locaux de l'Institut du 24 au 29 octobre 1927.

Ont participé à ce Conseil :

MM. H.-A. LORENTZ †, de Harlem, *Président*.

M<sup>me</sup> P. CURIE, de Paris; MM. N. BOHR, de Copenhague; M. BORN, de Göttingue; W.-L. BRAGG, de Manchester; L. BRILLOUIN, de Paris; A.-H. COMPTON, de Chicago; L.-V. DE BROGLIE, de Paris; P. DEBYE, de Leipzig; P.-A.-M. DIRAC, de Cambridge; P. EHRENFEST, de Leyde; A. EINSTEIN, de Berlin; R. H. FOWLER, de Cambridge; Ch.-E. GUYE, de Genève; W. HEISENBERG, de Copenhague; M. KNUDSEN, de Copenhague; H. A. KRAMERS, d'Utrecht; P. LANGEVIN, de Paris; W. PAULI, de Hambourg; M. PLANCK, de Berlin; O.-W. RICHARDSON, de Londres; C.-I.-R. WILSON, de Cambridge, *Membres*.

M. J.-E. VERSCHAFFELT, de Gand, remplissait les fonctions de *Secrétaire*.

MM. Th. DE DONDER, E. HENRIOT et Aug. PICCARD, professeurs à l'Université de Bruxelles, assistaient aux réunions du Conseil comme invités du Comité scientifique, M. Ed. HERZEN, professeur à l'École des Hautes Études de Bruxelles, comme représentant de la famille Solvay.

Le professeur I. LANGMUIR, de Schenectady (E.-U. d'Amérique), de passage en Europe, assista aux réunions à titre d'invité.

M. Edm. van AUBEL, Membre du Comité scientifique, et M. H. DESLANDRES, Directeur de l'Observatoire de Meudon, invité à participer aux réunions du Conseil, s'étaient fait excuser.

Sir W. H. BRAGG, Membre du Comité scientifique, qui avait donné sa démission comme tel avant les réunions et prié qu'on l'excusât, n'assista pas non plus aux séances.

La Commission administrative de l'Institut se composait de :

MM. Jules BORDET, professeur à l'Université de Bruxelles, désigné par S. M. le roi des Belges; Armand SOLVAY, ingénieur, gérant de Solvay et C<sup>ie</sup>; Maurice BOURQUIN, professeur à l'Université de Bruxelles; Émile HENRIOT, professeur à l'Université de Bruxelles; Ch. LEFÉBURE, ingénieur, désigné par la famille de M. Ernest Solvay, *Secrétaire administratif*.

Le Comité scientifique se composait de :

MM. H.-A. LORENTZ †, professeur à l'Université de Leiden, *Président*; M. KNUDSEN, professeur à l'Université de Copenhague, *Secrétaire*; W. H. BRAGG, professeur à l'Université de Londres, président de la Royal Institution; M<sup>me</sup> Pierre CURIE, professeur à la Faculté des Sciences de Paris; MM. A. EINSTEIN <sup>(1)</sup>, professeur, à Berlin; Charles-Eug. GUYE, professeur à l'Université de Genève; P. LANGEVIN, professeur au Collège de France, à Paris; O.-W. RICHARDSON, professeur à l'Université de Londres; Edm. van AUBEL, professeur à l'Université de Gand.

Sir W. H. BRAGG, membre démissionnaire, fut remplacé par M. B. CABRERA, professeur à l'Université de Madrid.

Pour remplacer son président défunt, le Comité scientifique choisit M. le professeur P. LANGEVIN.

---

(<sup>1</sup>) Choisi en remplacement de M. H. Kamerlingh Onnes, décédé.

---

L'INTENSITÉ  
DE  
RÉFLEXION DES RAYONS X

PAR M. W. L. BRAGG

---

1. — LA FAÇON CLASSIQUE DE TRAITER LE PROBLÈME  
DE LA DIFFRACTION DES RAYONS X.

Les premières expériences sur la diffraction des rayons X par des cristaux apprirent que les directions dans lesquelles les rayons sont diffractés sont déterminées par les lois classiques de l'optique. Le mémoire original de Laue sur la diffraction du rayonnement « blanc » par un cristal et les travaux que mon père et moi nous entreprîmes sur la réflexion des radiations des raies du spectre des rayons X, étaient également basés sur les lois de l'optique, qui sont valables pour le réseau de diffraction. La haute précision qui fut atteinte par Siegbahn et d'autres dans le domaine de la spectroscopie des rayons X est la meilleure preuve de l'exactitude de ces lois. Les progrès effectués dans la précision des mesures ont montré qu'il est nécessaire de tenir compte de la très faible réfraction des rayons X dans le cristal; or, cette réfraction aussi est régie par les lois classiques et ne fait prévoir aucun écart à leur exactitude.

Les premiers essais d'analyse des cristaux montrèrent d'ailleurs que l'intensité du faisceau diffracté est liée à la structure du cristal d'une manière qui peut être prévue par l'analogie optique. Celle-ci devint le fondement de la plupart des travaux sur l'analyse de la structure cristalline. Lorsque des rayons X monochromatiques sont réfléchis par un système de plans cristallins, les ordres de réflexion

sont forts, faibles, ou absents d'une façon dont on peut rendre compte qualitativement par la disposition des atomes en couches parallèles à ces plans. Dans l'analyse de beaucoup de structures, il n'est pas nécessaire d'examiner avec précision l'intensité des rayons diffractés. De légers déplacements des atomes font varier les intensités des ordres élevés avec une rapidité telle qu'il est possible de fixer très exactement les positions des atomes en faisant simplement une estimation grossière de l'intensité relative des différents ordres.

En s'attaquant au problème du développement d'une théorie quantitative précise de l'intensité dans la diffraction, on se heurte à de nombreuses difficultés. Ces difficultés sont si grandes et l'interprétation des résultats expérimentaux a souvent été si peu certaine qu'elles ont conduit tout naturellement à une méfiance vis-à-vis des conclusions tirées des mesures d'intensité. Les investigateurs de la structure cristalline ont eu confiance dans les méthodes quantitatives, puisqu'en beaucoup de cas elles se montrèrent tout à fait appropriées. Le développement de l'analyse quantitative m'a toujours intéressé personnellement, en particulier comme un moyen d'étudier les structures cristallines compliquées, et il semble qu'en ce moment la technique a atteint un degré de développement dans lequel nous pouvons nous fier à ses résultats. Je me propose de donner dans le rapport suivant un aperçu critique de l'état de développement actuel du sujet. Son intérêt est considérable, parce qu'il nous fournit le moyen le plus direct d'analyser la structure de l'atome et de la molécule.

Ce que nous analysons dans l'étude d'un corps cristallin au moyen des rayons X, c'est une série de portions du rayonnement cohérent diffusées dans certaines directions déterminées par l'unité fondamentale de la structure. Cette unité est, en général, l'élément de figure du cristal, mais dans certains cas simples, ce peut être un seul atome.

Lorsqu'on examine un petit corps au microscope, l'objet reçoit le rayonnement diffusé dans diverses directions par ce corps et les renseignements sur sa structure que nous fournit l'observation de l'image définitive sont contenus dans ces rayons diffusés sous une forme plus primitive. Bien que les deux méthodes

d'examen, par le microscope et par les rayons X, aient beaucoup d'analogie, il y a d'importantes différences. Dans le microscope, les rayons diffractés peuvent être recombinaés de manière à former une image, et dans la formation de cette image, les relations de phase entre les faisceaux diffusés dans diverses directions jouent un rôle essentiel. Mais dans le problème des rayons X, où nous ne pouvons mesurer que l'intensité de la diffusion dans chaque direction, ces relations de phase ne peuvent pas être déterminées expérimentalement, bien qu'en beaucoup de cas il soit possible de les trouver. En outre, le microscope reçoit les rayons diffusés dans une série continue de directions, tandis que la géométrie de la structure cristalline limite nos observations de diffusion à certaines directions seulement. Cela fait que nous sommes incapables de constituer directement une image de l'unité cristalline que nous illuminons par les rayons X. Nous ne pouvons mesurer expérimentalement que l'intensité des faisceaux diffusés et puis construire par pièces et morceaux une image en employant les renseignements obtenus.

Il est important de faire remarquer que, dans le cas d'un examen aux rayons X, tout le travail doit être fait dans le voisinage immédiat de la limite théorique du pouvoir séparateur de nos instruments. Le domaine de longueurs d'onde qui convient à cet usage est compris entre  $0,6 \text{ \AA}$  et  $1,5 \text{ \AA}$ . Dans cet intervalle, les longueurs d'onde sont suffisamment petites lorsqu'on veut étudier les détails de la structure cristalline, dont l'échelle est toujours de plusieurs unités Angström, mais elles sont encore incommodément grandes lorsqu'on veut pénétrer dans la structure de l'atome. D'un point de vue pratique, il est malheureux que nous ne connaissions pas de bonne source de rayonnement continu entre les raies K du palladium et les raies K beaucoup plus courtes du tungstène. Cette difficulté sera sans doute surmontée et l'on arrivera à développer une technique de la microscopie aux rayons X « ultraviolets », mais pour le moment, tout le travail précis sur l'intensité de la réflexion a été fait avec des longueurs d'onde dans le voisinage de  $0,7 \text{ \AA}$ .

L'analyse cristalline par rayons X peut être divisée logiquement en trois parties :

a. La mesure expérimentale des intensités des faisceaux diffractés;

b. La réduction, à l'aide de formules théoriques, de ces observations à des mesures d'amplitude des ondes diffusées par une unité de structure, lorsqu'elle est frappée par un train d'ondes d'amplitude donnée;

c. La construction de l'image ou la déduction de la forme de l'unité à partir de ces mesures de diffusion dans différentes directions.

## 2. — HISTOIRE DE L'EMPLOI DE MÉTHODES QUANTITATIVES.

Les principes fondamentaux d'une analyse mathématique de la réflexion des rayons X ont été donnés dans le mémoire original de Laue [1], mais on peut dire que c'est Darwin [2] qui entreprit l'étude approfondie de l'intensité de la réflexion, dans deux mémoires publiés dans le *Philosophical Magazine* au début de 1914, où il jeta les bases d'une théorie complète de la réflexion des rayons X, fondée sur les lois classiques de la thermodynamique. Le traitement, tout à fait fondamental de tout le problème, qu'Ewald [3] fit d'une façon indépendante en suivant une voie tout à fait différente, confirma les conclusions de Darwin en tous ses points essentiels. Ces mémoires ont établi les points importants suivants :

1. On peut déduire pour l'intensité des rayons X réfléchis deux formules différentes, suivant les hypothèses que l'on fait. La première de ces formules est connue depuis comme formule du « cristal idéalement imparfait » ou « cristal mosaïque » (1). Elle s'applique à un cristal dans lequel les parties constitutives homogènes sont si petites que la diminution d'intensité d'un rayon qui traverse chaque partie, et qui est en partie réfléchi par elle, est complètement expliquée par le coefficient d'absorption ordinaire. Il est facile de traiter ce cas mathématiquement et, en réalité,

---

(1) Je crois que c'est à Ewald que nous devons cette heureuse idée du mot « mosaïque ».

plusieurs cristaux satisfont à peu près à cette condition physique d'une parfaite mosaïque.

La seconde formule se rapporte au cas de la réflexion par un cristal « idéalement parfait ». Pour un tel cristal, l'absorption n'intervient pas dans l'intensité de la réflexion. La réflexion est parfaite dans un intervalle fini d'angles de réflexion, tout le rayonnement étant réfléchi dans cet intervalle. Celui-ci dépend de l'efficacité de l'action des plans atomiques dans la diffusion. Cette seconde formule est totalement différente de la première et conduit à des résultats numériques d'un autre ordre de grandeur.

2. Dans le cas du sel gemme, l'intensité réelle de la réflexion est de l'ordre prévu par la formule des cristaux imparfaits.

3. La rapidité avec laquelle l'intensité décroît vers les ordres élevés, d'après les observations, n'est expliquée qu'en partie par la formule de réflexion, et doit être attribuée en outre à la répartition dans l'espace de la matière diffusante dans les atomes (distribution des électrons).

4. Lorsqu'un cristal est tellement parfait qu'il est nécessaire de tenir compte de l'action réciproque des divers plans atomiques, le faisceau transmis s'éteint plus rapidement que ne le voudrait l'absorption vraie du cristal (extinction).

5. Il existe un indice de réfraction pour les substances cristallines comme pour les substances amorphes; cet indice est un peu plus petit que 1, ce qui produit de légers écarts à la loi  $n\lambda = 2 d \sin \theta$ .

Un autre facteur important dans l'intensité de la réflexion a déjà été examiné théoriquement par Debye [4]; c'est la diminution d'intensité par élévation de température; cette diminution d'intensité résulte des mouvements atomiques. Bien que des travaux plus récents aient mis les formules de Debye et Darwin sous une forme différente et mieux appropriée, les traits essentiels de la théorie sont tous contenus dans les premiers mémoires.

Pour ce qui regarde le côté expérimental, les premières mesures quantitatives précises furent faites par Sir W. H. Bragg [5]. On faisait tourner le cristal avec une vitesse angulaire constante en passant par la position de réflexion et l'on mesurait la quantité totale de rayonnement réfléchi. Bragg montra que les données obtenues par réflexion sur des plans atomiques du sel gemme

pour une série de faces cristallines se trouvent sur une courbe continue lorsqu'on les représente en fonction du sinus de l'angle de réflexion, mettant ainsi en évidence qu'il mesurait une constante physique bien déterminée. C'est cette méthode de mesure qui a été appliquée depuis sur une grande échelle. La quantité  $\frac{E\omega}{I}$ , où E est l'énergie totale de rayonnement réfléchi,  $\omega$  la vitesse angulaire de rotation et I l'intensité totale du rayonnement tombant par seconde sur la face du cristal, est indépendante du dispositif expérimental et est une constante pour une réflexion donnée par le cristal mosaïque; on l'appelle généralement la « réflexion intégrée ». Elle est liée d'une manière simple aux mesures d'énergie sur une poudre cristalline, dont on s'est également servi pour des mesures quantitatives précises. Les premières mesures de W. H. Bragg servirent à comparer les valeurs de cette quantité pour diverses faces, mais ne constituèrent pas des déterminations absolues, dans lesquelles on considérait l'intensité du faisceau incident.

W. H. Bragg démontra en outre l'existence de l'effet d'extinction prédit par Darwin, en faisant passer des rayons X à travers un cristal de diamant disposé pour la réflexion; il observa dans ces conditions une augmentation de l'absorption. Il fit des mesures sur la diminution de l'intensité par élévation de température, prédite par Debye et déjà observée par Laue, et il montra que l'effet est de l'ordre prévu. Dans sa *Bakerian Lecture* de 1915 [6] il décrit des mesures sur l'intensité d'un cristal très parfait, de la calcite, qui semblèrent montrer que l'intensité est proportionnelle au pouvoir diffusant des plans atomiques et non au carré de ce pouvoir (comme le faisait prévoir la formule de réflexion pour un cristal parfait). Dans la même conférence, il proposa d'employer, pour l'interprétation des mesures, la méthode de Fourier qui fut appliquée récemment et avec succès par Duane, Havighurst et Compton, et qui sera communiquée dans le quatrième Chapitre de ce rapport. Vers la même époque, Debye et Compton discutèrent indépendamment l'un de l'autre l'influence de la distribution des électrons dans l'atome sur l'intensité de la réflexion.

Le pas suivant fut fait par Compton [7] en 1917. La formule de Darwin pour un cristal mosaïque fut déduite par une nouvelle

méthode et appliquée à l'interprétation des résultats obtenus par W. H. Bragg avec le sel gemme. Compton aboutit à la conclusion que la distribution des électrons dans les atomes est du type indiqué par le modèle d'atome de Bohr. Compton publia ensuite les premières mesures sur l'intensité de réflexion *absolue*. Un faisceau monochromatique de rayons X fut obtenu par réflexion sur un cristal et ce faisceau fut réfléchi sur un second cristal tournant (sel gemme ou calcite). Compton trouva que la valeur absolue de la réflexion intégrée  $\frac{E\omega}{I}$  était du bon ordre de grandeur pour le sel gemme quand on faisait les calculs au moyen de la formule d'un cristal imparfait, mais était très basse pour la calcite, ce qui indique donc que dans le second cas l'extinction est forte ou la formule erronée.

En 1921 et 1922, je publiai en collaboration avec James et Bosanquet [8] une série de mesures sur le sel gemme, dans lesquelles on essaya d'atteindre une haute précision. Nous fîmes des mesures absolues d'intensité pour les fortes réflexions <sup>(1)</sup> et nous y comparâmes les réflexions faibles. Dans ces mémoires, la plus grande partie de notre travail consiste à donner une série plus précise de mesures de la réflexion intégrée pour un grand nombre de plans et une méthode pour estimer et corriger l'effet de l'extinction. Ainsi que Darwin le montra dans un travail de 1922 [9] sur l'interprétation théorique de nos résultats, nous n'avons réussi qu'à faire des corrections pour l'extinction de l'espèce qu'il appela « secondaire » et non pour l'extinction « primaire » <sup>(2)</sup>. Depuis lors, des mesures ont été faites par Havighurst [10], par Harris, Bates et Mc Innes [11] et par Bearden [12], sur le pouvoir réflecteur du chlorure de sodium en poudre où il n'y a pas d'extinction. Leurs mesures s'accordent de très près avec les nôtres, ce qui confirme notre confiance dans les mesures d'intensité et montre que nous avons eu de la chance en choisissant pour nos recherches

---

<sup>(1)</sup> Nous avons omis de mentionner dans notre travail les mesures absolues de Compton de 1917, dont nous n'avons pas encore connaissance à ce moment.

<sup>(2)</sup> L'extinction primaire est un surcroît d'absorption du faisceau, qui est réfléchi dans chaque partie homogène du cristal; l'extinction secondaire est un surcroît d'absorption statistique du faisceau dans les nombreuses petites parties dont se compose le cristal mosaïque.

un cristal où l'extinction primaire est très faible. Dans les mêmes publications, nous avons essayé de faire une analyse soignée des résultats pour voir jusqu'à quel point il était permis d'en déduire des renseignements au sujet de la structure de l'atome, et nous avons publié des courbes montrant la distribution des électrons dans les atomes de sodium et de potassium.

Dans cette discussion, je me suis abstenu de toute allusion à la question de la réflexion par des cristaux « parfaits ». La formule de réflexion pour de pareils cristaux fut obtenue pour la première fois par Darwin, et Ewald la déduisit également d'une façon indépendante. La réflexion par de pareils cristaux fut étudiée entre autres par Bergen Davis et Stempel [13] et par Mark [14]; les prédictions de la théorie se sont vérifiées. Je n'en parlerai pas ici, parce que je désire limiter la discussion à ces cas-là où une comparaison des intensités des rayonnements incident et réfléchi conduit à une estimation quantitative précise de la répartition de la matière diffusante. Ce but peut être atteint à l'aide de cristaux quand ils sont du type imparfait ou en mosaïque, bien qu'il soit parfois difficile de tenir compte de l'extinction dans les cas de forte réflexion.

D'un autre côté, il est beaucoup plus difficile de savoir ce qu'on mesure dans le cas de cristaux qui se rapprochent du type parfait. C'est une circonstance heureuse que les formules mathématiques s'appliquent le plus facilement au type des cristaux imparfaits, les plus répandus dans la nature.

### 3. — RÉSULTATS DE L'ANALYSE QUANTITATIVE.

Pour abrégé, je ne donnerai ici qu'une seule des nombreuses formules d'intensité; elle montre bien les caractères essentiels de toutes. Supposons que l'on se propose de mesurer la réflexion intégrée lorsque des rayons X tombent sur une face d'un cristal tournant du type en mosaïque. Nous avons alors

$$\rho = \frac{Q}{2\mu} \frac{1 + \cos^2 2\theta}{2}.$$

a.  $\mu$  est le coefficient d'absorption effectif, qui peut être plus

grand que le coefficient normal, par suite de l'existence d'une extinction sous l'angle de réflexion.

b. Le facteur  $\frac{1 + \cos^2 2\theta}{2}$  est le « facteur de polarisation », qui provient de ce qu'on suppose que les rayons incidents ne sont pas polarisés.

c.

$$Q = \left( \frac{N e^2}{m c^2} F \right)^2 \frac{\lambda^3}{\sin 2\theta},$$

où  $e$  et  $m$  sont les deux constantes électroniques,  $c$  la vitesse de la lumière,  $\lambda$  la longueur d'onde employée,  $N$  le nombre d'éléments diffusants par unité de volume et  $\theta$  l'angle d'incidence rasante.

d.  $F$  est la quantité que nous cherchons à déduire. Elle représente le pouvoir diffusant du cristal unité dans la direction considérée, mesuré en fonction du pouvoir diffusant d'un simple électron conformément à la formule classique de J. J. Thomson. Cette quantité est désignée par Ewald sous le nom de « facteur atomique », lorsqu'elle se rapporte à un simple atome.

Les formules qui se rapportent à d'autres dispositions expérimentales (la méthode de la poudre, par exemple), sont fort ressemblantes et contiennent la même quantité  $Q$ . Nos mesures de réflexion conduisent donc à la connaissance des valeurs de  $Q$  et par suite de  $F$ , puisque toutes les autres grandeurs contenues dans la formule sont connues.

Les mesures faites sur un cristal donné fournissent une série de valeurs de  $F$ , et tous les renseignements que l'on peut obtenir au sujet de sa structure cristalline ou atomique sont contenus dans ces valeurs. Celles-ci sont les mêmes pour un même cristal, quelle que soit la longueur d'onde employée (puisque  $F$  est une fonction de  $\frac{\sin \theta}{\lambda}$ ), bien qu'à vrai dire les courtes longueurs d'onde ont cet avantage qu'elles nous permettent de mesurer un plus grand nombre de ces coefficients (augmentation du pouvoir séparateur).

Nous supposons maintenant que l'agitation thermique de l'atome a une influence sur la valeur de  $F$ . Si nous désirons donc tirer des conclusions concernant la structure atomique, nous devons tenir compte de l'agitation thermique. Or, ceci est une

question compliquée, car non seulement certains atomes se meuvent plus vivement que d'autres, mais dans les cristaux complexes leurs positions moyennes relatives changent encore avec la température. Nous examinerons cela de plus près tantôt.

Je vais maintenant donner une série d'exemples pour montrer que ces formules quantitatives, lorsqu'on les soumet au contrôle de l'expérience, conduisent à des résultats qui indiquent que, dans le développement de cette théorie, on est dans la bonne voie. Il est peut-être plus convaincant d'examiner les résultats obtenus avec des cristaux très simples, bien que je pense que le succès de la théorie dans l'analyse de cristaux à structure très compliquée constitue aussi une forte preuve en faveur de son exactitude, car elle a été appliquée à une grande quantité de substances.

Pour les cristaux simples, où les situations des atomes sont bien déterminées, nous pouvons obtenir le pouvoir diffusant des atomes individuellement. Les résultats doivent à la fois fournir le nombre exact des électrons dans l'atome et esquisser un atome de dimensions à peu près exactes. Lorsqu'on représente graphiquement  $F$  en fonction de  $\frac{\sin \theta}{\lambda}$ , sa valeur doit, pour de petites valeurs de  $\frac{\sin \theta}{\lambda}$ , tendre vers le nombre  $N$  d'électrons dans l'atome, et, à mesure que  $\frac{\sin \theta}{\lambda}$  augmente, elle doit s'évanouir avec une rapidité qui est raisonnablement expliquée par l'extension spatiale de l'atome. Dans la figure 1, les lignes en trait plein indiquent des courbes  $F$  obtenues expérimentalement par divers observateurs. Les lignes pointillées sont des courbes  $F$  calculées pour le modèle atomique généralisé de Thomas [15] avec un nombre atomique approprié.

Le modèle atomique de Thomas, qui est pris comme terme de comparaison, est très utile, parce qu'il nous donne la distribution approximative des électrons dans un atome de nombre atomique quelconque. Thomas calcule une distribution idéale des électrons dans un atome de nombre atomique élevé. Il admet que l'atome présente la symétrie sphérique et suppose que les électrons sont distribués uniformément dans l'espace de phase à six dimensions pour le mouvement d'un électron, à raison de deux par volume

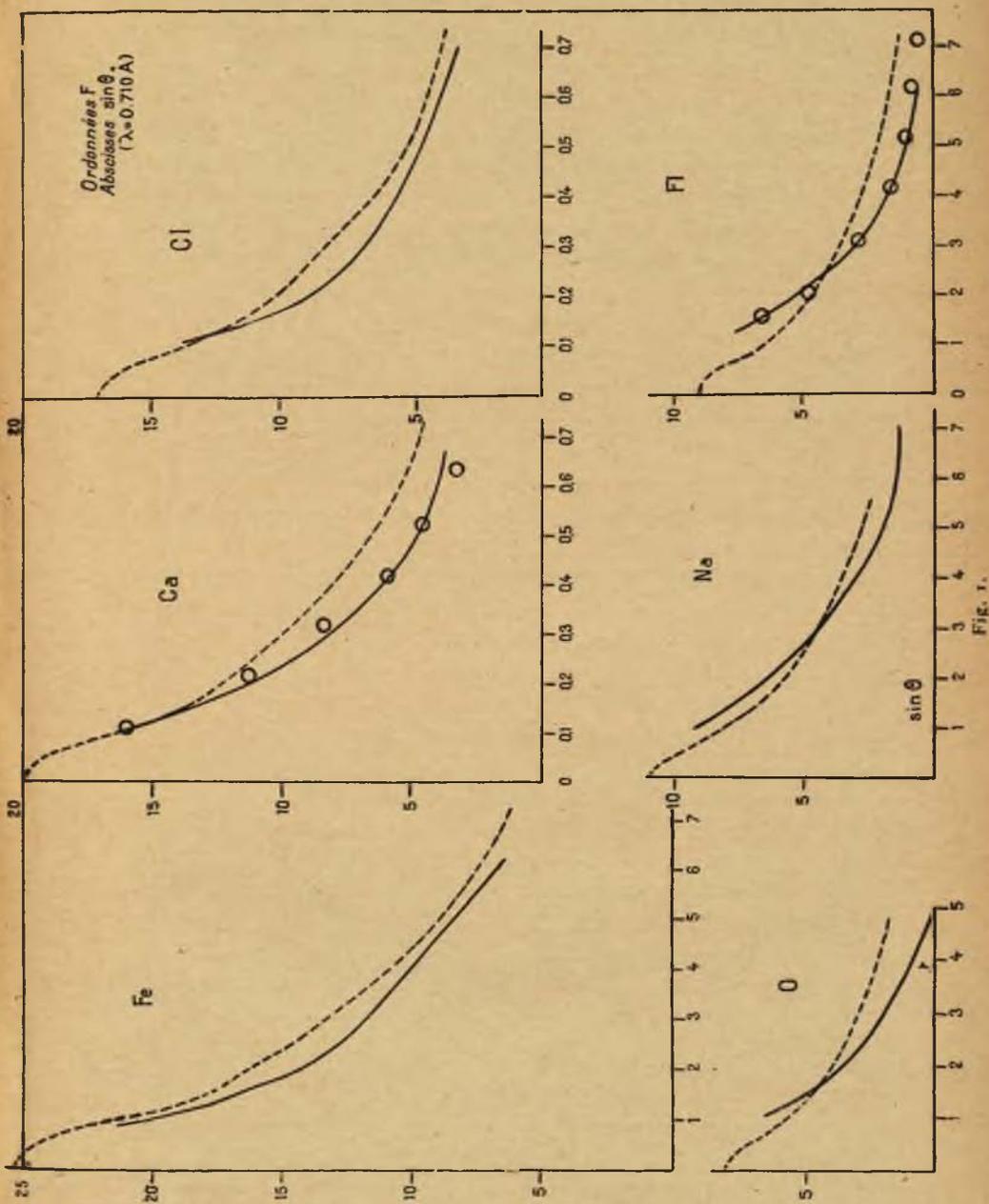


Fig. 1.

sexadimensionnel  $h^3$ . Il obtient ainsi autour du noyau une atmosphère d'électrons idéale, dont les constantes peuvent être choisies simplement, de manière à convenir à une charge nucléaire quelconque. On peut évidemment s'attendre à ce que la véritable répartition de la matière diffusante s'écarte d'autant plus de cette distribution idéale que le poids atomique est plus bas et reflète ainsi les idiosyncrasies de l'atome considéré particulièrement. Mais la figure montrera que les courbes vraies sont fort semblables à celles calculées pour les modèles de Thomas. En particulier, on verra que dans chaque cas elles tendent vers des valeurs maxima qui ne sont pas fort éloignées des nombres d'électrons dans l'atome. La concordance générale entre les courbes  $F$  observées et calculées doit signifier que nos mesures de  $F$  esquissent une représentation de l'atome. Cette concordance existe aussi pour d'autres modèles atomiques que ceux de Thomas, qui tous conduisent, comme on sait, à des atomes ayant approximativement la même extension dans l'espace et la même distribution des électrons.

Toutes ces mesures de  $F$  nécessitent la connaissance de valeurs absolues pour la réflexion intégrée. Il n'est, toutefois, pas nécessaire de mesurer celles-ci directement dans chaque cas. Une fois qu'on a mesuré la réflexion en valeur absolue pour un cristal (par comparaison des rayonnements incident et réfléchi), il est possible de procéder par comparaison pour d'autres cristaux. Pour autant que je sache, c'est toujours le sel gemme que l'on a employé comme étalon dans chaque cas. Des mesures absolues ont été faites sur ce cristal par Compton [7], par Bragg, James et Bosanquet [8] et par Wasastjerna [18]; toutes ces mesures s'accordent entre elles d'une manière satisfaisante.

#### 4. — INTERPRÉTATION DES MESURES DE $F$ .

En interprétant ces mesures du pouvoir diffusif, nous pouvons calculer la diffusion d'un modèle atomique proposé et la comparer avec la courbe  $F$  observée, ou bien nous pouvons employer les observations pour calculer directement la distribution de la matière diffusante. C'est la dernière méthode qui est la plus attrayante et dans les mains de Duane, Havighurst et Compton,

elle a donné des « images » du plus haut intérêt de la structure atomique vue au moyen des rayons X. Il y a une étroite analogie entre l'observation d'une série de plans parallèles au moyen des rayons X et l'observation d'un réseau de diffraction par l'intermédiaire d'un microscope, telle qu'elle est considérée dans la théorie d'Abbe de la vision microscopique <sup>(1)</sup>. L'objectif du microscope peut être considéré comme recevant du réseau un nombre limité de spectres de divers ordres. Ces spectres, à leur tour, construisent une image vue par l'oculaire et la perfection de cette image dépend du nombre de spectres reçus. L'intensité de chaque ordre spectral dépend de la grandeur du coefficient correspondant dans cette série de Fourier, qui représente l'amplitude de la lumière transmise en chaque point du réseau. L'extension de ce principe d'optique, bien connu, au domaine des rayons X fut suggérée par W. H. Bragg [6] en 1915. Bragg avait conclu de ses expériences que les amplitudes de l'onde diffusée par le sel gemme sont inversement proportionnelles au carré de l'ordre de la réflexion, et il montra que dans ces conditions la fonction périodique qui représente la densité du milieu doit être de la forme

$$\text{const.} + \frac{\cos 2\pi \frac{x}{d}}{1^2} + \frac{\cos 4\pi \frac{x}{d}}{2^2} + \dots + \frac{\cos 2n\pi \frac{x}{d}}{n^2} - \dots$$

et que, partant de là, on peut construire une courbe indiquant la variation périodique de la densité du réseau du sel gemme. Cependant, cette méthode ne fut pas appliquée aux mesures beaucoup plus précises dont nous disposons en ce moment, jusqu'à ce que tout récemment Duane et Havighurst montrèrent quel parti on pouvait en tirer. Duane, de son côté, arriva à une formule du même type, mais beaucoup plus générale, donnant la densité de la matière diffusante en un point quelconque du cristal tout entier, sous forme d'une triple série de Fourier, dont les coefficients dépendent de l'intensité de la réflexion sur des plans ayant tous les indices possibles. Havighurst appliqua ce principe à nos mesures sur le sel gemme et à des mesures qu'il avait faites sur d'autres

---

<sup>(1)</sup> Voir, par exemple, la discussion de cette théorie et des expériences de A. B. Porter qui l'illustrent, dans l'*Optique* de Wood, Chap. VIII.

cristaux; il obtint ainsi une image de la densité relative de la matière diffusante le long de certaines lignes dans ces cristaux. Compton fit un pas de plus en mettant les formules sous une forme donnant la densité absolue de la distribution des électrons (en supposant que la diffusion est due à des électrons obéissant aux lois classiques). Compton donne une discussion très complète de toute la matière dans son livre sur « les rayons X et les électrons ». Ce n'est pas simplement une façon attrayante de faire comprendre ce qui a été réalisé par l'analyse aux rayons X, mais c'est aussi la méthode la plus directe de détermination de la structure.

La formule pour la distribution de la matière diffusante en couches parallèles, pour un cristal ayant un centre de symétrie, est écrite par Compton sous la forme

$$P_z = \frac{Z}{a} + \frac{2}{a} \sum_1^{\infty} F_n \cos \frac{2n\pi z}{a}.$$

Ici  $z$  est mesuré perpendiculairement aux plans qui sont placés à des distances  $a$ .  $P_z dz$  est la quantité de matière diffusante entre des plans situés aux niveaux  $z$  et  $z + dz$ ; et  $Z (= \int_0^a P_z dz)$  est la quantité totale de matière diffusante par unité du cristal. C'est une forme simplifiée de la formule de Duane pour une série de Fourier dont le terme général est

$$A_{n_1, n_2, n_3} \sin \left( \frac{2\pi n_1 x}{a_1} - \delta_{n_1} \right) \sin \left( \frac{2\pi n_2 y}{a_2} - \delta_{n_2} \right) \sin \left( \frac{2\pi n_3 z}{a_3} - \delta_{n_3} \right),$$

où  $A_{n_1 n_2 n_3}$  est proportionnel à l'amplitude de l'onde diffusée par le plan  $(n_1 n_2 n_3)$ .

Une autre série de Fourier, due à Compton, donne la distribution radiale de la matière diffusante, c'est-à-dire les valeurs de  $U_n$  lorsque  $U_n dr$  est la quantité de matière diffusante comprise entre les rayons  $r$  et  $r + dr$ ;

$$U_n = \frac{8\pi r}{a^2} \sum_1^{\infty} n F_n \sin \frac{2\pi nr}{a},$$

où  $a$  est choisi de telle manière que l'on trouve des valeurs de  $F$  à des intervalles convenables sur le graphique représentant cette grandeur.

Si nous connaissons les valeurs de  $F$  pour un atome donné sur un intervalle suffisamment étendu, nous pouvons contruire une image de l'atome ou bien sous forme d'une distribution en couches parallèles à un plan, ou bien comme distribution radiale de matière diffusante autour du noyau. Toutefois, en employant ces méthodes d'analyse, il est nécessaire de ne pas perdre de vue que l'on opère précisément à la limite du pouvoir séparateur des instruments et qu'en réalité on s'attaque à un problème beaucoup plus élevé que dans le cas correspondant en optique. Dans les expériences qu'il fit pour vérifier la théorie d'Abbe, A. B. Porter examinait l'image d'un réseau de diffraction et supprimait tous les groupes de rayons diffractés qu'il voulait en les interceptant au moyen d'un écran. Le premier ordre donne des traits diffus; quatre ou cinq ordres donnent des traits plus nets avec un trait fin et noir au centre; huit ordres donnent deux traits sombres au centre de chaque raie claire et ainsi de suite. L'imperfection de ces images est due à l'absence des termes élevés dans la série de Fourier. Nous obtenons de même des détails inexacts dans notre image par rayons X à cause de l'ignorance dans laquelle nous nous trouvons des valeurs des termes supérieurs dans la courbe  $F$ . De même, la fine structure qui existe en réalité peut rester inobservée, parce qu'en employant une longueur d'onde de  $0,7 \text{ \AA}$  nous ne pouvons guère espérer « séparer » des détails de la structure atomique de moins de la moitié de cette valeur.

Notre ignorance des valeurs des termes élevés de la série de Fourier a beaucoup moins d'importance dans la courbe de distribution lamellaire que dans celle pour la distribution radiale, parce que dans le dernier cas la convergence est beaucoup plus lente. Des exemples de la méthode d'analyse de Fourier seront donnés dans le Chapitre suivant.

Au lieu d'employer la méthode indiquée pour construire une image de l'atome en partant des données fournies par les rayons X, on peut procéder de la façon inverse, c'est-à-dire imaginer un modèle d'atome et le soumettre à la vérification en calculant la courbe  $F$  qui s'y rapporte et comparant celle-ci à la courbe obtenue expérimentalement. C'est là le procédé le plus satisfaisant de vérification de modèles auxquels on est arrivé en faisant des recherches par d'autres voies, car on n'a rien à supposer au sujet

des valeurs des coefficients de  $F$  d'ordre élevé. Il est vrai, évidemment, que cette vérification ne se rapporte qu'à des détails du modèle proposé à une échelle comparable à la longueur d'onde employée. Mais comme nous pouvons faire réfléchir des rayons  $X$  perpendiculairement sur un plan atomique, nous pouvons obtenir, par la méthode des rayons  $X$  avec une longueur d'onde donnée, un pouvoir séparateur double de celui que le meilleur microscope peut fournir.

Il n'est peut-être pas sans utilité de mentionner ici les méthodes que j'ai appliquées en 1922 avec James et Bosanquet dans notre détermination de la distribution des électrons dans le sodium et le chlore. Nous avons tâché d'éviter des extrapolations de la courbe  $F$  au delà des limites de l'observation. Nous partageons arbitrairement l'atome en une série de couches avec un nombre inconnu d'électrons dans chaque couche. Ces inconnues furent évaluées en faisant en sorte que la diffusion due à ces couches s'accordât avec la courbe  $F$  sur tout l'intervalle observé; cela se fit par résolution d'un système d'équations linéaires simultanées. Nous avons trouvé ainsi qu'on obtenait à peu près le même type de distribution de quelque façon qu'on choisît les couches et qu'il y avait nettement une indication d'une limite à la distribution électronique pour un rayon de  $1,1 \text{ \AA}$  environ pour le sodium et  $1,8 \text{ \AA}$  pour le chlore. Dans ses traits généraux, notre distribution s'accorde avec celle qui fut trouvée par l'analyse de Fourier, beaucoup plus directe, ainsi que le prouveront les exemples du Chapitre VII.

##### 5. — EXEMPLES D'ANALYSE.

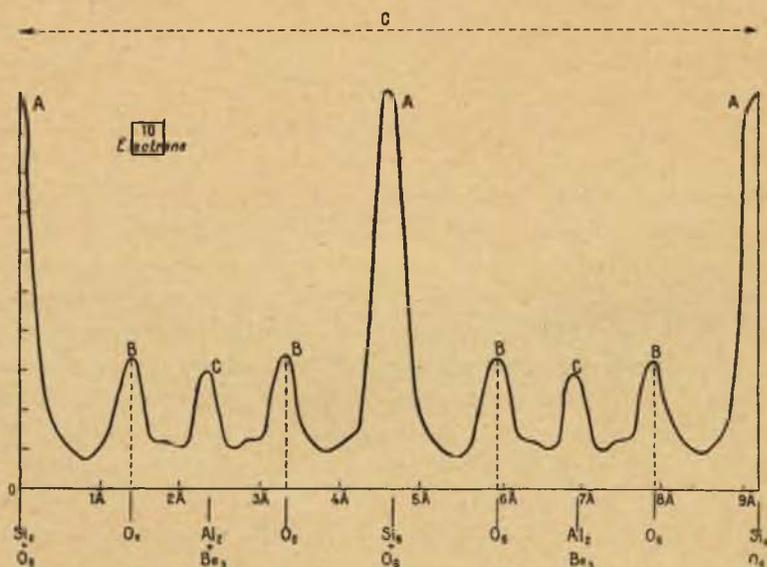
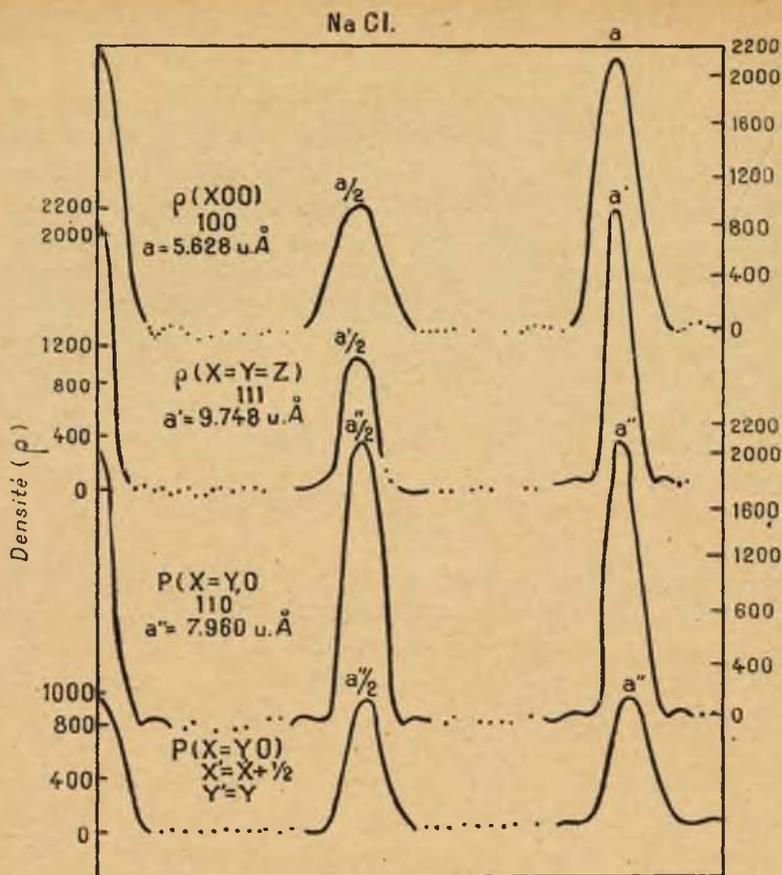
Duane [20] nous a permis d'apprécier la façon particulièrement attrayante dont l'analyse de Fourier représente les résultats de l'examen aux rayons  $X$ . Cette méthode a le grand avantage de représenter sous forme d'une simple courbe les renseignements fournis par tous les ordres de réflexion par un plan donné ou par le cristal entier. Ce n'est, évidemment, qu'une autre manière d'interpréter les résultats et les conclusions que nous pouvons en tirer au sujet des structures atomiques ou moléculaires dépendant en définitive de la mesure dans laquelle nous pouvons avoir

confiance dans les observations et non de la méthode d'analyse employée. Toutefois, la méthode de Fourier est tellement directe et sa signification est si facile à saisir que son introduction par Duane marque un grand progrès dans la technique de l'analyse.

J'ai réservé pour le Chapitre VII le problème plus ardu de la distribution de la matière diffusante dans les atomes eux-mêmes et les exemples que je donne ici ont un caractère plus simple. Ils illustrent l'application de l'analyse au problème général de la distribution de la matière dans le cristal entier; dans ce problème là nous ne sommes pas encore aussi près de la limite du pouvoir séparateur. Les courbes de la figure 2 représentent la première application de la nouvelle méthode d'analyse de Fourier à des données précises, effectuée par Havighurst [21] en 1925. Cet auteur se servit de déterminations de  $F$  pour le chlorure de sodium et de la série de Fourier en trois dimensions de Duane; il calcula la densité de la matière diffusante le long de certaines lignes dans le cristal. Ces lignes suivent l'arête d'un cube en passant par des centre d'atomes de sodium et de chlore, une diagonale du cube en passant par les mêmes atomes, et deux diagonales d'une face, choisies de manière à passer uniquement par des atomes de chlore ou uniquement par des atomes de sodium dans le cristal. Les atomes se montrent comme des pics dans la distribution de la densité.

Dans les autres exemples, la formule pour la distribution en couches fut appliquée à quelques résultats que nous avons obtenus dans nos recherches sur la structure cristalline faites à Manchester. Je les reproduis ici, parce qu'il me semble qu'ils constituent une preuve convaincante de la puissance des mesures quantitatives et qu'ils montrent que tous les procédés d'interprétation conduisent aux mêmes conclusions.

M. West et moi, nous avons analysé récemment le béryl,  $\text{Be}^3\text{Al}^2\text{Si}^6\text{O}^{18}$  [22], un cristal hexagonal dont la structure est assez compliquée, parce qu'elle dépend de sept paramètres. Nous avons obtenu les positions atomiques par la méthode d'analyse usuelle, en employant des courbes  $F$  plus ou moins bien connues pour les atomes dans le cristal et en les déplaçant jusqu'à avoir l'explication des  $F$  observés, produits par une cellule cristalline. La figure 3 montre les réinterprétations de ce résultat par la méthode



de Fourier. La figure 3 a fait connaître la densité électronique dans des couches perpendiculaires à l'axe principal du cristal, qui est

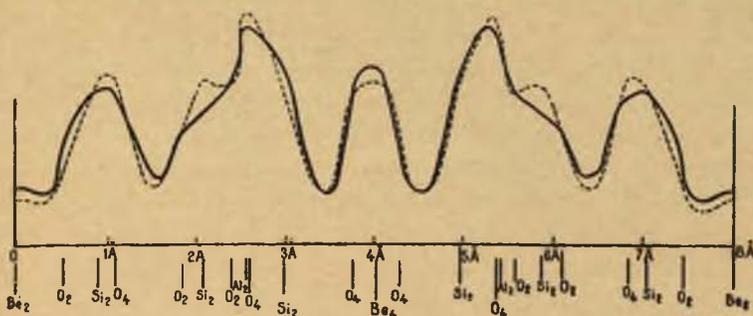


Fig. 3 b. — Distribution des électrons en couches parallèles à 1010.

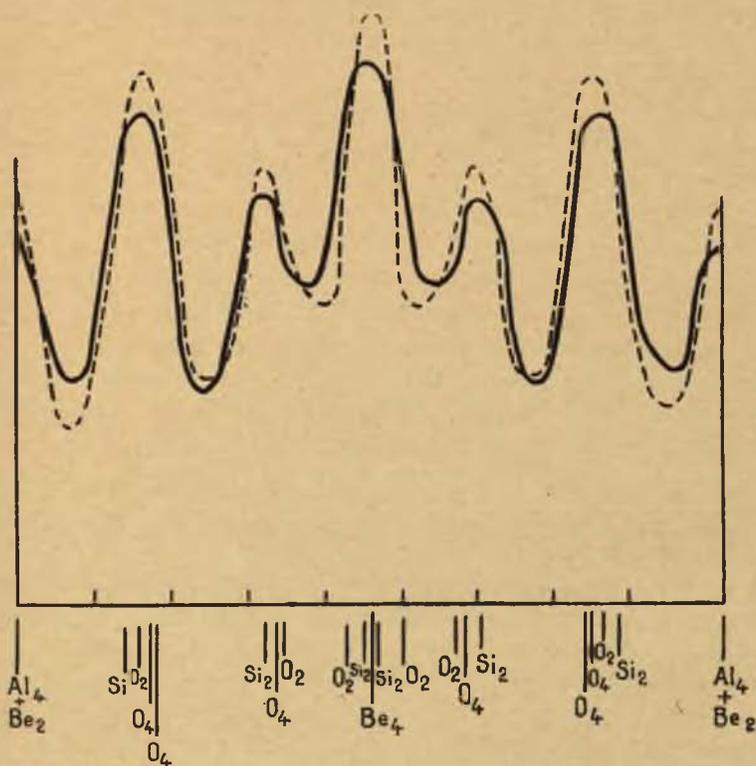


Fig. 3 c. — Distribution des électrons en couches parallèles à 1120.

d'un type très simple. Un point particulier à noter est l'accord entre la situation de la ligne B dans la figure et la bosse fournie

par l'analyse de Fourier. La ligne B indique la situation d'un groupe d'atomes d'oxygène placé entre deux autres groupes A et C fixés par la symétrie; la situation de B est déterminée par un paramètre que l'on trouve par les méthodes habituelles de l'analyse cristalline. La bosse représente le même groupe, tel qu'il est fixé par l'analyse de Fourier et l'on remarquera l'étroite concordance des deux résultats. Dans les figures 3 *b* et 3 *c*, j'ai montré des systèmes de plans plus compliqués. La courbe pointillée représente l'interprétation de nos résultats par l'analyse de Fourier. La courbe en trait plein a été obtenue en ajoutant les proéminences dues aux atomes individuels, ainsi qu'on le verra ci-dessus; les situations de ces proéminences furent obtenues par notre analyse aux rayons X et leurs grandeurs, au moyen de la courbe de la figure 3 *a*, qui permet de déduire séparément les contributions des atomes. La concordance entre les deux résultats montre que les anciennes méthodes et l'analyse de Fourier sont d'accord. Je dois faire observer que nous avons dû commencer par analyser le cristal par les anciennes méthodes pour trouver les grandeurs des coefficients de Fourier.

J'ai représenté dans la figure 4 une série de courbes relatives aux aluns analysés récemment par le professeur Cork [23]. Les aluns sont des cristaux cubiques dont la structure compliquée est représentée par des formules du genre  $\text{KAl}(\text{SO}_4)_2 \cdot 12 \text{H}_2\text{O}$ . Wyckhoff a montré que le potassium et l'aluminium occupent dans la cellule cubique les mêmes places que l'atome de sodium dans le sel gemme. Or, on peut remplacer le potassium par l'ammonium, le rubidium, le césium ou le thallium, et l'aluminium par du chrome ou tout autre métal trivalent. Bien que les situations des autres atomes dans les cristaux ne soient pas encore connues, elles sont probablement les mêmes dans tous ces cristaux. En représentant les mesures quantitatives faites sur les aluns par une série de Fourier, on s'attend à voir la densité de la matière diffusante varier d'un cristal à un autre aux points occupés par les atomes métalliques et rester la même partout ailleurs. Les courbes montrent que cette prévision se vérifie de la façon la plus frappante.

J'ai déjà parlé de l'effet du mouvement thermique sur les mouvements des atomes. Cette question fut traitée théoriquement pour

la première fois par Debye [4]. Récemment, Waller [24] déduisit à nouveau la formule de Debye et arriva à une forme modifiée. Debye avait trouvé que les intensités des maxima d'interférence

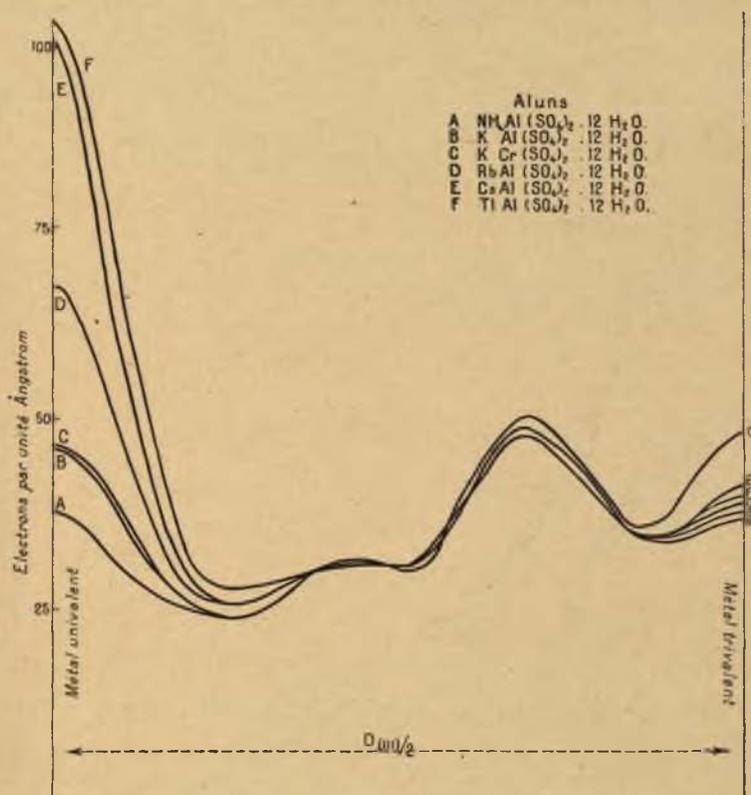


Fig. 4.

dans un cristal simple doivent être multipliées par un facteur  $e^{-M}$ , où

$$M = \frac{6 h^2}{\mu k \theta} \frac{\varphi(x)}{x} \frac{\sin^2 \theta}{\lambda^2},$$

$$x = \frac{\theta}{T} = \frac{\text{température caractéristique du cristal}}{\text{température absolue}}.$$

Sans entrer dans d'autres détails, il est suffisant de noter que la formule de Waller diffère de celle de Debye en ce que le facteur  $e^{-M}$  est remplacé par  $e^{-2M}$ . James et M<sup>lle</sup> Firth [25] ont effectué récem-

ment une série de mesures sur le sel gemme entre les températures de 86° et 900° abs. Ces auteurs trouvent que la formule de Waller se vérifie très exactement jusqu'à 500° abs., mais aux températures plus élevées la diminution d'intensité est plus

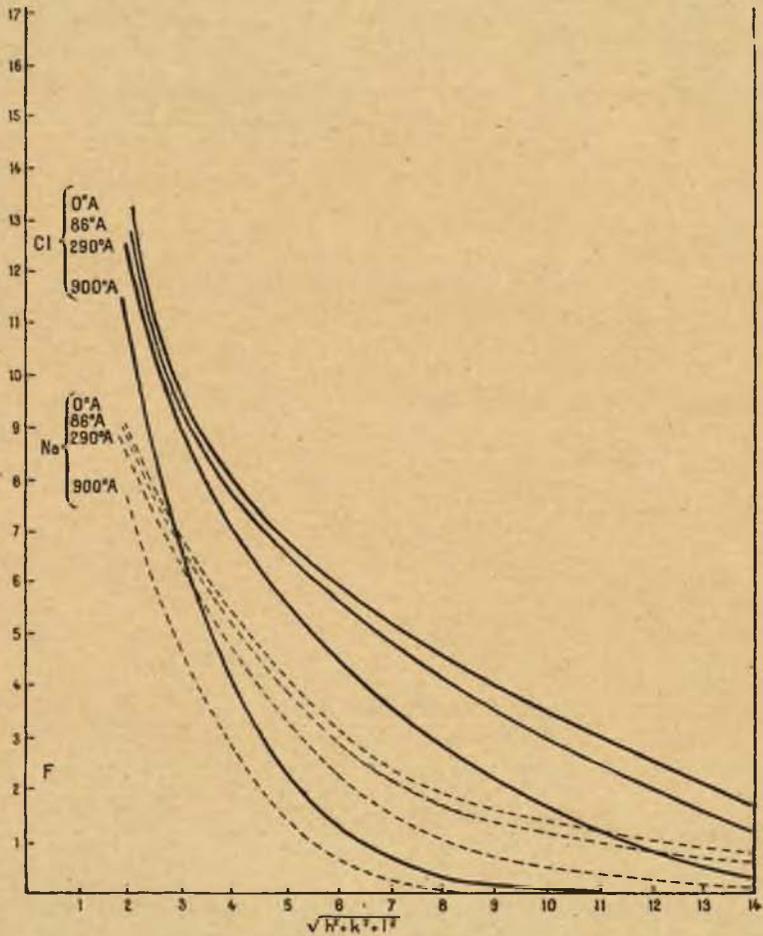


Fig. 5.

rapide, ce qui tient probablement à ce que l'agrégat cristallin se relâche. J'ai donné les résultats des mesures dans les figures 5 et 6, non seulement pour donner un exemple des renseignements que l'on peut déduire de mesures aux rayons X, mais encore

parce que ces figures sont particulièrement intéressantes : elles représentent une série de mesures soignées et précises du pouvoir diffusif.

La figure 5 montre les courbes  $F$  pour le sodium et le chlore à différentes températures. On comprendra la rapide diminution d'intensité pour les ordres élevés, si l'on songe que ces intensités sont proportionnelles à  $F^2$ . La courbe relative au zéro absolu a été obtenue par extrapolation à partir des autres, conformément à la formule de Debye modifiée par Waller.

Dans la figure 6, les mêmes résultats ont été interprétés par l'analyse de Fourier. La courbe relative à Na Cl, obtenue à température ordinaire, est pratiquement identique à celle que fournit l'interprétation que Compton donna de nos premières figures dans son livre sur les rayons X et les électrons, bien que les figures sur lesquelles la nouvelle courbe se base soient plus exactes. Les courbes montrent la façon dont les sommets, provenant de Cl et de Na, nettement définis à basse température, perdent leur netteté aux températures élevées par suite du mouvement thermique.

Cette analyse soulève diverses questions intéressantes. En premier lieu, James et M<sup>lle</sup> Firth trouvent que le facteur thermique est différent pour le sodium et pour le chlore, les atomes de sodium se mouvant en moyenne avec des amplitudes plus grandes que les atomes de chlore. Cela a une importance très grande au point de vue de la dynamique cristalline que Waller étudie en ce moment. En première approximation, les deux atomes sont également affectés par les ondes élastiques qui traversent le cristal, mais en y regardant de plus près, on voit que les atomes de sodium sont moins fermement liés que les atomes de chlore. Waller a montré que si chacune de ces deux espèces d'atomes n'était tenue en place que par les six atomes adjacents, il n'y aurait pas de différence entre les mouvements d'un atome de sodium au centre de six atomes de chlore et ceux d'un atome de chlore au centre de six atomes de sodium. Mais le chlore est tenu en place avec plus de force, parce qu'il y a encore douze gros atomes de chlore dans son voisinage, tandis que l'atome de sodium est beaucoup moins fortement influencé par les douze atomes de sodium les plus proches. De là, la différence dans leurs mouvements ther-

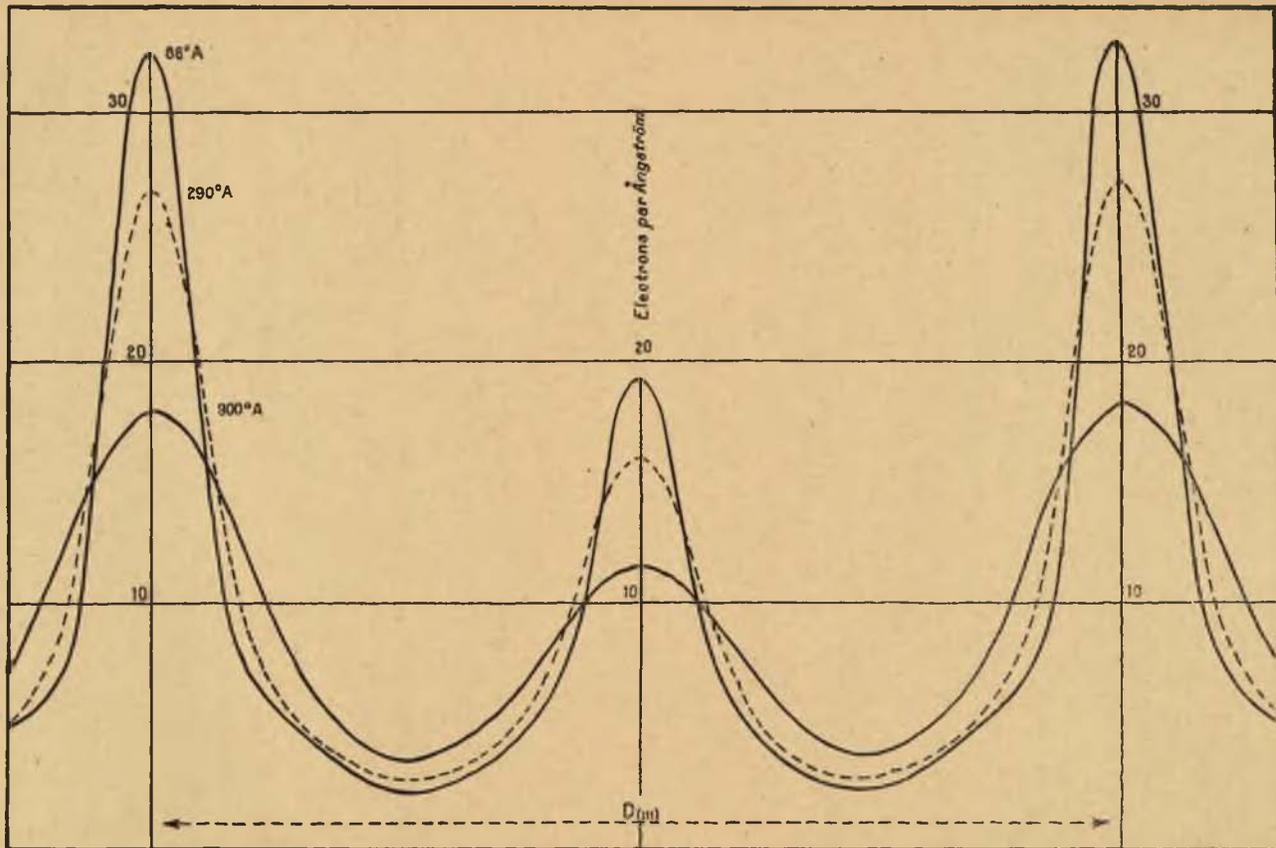


Fig. 6.

miques. Il est important de trouver la méthode exacte pour ramener les observations au zéro absolu et il est nécessaire d'analyser d'une manière satisfaisante cette différence dans les mouvements thermiques avant que la réduction au zéro absolu soit possible.

En second lieu, la précision qui peut être obtenue dans les mesures expérimentales permet d'espérer qu'il sera possible de vérifier directement s'il y a ou non une énergie au zéro absolu (énergie de structure). Ce point est examiné en ce moment par James et Waller. Il semble que si nous disposons d'un modèle atomique digne de confiance, les mesures puissent apprendre s'il y a ou non encore des vibrations au zéro absolu, car la diminution théorique d'intensité due aux vibrations est beaucoup plus grande que l'erreur expérimentale dans les mesures de F. Ce n'est qu'avec hésitation que je parle de cette question de l'énergie au zéro absolu et je désirerais avoir à ce sujet l'avis des physiciens mathématiciens.

L'amplitude moyenne des vibrations à diverses températures, nous pouvons la calculer ou bien en partant de la mesure du facteur thermique, ou bien en appliquant directement l'analyse de Fourier. James et M<sup>lle</sup> Firth, par exemple, trouvent par les deux méthodes qu'à température ordinaire l'amplitude moyenne de vibration des deux atomes est de  $0,21 \text{ \AA}$ , tandis qu'elle est de  $0,58 \text{ \AA}$  vers  $900^\circ$  abs. Ces auteurs examinèrent la forme que prend la courbe de Fourier à  $0^\circ$  lorsqu'elle est déformée par le fait qu'on suppose que tous les atomes vibrent avec la même amplitude moyenne.

J'ai déjà fait remarquer que les courbes F observées pour les atomes ressemblent fort à celles calculées pour le modèle atomique de Thomas. On peut faire la même comparaison pour les distributions de matière diffusante. Dans la figure 7, la distribution en couches pour Na Cl au zéro absolu a été représentée en trait plein. La courbe pointillée montre la distribution en couches horizontales pour des atomes à nombres atomiques 17 et 11. Dans le modèle de Thomas, la densité augmente à l'infini dans le voisinage immédiat du noyau et cela est indiqué dans la courbe pointillée par les sommets excessivement aigus aux centres atomiques. Nous ne nous attendons pas à ce que la distribution

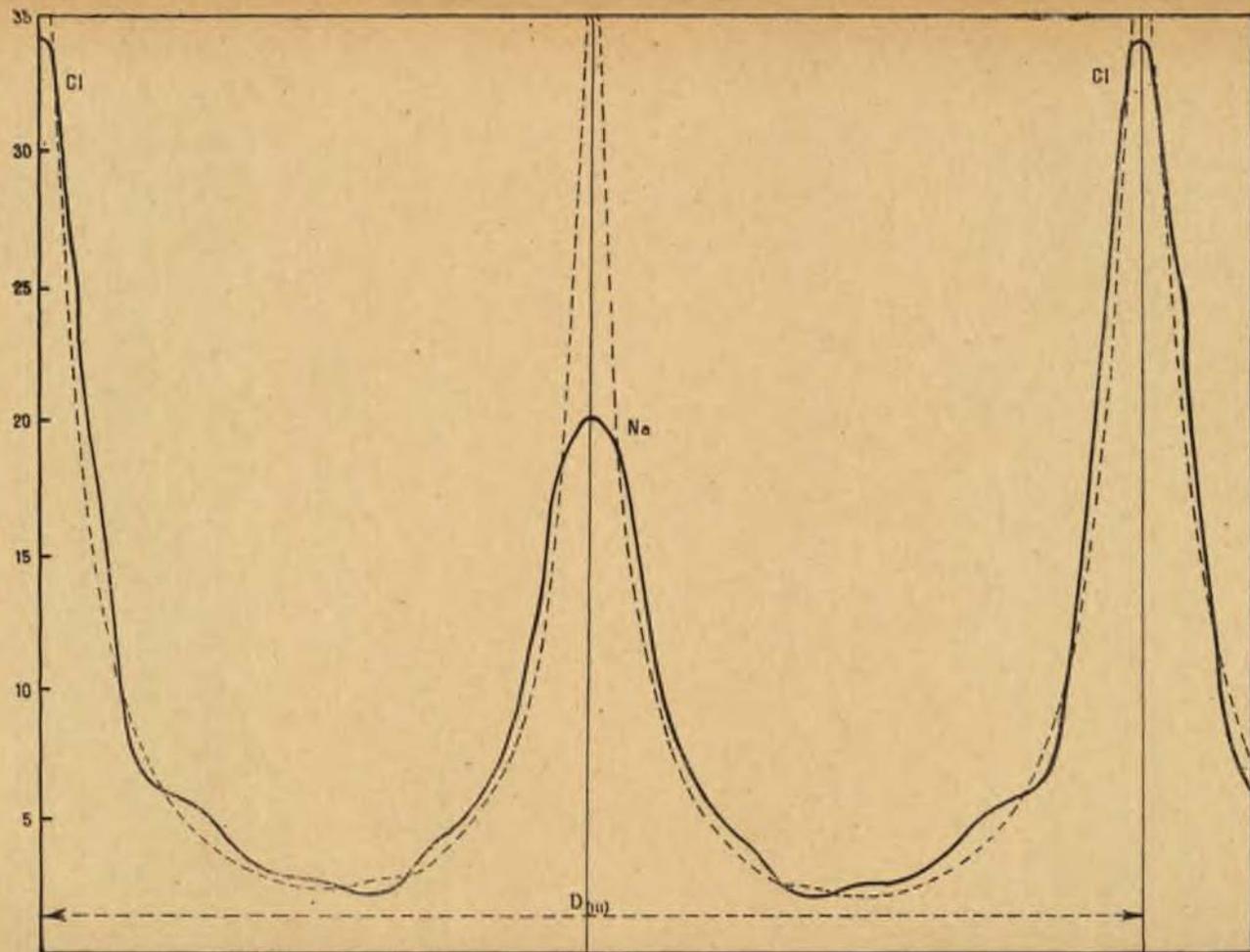


Fig. 7.

observée s'accorde avec la distribution supposée par Thomas en ces points. La distribution est fort semblable à travers tout le reste du cristal. La comparaison est intéressante, parce qu'elle montre combien il est difficile de déduire des observations les fins détails de la structure atomique. La distribution de Thomas est tout à fait continue et ne tient aucun compte des systèmes d'électrons K, L et M. Les faibles écarts entre la courbe observée et la courbe de Thomas fournissent la preuve expérimentale de l'existence de tous les caractères individuels de l'atome.

#### 6. — LE MÉCANISME DE LA DIFFUSION DES RAYONS X.

Avant de discuter l'application de l'analyse à la structure atomique, il est nécessaire de considérer ce que l'on mesure lorsqu'on déduit des résultats obtenus au moyen des rayons X la distribution de la matière diffusante. La façon classique de traiter le problème envisage l'atome comme un corps contenant un certain nombre d'électrons, dont chacun diffuse le rayonnement conformément à la formule de J. J. Thomson.

Comme il y a un très grand nombre d'atomes qui contribuent à la réflexion par un seul plan cristallin, nous devons obtenir ainsi une image de la *distribution moyenne des électrons*. La quantité  $F$  doit donc tendre, pour de petits angles de diffusion, vers une valeur maxima égale au nombre des électrons dans l'atome et s'évanouir à cause de leur distribution dans l'espace lorsque  $\frac{\sin \theta}{\lambda}$  augmente. Nous avons vu que les courbes  $F$  présentent effectivement ce caractère. Interprétées comme une distribution de la matière diffusante dans l'atome, elles fournissent des atomes contenant le bon nombre d'électrons et cela paraît satisfaisant du point de vue classique. Mais, d'un autre côté, l'évidence de l'effet Compton semble à première vue jeter un doute sur l'ensemble de notre analyse. Ce que nous mesurons est essentiellement le rayonnement *cohérent* diffracté par le cristal, alors que l'effet Compton montre qu'une partie du rayonnement diffusé est d'une autre longueur d'onde. En outre, ce rayonnement de longueur d'onde différente est compris dans le rayonnement cohérent lorsqu'on mesure l'énergie totale du rayonnement diffusé, et

dans des conditions convenables la grandeur de cette énergie totale est d'accord avec la valeur prédite par la formule de J. J. Thomson. Il semble donc, d'après cela, qu'il est inexact de supposer que nous obtenons une image fidèle de la distribution électronique par des mesures du rayonnement cohérent seul.

Déjà avant la naissance de la mécanique nouvelle, la façon originale de Compton de traiter l'effet qu'il avait découvert indiqua une voie pour sortir de cette difficulté. L'électron de recul reçoit une quantité d'énergie égale à

$$\frac{h^2}{m} \frac{\nu'}{\nu} \left( \frac{\sin \theta}{\lambda} \right)^2,$$

où  $\nu$  et  $\nu'$  sont les fréquences des rayonnements modifié et primitif. Si l'électron est éjecté de l'atome le rayonnement change de longueur d'onde, si non des ondes cohérentes sont diffusées. Comme il y a peu de rayonnement modifié diffusé sous de petits angles, la courbe F doit tendre vers un maximum égal au nombre d'électrons dans l'atome et toute interprétation de la courbe doit conduire à un atome contenant le nombre exact d'électrons. A mesure que  $\frac{\sin \theta}{\lambda}$  augmente, la quantité de rayonnement diffusé modifié devient de plus en plus grande et l'on doit tenir compte de ce fait dans le calcul de la courbe F. Cependant, si  $\frac{\nu'}{\nu}$  ne diffère pas beaucoup de 1, la courbe F reste une fonction de  $\frac{\sin \theta}{\lambda}$ , parce que, quel que soit le critérium que l'on applique pour distinguer dans la diffusion les radiations modifiées de celles qui ne le sont pas, le phénomène dépendra de l'énergie fournie à l'électron diffusant et cette énergie est elle-même une fonction de  $\frac{\sin \theta}{\lambda}$ . Notre analyse par rayons X nous donnerait donc une image mensongère de l'atome, mais une image qui serait néanmoins toujours la même, quelle que soit la longueur d'onde employée. Williams (27) et Jauncey (28) ont soumis les courbes F de modèles atomiques à un nouveau calcul en faisant usage de ce critérium et ils trouvèrent un meilleur accord avec les courbes expérimentales en tenant compte de l'effet Compton (1).

---

(1) On trouvera des exemples de cette concordance plus parfaite dans le mémoire de Williams [27] de 1926. Voir aussi la discussion faite par Kallmann et Mark [26].

Le point en discussion est bien illustré par les courbes de la figure 8. On y a représenté trois courbes F pour le chlore. La ligne pointillée est la courbe observée (James et Firth). La ligne en

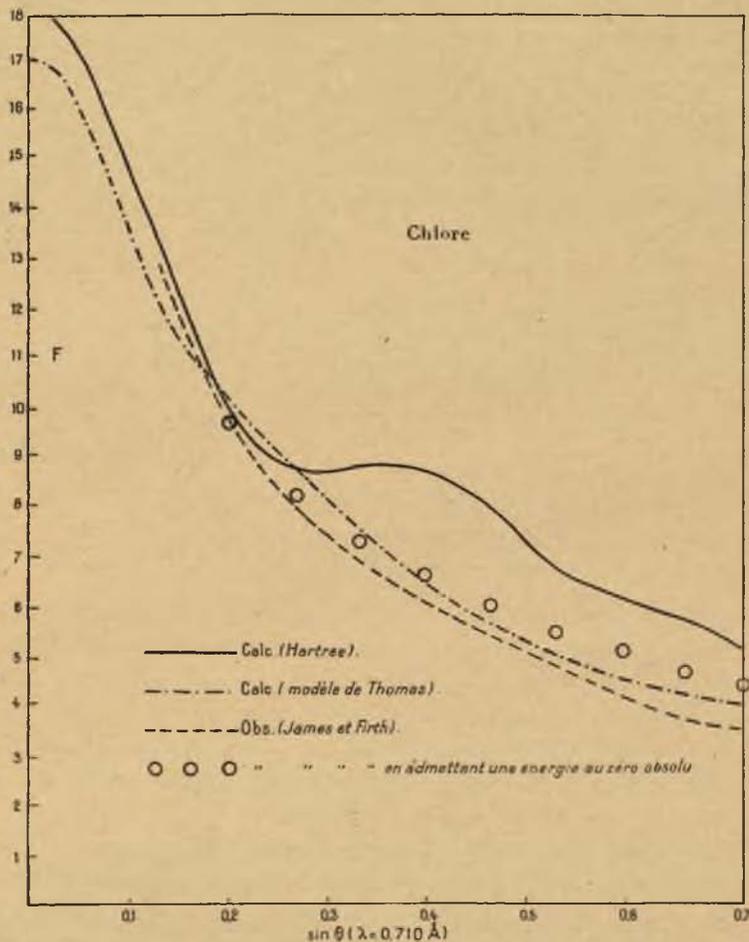


Fig. 8.

trait plein est la courbe F calculée d'après le modèle atomique donné par Hartree [29] pour le chlore. Cette courbe présente une bosse à une valeur de  $\sin \theta$  de 0,4, bosse qui n'existe pas dans la courbe observée. Cette bosse provient du fait que les électrons périphériques dans le modèle du chlore donnent pour F des valeurs

négatives tout près de ce point et de nouveau des valeurs positives au point même. Tous les modèles atomiques calculés en admettant des orbites électroniques montrent des irrégularités semblables, qui ne sont pas observées en réalité. Mais si l'on tient compte de l'effet Compton, on trouve que ces électrons périphériques ne fournissent qu'une très faible contribution à la courbe F sous les grands angles où les irrégularités se présentent, parce que la quantité de radiations modifiées qu'ils diffusent est très grande. La considération de l'effet Compton efface la bosse et conduit à des courbes F beaucoup plus ressemblantes aux courbes observées. La troisième ligne représente la courbe F fournie par la distribution continue de Thomas; elle suit de près la courbe observée.

J'emprunte à une note du D<sup>r</sup> Ivar Waller l'essai suivant de résumé de l'interprétation que la nouvelle mécanique donne du phénomène <sup>(1)</sup>. Dans une lettre récente à *Nature* [30], Waller discute la transition dans tout l'intervalle de la dispersion ordinaire à l'effet Compton. La note ne se rapporte qu'à la diffusion par un seul électron, mais son raisonnement peut s'étendre probablement à des atomes à plusieurs électrons. Il suppose que des ondes de longueurs d'onde continûment décroissantes tombent sur un atome et il poursuit la transition à travers les états suivants :

a. Pendant que la longueur d'onde du rayonnement reste longue en comparaison des dimensions atomiques, la formule de dispersion pour des fréquences optiques se transforme graduellement dans la formule de diffusion pour des électrons libres, donnée par J. J. Thomson. Cette formule est valable approximativement pour des longueurs d'onde qui se rapprochent des dimensions atomiques.

b. A ce moment, la diffusion du rayonnement cohérent doit diminuer, par suite d'interférences, et se concentrer de plus en plus dans la direction de propagation de la lumière incidente. C'est là le phénomène que nous étudions par les rayons X et nos courbes F représentent la distribution du rayonnement

---

<sup>(1)</sup> L'espace limité dont je dispose ne me permet pas de parler ici des nombreux mémoires théoriques qui ont fourni une contribution à cette interprétation.

cohérent dont la longueur d'onde est de l'ordre des dimensions atomiques.

c. En même temps, la diffusion du rayonnement incohérent devient appréciable et se rapproche de plus en plus du changement de longueur d'onde et de la répartition des intensités qui correspond à l'effet Compton. Pratiquement, elle se sera confondue avec l'effet Compton lorsque la quantité de mouvement d'un quantum de la lumière incidente sera devenue grande en comparaison de celle correspondant aux mouvements des électrons dans l'atome.

d. Jusqu'à ce point là, la formule de Thomson s'applique à l'intensité totale de la lumière diffusée dans toutes les directions, les rayonnements cohérents et incohérents étant pris ensemble. Elle ne cesse d'être valable que lorsque le changement de fréquence dû à l'effet Compton n'est plus petit en comparaison de la fréquence de la lumière incidente.

Le point important pour le problème qui nous occupe est le fait que la partie cohérente du rayonnement doit être calculée directement à partir de cette distribution continue de l'électricité qui est définie par la distribution des densités de Schrödinger dans l'état initial de l'atome. La manière classique de traiter le problème suppose que chaque électron ponctuel diffuse conformément à la formule de J. J. Thomson dans toutes les directions. Dans la nouvelle manière d'opérer, l'électron est remplacé par une distribution de matière diffusante dans l'espace, et ainsi chaque électron a une « courbe F » qui lui est propre. Il diffusera toujours du rayonnement cohérent dans toutes les directions, mais par suite d'interférences, l'intensité de ce rayonnement deviendra de plus en plus petite vis-à-vis de celle fournie par la formule classique à mesure que  $\frac{\sin \theta}{\lambda}$  augmente, et cette diminution sera beaucoup plus rapide pour les électrons périphériques, plus dispersés, que pour les électrons centraux, plus concentrés. La quantité totale T de rayonnement diffusé dans toutes les directions par un électron est donnée par la formule de Thomson. Une fraction  $f^2 T$  en sera cohérente et pourra être calculée par les lois des interférences au moyen de la distribution de Schrödinger; le reste,  $(1 - f^2) T$ , sera incohérent. Ainsi le rayonnement cohérent total sera  $F^2 T$ , où F est déduit de la distribution de

Schrödinger pour tout l'atome. Une quantité  $(N - \Sigma f^2) T$  sera diffusée avec changement de longueur d'onde. Si cela est exact, nous pouvons admettre que nos mesures de diffraction de rayons X déterminent la répartition continue de Schrödinger de l'électricité dans le réseau cristallin.

Une question particulièrement intéressante se pose dans le cas où les fréquences caractéristiques d'absorption de l'atome diffusant correspondent à des longueurs d'onde plus courtes que le rayonnement qui est diffusé. En général, tel n'a pas été le cas dans les mesures d'intensité soignées qui ont été faites, puisque seuls des atomes de poids atomique faible ont été examinés. D'après l'analogie classique on s'attendrait à une inversion de phase du rayonnement diffusé, dans le cas où un électron a une fréquence caractéristique plus grande que celle de la lumière incidente. Une expérience brillante de Mark et Szilard [31] a montré qu'il se produit quelque chose de semblable. Ces auteurs examinèrent la réflexion sur les faces (111) et (333) de Rb Br; ces réflexions sont excessivement faibles parce que Rb et Br ont des actions opposées et qu'ils ont à peu près le même nombre atomique. Ils trouvèrent que ces réflexions « interdites » n'existent pas, effectivement, lorsqu'on emploie le rayonnement mou  $\text{Cu}_K$  ou le rayonnement dur  $\text{Ba}_K$ , mais que le rayonnement  $\text{Sr}_K$  est réfléchi en quantité appréciable ( $\lambda \text{Sr}_{K\alpha} = 0,871 \text{ \AA}$ ; discontinuités d'absorption de  $\text{Rb}_K$  et  $\text{Br}_K$  à  $0,814 \text{ \AA}$  et  $0,918 \text{ \AA}$ ). Les atomes se distinguent par le fait qu'une inversion de phase dans la diffusion par les électrons K se produit dans l'un des cas et non dans l'autre.

#### 7. — L'ANALYSE DE LA STRUCTURE ATOMIQUE PAR DES MESURES D'INTENSITÉ DES RAYONS X.

On a vu que les mesures d'intensité assignent à chaque atome d'un cristal le nombre exact d'électrons et lui attribuent dans l'espace une extension du bon ordre de grandeur. Lorsqu'on essaie maintenant d'aller plus loin et de déduire la disposition des électrons dans l'atome, on constate que les limitations de la méthode deviennent très apparentes.

Dans tous les cas où l'on a tenté de faire cette analyse, l'atome

a été considéré comme ayant la symétrie sphérique. On applique l'analyse pour déterminer la quantité de matière diffusante  $U_n$  entre les rayons  $r$  et  $r + dr$ . Toutes les méthodes d'analyse conduisent à une distribution de même type général. J'ai donné,

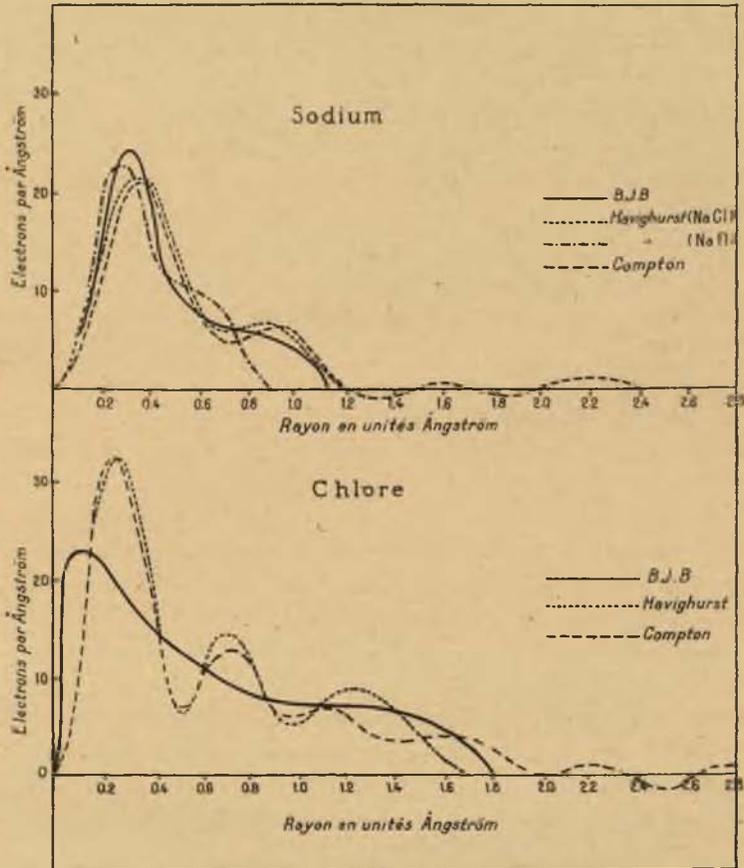


Fig. 9.

par exemple, dans les figures 9, une série d'analyses du sodium et du chlore. Dans ces figures,  $U_n$  fut représenté en ordonnées comme fonction de  $r$ , porté en abscisses. Dans chaque cas, l'aire totale de la courbe est égale au nombre des électrons dans chaque

atome, puisque

$$\int_0^{\infty} U_n dr = N.$$

Les courbes en trait plein sont nos interprétations originales de la distribution dans le sodium et le chlore, faites d'après 1921 figures. Les autres courbes sont les interprétations des mêmes figures, ou de figures fort semblables, par Havighurst [32] et par Compton (*X-rays and Electrons*), qui se servirent de la méthode d'analyse de Fourier.

La figure 9 a est le résultat de notre analyse du sodium dans NaCl, de deux analyses du sodium dans Na Cl et Na Fl par Havighurst, en employant la série de Fourier triple de Duane, et d'une analyse de nos figures par Compton, qui se sert de la formule de Fourier pour la distribution radiale. On voit que la distribution générale de matière diffusante et que les dimensions de l'atome sont approximativement les mêmes dans tous les cas. Il en est de même pour les courbes du chlore (fig. 9 b).

La question intéressante qui se pose est celle de la réalité des bosses, qui sont indiquées par l'analyse de Fourier. Nous avons obtenu des bosses semblables dans notre analyse au moyen de couches, mais nous doutions de leur réalité, parce que nous trouvions que quand nous les effaçions et que nous refaisions alors le calcul de la courbe F, celle-ci s'accordait avec la courbe observée dans les limites des erreurs expérimentales. Depuis lors, la technique des mesures a été considérablement améliorée et les derniers résultats semblent même montrer que nous avons surestimé la possibilité d'erreurs dans nos premières déterminations de F. Il est néanmoins évident qu'il faut être très prudent dans l'établissement de conclusions relatives aux plus fins détails fournis par une méthode d'analyse. La formule

$$U_n = \frac{4\pi r}{a} \sum_1^{\infty} \frac{2nF_n}{a} \sin \frac{2\pi nr}{a},$$

que l'on emploie dans l'analyse de Fourier, converge très lentement, puisque les coefficients successifs  $F_n$  sont multipliés par  $n$ . La courbe F observée doit être extrapolée jusqu'en un point où l'on

suppose que  $F$  tombe à zéro et la forme précise de la courbe est très sensible à la façon dont cette extrapolation est effectuée.

Les courbes de la figure 10 illustrent la mesure dans laquelle l'analyse peut être considérée comme donnant des renseignements

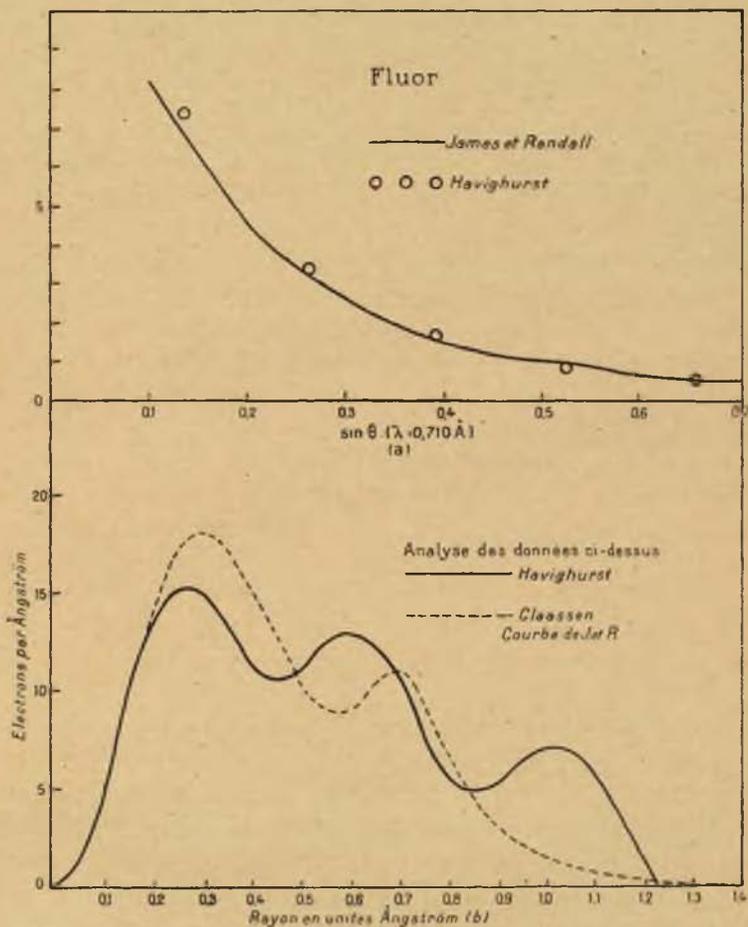


Fig. 10.

sur la distribution réelle de la matière diffusante dans l'atome. La courbe de la figure 10 a donne les valeurs de  $F$  pour le fluor, obtenues par James et Randall [17]. Les cercles indiquent des points déduits par Havighurst de mesures sur Ca Fl, Li Fl, Na Fl;

on voit que les deux séries de données expérimentales s'accordent d'une manière très satisfaisante. Dans la figure 10 *b* j'ai montré d'un côté l'interprétation que Havighurst a donnée de la courbe *F* tracée par ses points et d'un autre côté une analyse faite par Claassen [46] de la courbe de James et Randall, en employant la méthode de Fourier. En grands traits, les distributions sont les mêmes, mais les pics se présentent à des endroits tout différents.

Compton (*X-rays and Electrons*, p. 167) en discutant ses desseins de distribution radiale, fit remarquer que de petites différences dans les courbes *F* conduisent à de grandes différences dans les détails des courbes et qu'on ne peut donc pas avoir grande confiance dans ces détails. Havighurst [32] a donné dans son travail sur la distribution des électrons dans les atomes une discussion approfondie de la signification de l'analyse. Actuellement, nos données ne sont encore ni suffisamment précises, ni suffisamment nombreuses. Cependant, nous sommes si près d'atteindre une précision suffisante et les résultats de l'analyse paraissent indiquer si nettement son exactitude fondamentale qu'il semble bien qu'il vaille la peine de poursuivre l'examen. En opérant avec des longueurs d'onde plus courtes et à des températures basses, où le mouvement thermique est faible, et où l'on peut mesurer des valeurs de *F* sur une grande étendue, nous obtiendrions des images précises de la structure atomique elle-même. Une fois que nous disposerons de données précises, la méthode d'analyse de Fourier nous donnera le moyen de les utiliser.

La distribution radiale du pouvoir diffusif ainsi esquissée est, d'une manière générale, conforme à tout modèle atomique raisonnable. Nous avons vu, en particulier, que les courbes *F*, et par conséquent aussi les distributions radiales du modèle de Thomas, sont approximativement d'accord avec celles réellement observées. S'il est vrai que la diffusion du rayonnement cohérent doit être calculée dans tous les cas par la densité de distribution de Schrödinger, nous aurions à contrôler notre modèle par rapport à cette distribution.

Une tentative intéressante dans ce sens a récemment été faite par Pauling (33), qui fit certaines hypothèses simplificatrices pour obtenir approximativement une densité de distribution de Schrö-

dinger pour des atomes polyélectroniques. J'ai reproduit dans la figure 11 quatre systèmes de courbes. Les distributions électroniques radiales déduites par Havighurst et Compton sont repré-

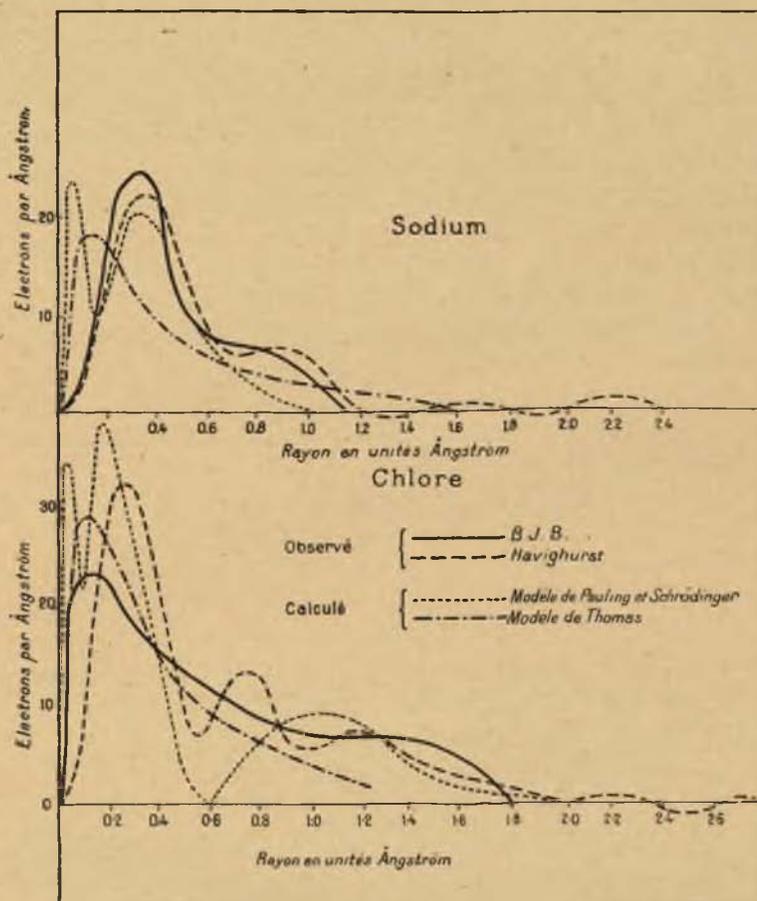


Fig. 11.

sentées par une seule courbe, parce qu'elles sont à fort peu près semblables. La figure montre en même temps notre première analyse de distribution électronique. A côté de ces courbes, j'ai représenté la distribution généralisée du modèle de Thomas et la distribution de densité d'après Schrödinger, calculée par Pauling.

Nous ne sommes évidemment pas encore arrivés à ce point que nous pouvons être satisfaits de la concordance entre la théorie et l'expérience; néanmoins, le succès déjà obtenu constitue un bon encouragement et nous engage à poursuivre nos recherches.

### 8. — LA RÉFRACTION DES RAYONS X.

A la demande de M. Lorentz, j'ai ajouté à mon rapport une courte note sur la réfraction des rayons X, parce que ce phénomène est très intimement lié à la question de l'intensité de la réflexion et de la diffusion et est un autre exemple du succès de l'application des lois classiques. Le phénomène de diffraction traité ci-dessus (intensité de la réflexion) provient de la diffusion du rayonnement cohérent dans toutes les directions par les atomes du cristal. L'indice de réfraction peut être considéré comme dû à la diffusion dans la direction de propagation du rayonnement cohérent, qui interfère avec le faisceau primaire. La distribution de la matière diffusante ne joue aucun rôle; le corps peut donc être cristallin ou amorphe. La détermination de l'indice de réfraction constitue donc une mesure directe de la quantité de rayonnement cohérent qui est diffusée dans la direction de propagation du faisceau incident.

1. Il paraît que Darwin [2] fut le premier à faire observer que la théorie assigne aux rayons X un indice de réfraction différent de l'unité de 1 milliardième environ. Il prédit qu'on trouverait un très faible écart à la loi de réflexion

$$n\lambda = 2d \sin \theta_0;$$

le véritable angle  $\theta$  serait donné par la formule

$$\theta - \theta_0 = \frac{1 - \mu}{\sin \theta \cos \theta}.$$

La manière dont Ewald [34], indépendamment de Darwin, traita le problème de la réflexion des rayons X, le conduisit à un résultat équivalent, bien qu'il eût attaqué le problème par une toute autre voie.

On sait que la première preuve expérimentale de l'existence d'un indice de réfraction fut fournie par un écart aux lois de la réflexion. Stenström [35] observa des différences dans la longueur d'onde apparente de rayons X mous ( $3 \text{ \AA}$ ), telle qu'elle était mesurée dans les divers ordres, et ces différences purent être expliquées par les lois d'Ewald sur la réflexion des rayons X. L'augmentation de la précision dans les mesures en spectroscopie des rayons X apprit que des écarts semblables à la simple loi de réflexion se présentent pour les rayons durs, bien que ces écarts soient beaucoup plus faibles que dans la région ordinaire des rayons X. Les écarts furent décelés ainsi pour des rayons durs par Duane et Patterson [36] et par Siegbahn et Hjalmar [37]. Il est difficile de déduire l'indice de réfraction de la mesure de ces écarts de la façon ordinaire, parce qu'ils sont tellement petits, mais Davis [38] [39] imagina une méthode très ingénieuse d'augmenter considérablement l'effet. On polit un cristal de telle façon que les rayons réfléchis par les plans atomiques entrent ou sortent sous un angle très petit, de manière à subir une déviation relativement grande.

Compton (40) découvrit la réflexion totale des rayons X et mesura de cette façon l'indice de réfraction. Cet indice est légèrement inférieur à l'unité; des rayons X tombant sur une surface plane du corps sous un angle de réflexion rasante très petit sont donc réfléchis totalement et du rayonnement rien n'entre dans le corps. Compton montra que, bien que l'indice de réfraction soit si voisin de 1, l'angle de rencontre critique est pourtant appréciable.

Enfin, l'effet direct de la réfraction par un prisme fut observé par Larsson, Siegbahn et Waller [41]. Des rayons X entraînent par l'une des faces d'un prisme de verre sous un angle très petit et subissaient une déviation mesurable. Ils ont pu obtenir de cette manière le spectre de dispersion des rayons X.

2. Dans tous les cas où la fréquence des rayons X est grande en comparaison de toute fréquence caractéristique de l'atome, l'indice de réfraction mesuré par une quelconque de ces méthodes est parfaitement d'accord avec la formule

$$1 - \mu = \frac{\pi e^2}{2\pi m \nu^2}$$

où  $n$  est le nombre d'électrons par unité de volume du corps,  $e$  et  $m$  sont les constantes électroniques et  $\nu$  est la fréquence du rayonnement incident. Cette formule dérive immédiatement de la théorie de dispersion classique de Drude-Lorentz, dans le cas limite où la fréquence du rayonnement est grande en comparaison des « périodes libres » des électrons dans l'atome. Elle peut être mise sous la forme

$$1 - \mu = 2,71 \cdot 10^{-6} \frac{\rho Z}{\lambda} \lambda^2,$$

où  $\lambda$  est la longueur d'onde (en angströms) de la radiation incidente,  $\rho$  la densité de la substance,  $\frac{Z}{A}$  la valeur moyenne du rapport du nombre atomique au poids atomique pour ses divers constituants (pour tous les atomes légers ce rapport est à peu près égal à 0,5). La formule étant mise sous cette forme, on voit aisément quel est l'ordre de grandeur de  $1 - \mu$ . L'angle critique de réflexion totale est donné par

$$\cos \theta = \mu,$$

d'où résulte

$$\theta = \sqrt{\frac{ne^2}{\pi m \nu^2}}.$$

Si l'on exprime  $\theta$  en minutes d'arc et si  $\lambda$  est exprimé en angströms comme devant,

$$\theta = 8,0 \lambda \sqrt{\frac{\rho Z}{A}}.$$

Des mesures d'indices de réfraction ont été faites par Compton et Doan en appliquant la méthode de la réflexion totale, par Davis, Hatley et Nardroff en employant la réflexion dans un cristal, et par Larsson, Siegbahn et Waller au moyen d'un prisme. Une grande variété de substances ont été examinées en employant des longueurs d'ondes comprises entre 0,5 et 2 Å. La précision dans la détermination expérimentale de  $1 - \mu$  est de l'ordre de 1 à 5 pour 100. Aussi longtemps qu'on n'est pas trop près des fréquences critiques de l'atome, les résultats s'accordent avec la formule ci-dessus dans les limites des erreurs expérimentales. Tout comme dans les mesures d'intensité de réflexion les courbes  $F$  tendent, pour de petits angles, vers une limite égale au nombre d'électrons dans l'atome, de sorte que ces mesures d'indice de

réfraction, lorsqu'on les interprète à la lumière de la théorie classique, conduisent à un dénombrement très exact des électrons dans les unités diffusantes.

3. Un champ d'études particulièrement intéressant a été ouvert par les mesures d'indices de réfraction pour des longueurs d'onde voisines de la fréquence critique de l'atome. C'est un fait frappant que la simple formule de dispersion

$$\mu - 1 = \frac{e^2}{2\pi m} \sum_1^n \frac{n_s}{v_s^2 - v^2}$$

donne dans cette région encore pour l'indice de réfraction des valeurs qui s'accordent avec les valeurs expérimentales, sauf quand on se trouve dans le voisinage immédiat de la fréquence critique. Davis et Nardroff firent réfléchir des rayons  $\text{Cu}_{K\alpha}$  et  $\text{Cu}_{K\beta}$  sur de la pyrite de fer et trouvèrent que les indices de réfraction pouvaient être reproduits en substituant dans les formules des constantes correspondant aux deux électrons K du fer et prenant pour fréquence celle de la discontinuité K. Une série de mesures par la méthode de la réflexion totale fut faite récemment par R. L. Doan [44]. Les données, très précises, confirment la conclusion que la théorie de la dispersion de Drude-Lorentz représente bien les faits, non seulement dans des régions éloignées du bord d'absorption, mais aussi dans quelques cas où le rayonnement est voisin de la fréquence naturelle de certains groupes d'électrons. L'existence de deux électrons K dans la pyrite est très nettement indiquée. Kallmann et Mark [43] ont étudié plus à fond la forme de la courbe de dispersion dans le voisinage des fréquences critiques. La variation du pouvoir diffusif d'un atome lorsque la fréquence du rayonnement diffusé passe par une valeur critique est évidemment un autre aspect de cette dispersion anormale; l'expérience de Mark et Szilard, qui montra cet effet, a été décrite plus haut. Nous avons donc de nombreuses preuves que les mesures d'indice de réfraction deviendront à l'avenir un des moyens les plus fructueux pour étudier la manière dont l'atome réagit à des radiations incidentes dont la fréquence est très voisine d'une de ses propres fréquences caractéristiques.

## Bibliographie.

1. M. v. LAUE, *Bayr. Akad. d. Wiss.*, Math. phys. KI, 1912, p. 303
2. C. G. DARWIN, *Phil. Mag.*, t. 27, 1914, p. 315, 675.
3. P. P. EWALD, *Ann. d. Phys.*, t. 54, 1918, p. 519.
4. P. DEBYE, *Ann. d. Phys.*, t. 43, 1914, p. 49.
5. W. H. BRAGG, *Phil. Mag.*, t. 27, 1914, p. 881.
6. W. H. BRAGG, *Phil. Trans. Roy. Soc.*, 1915, p. 215, 253.
7. A. H. COMPTON, *Phys. Rev.*, t. 9, 1917, p. 29 et t. 10, p. 95.
8. W. L. BRAGG, R. W. JAMES et C. H. BOSANQUET, *Phil. Mag.*, t. 41, 1921, p. 309; t. 42, 1921, p. 1; t. 44, 1922, p. 433.
9. C. G. DARWIN, *Phil. Mag.*, t. 43, 1922, p. 800.
10. R. J. HAVIGHURST, *Phys. Rev.*, t. 28, 1926, p. 5, 869 et 882.
11. L. HARRIS, S. J. BATES et D. A. MAC INNES, *Phys. Rev.*, t. 28, 1926, p. 235.
12. J. A. BEARDEN, *Phys. Rev.*, t. 27, 1926, p. 796; t. 29, 1927, p. 20.
13. BERGEN DAVIS et W. M. STEMPEL, *Phys. Rev.*; t. 11, 1921, p. 608.
14. H. MARK, *Naturwiss.*, t. 13, 1925, n° 49-50, p. 1042.
15. L. H. THOMAS, *Proc. Camb. Phil. Soc.*, t. 23, 1927, p. 5, 542.
16. A. CLAASSEN, *Proc. Phys. Soc.*, London, t. 38, 1926, p. 5, 482.
17. R. W. JAMES et J. T. RANDALL, *Phil. Mag.*, t. 1, 1926, p. 1202.
18. J. A. WASASTJERNA, *Comm. Fenn.*, t. 2, 1925, p. 15.
19. W. L. BRAGG, C. G. DARWIN et R. W. JAMES, *Phil. Mag.*, (7), t. 1, 1926, p. 897.
20. W. DUANE, *Proc. Nat. Acad. sci.*, t. 11, 1925, p. 489.
21. R. J. HAVIGHURST, *Proc. Nat. Acad. sci.*, t. 11, 1925, p. 502.
22. W. L. BRAGG et J. WEST, *Roy. Soc. Proc.*, (A), t. 111, 1926, p. 691.
23. CORK, *Phil. Mag.*
24. I. WALLER, *Upsala Univ. Arsskr.*, 1925; *Ann. d. Phys.*, (4), t. 83, 1927, p. 153.
25. R. W. JAMES et M<sup>lle</sup> E. FIRTH, *Roy. Soc. Proc.*
26. KALLMANN et H. MARK, *Zeit. f. Phys.*, t. 26, 1926, p. 2.
27. E. J. WILLIAMS, *Phil. Mag.*, t. 2, 1926, p. 657.
28. JAUNCEY, *Phys. Rev.*, (2), t. 29, 1927, p. 605.
29. D. R. HARTREE, *Phil. Mag.*, t. 50, 1925, p. 289.
30. I. WALLER, *Nature*, juillet 1927.
31. H. MARK et L. SZILARD, *Zeit. f. Phys.*, t. 33, 1925, p. 688.
32. R. J. HAVIGHURST, *Phys. Rev.*, t. 29, 1927, p. 1.
33. L. PAULING, *Roy. Soc. Proc.*, (A), t. 114, 1927, p. 181.
34. P. P. EWALD, *Phys. Zeitsch.*, t. 21, 1920, p. 617; *Zeitschr. f. Physik.*, t. 2, 1920, p. 332.

35. W. STENSTRÖM, *Exper. Unters. d. Röntgenspektra* (Thèse de doctorat), Lund, 1919.
36. DUANE et PATTERSON, *Phys. Rev.*, t. 16, 1920, p. 532.
37. M. SIEGBAHN, *Spektroskopie der Röntgenstrahlen*.
38. B. DAVIS et C. C. HATLEY, *Phys. Rev.*, t. 23, 1924, p. 290.
39. B. DAVIS et R. VON NARDROFF, *Phys. Rev.*, t. 23, 1924, p. 291.
40. A. H. COMPTON, *Phil. Mag.*, t. 45, 1923, p. 1121.
41. LARSSON, SIEGBAHN et WALLER, *Naturwiss.*, t. 12, 1925, p. 1212.
42. I. WALLER, *Interferenz und Dispersionstheorie der Röntgenstrahlen*.
43. H. KALLMANN et H. MARK, *Ann. d. Physik*, t. 82, 1927, p. 585.
44. R. L. DOAN, *Phil. Mag.*, t. 20, 1927, p. 101.

On trouve un rapport très complet sur les travaux relatifs à l'intensité de la réflexion dans l'Ouvrage de Compton « X-rays and Electrons » et dans l'article d'Ewald « Aufbau der festen Materie und seine Erforschung durch Röntgenstrahlen » dans le tome 24 (section 18) du *Handbuch der Physik* de H. GEIGER et K. SCHEEL.

## DISCUSSION DU RAPPORT DE M. BRAGG

M. DEBYE. — Jusqu'à quel point pouvez-vous conclure à l'existence d'une énergie au zéro absolu ?

M. BRAGG. — Waller et James ont envoyé récemment à la Royal Society un mémoire dans lequel ils discutent la relation entre l'influence de la température sur l'intensité de la réflexion (effet Debye) et les constantes élastiques du cristal. En se servant de la valeur expérimentalement déterminée du coefficient de Debye, ils déduisent de la diffusion par l'atome à la température de l'air liquide (86° abs.) la diffusion par un atome au repos. La courbe déduite pour la diffusion par un atome parfaitement immobile peut évidemment prendre deux formes, suivant qu'en interprétant les résultats de l'expérience on admet, ou non, l'existence d'une énergie au zéro absolu.

Si l'on admet l'existence d'une pareille énergie, la courbe déduite des résultats expérimentaux s'accorde avec celle calculée par Hartree en appliquant la mécanique de Schrödinger. L'accord est réellement très bon pour le sodium comme pour le chlore. D'un autre côté, la courbe que l'on obtient si l'on n'admet pas d'énergie au zéro absolu s'écarte considérablement de la courbe calculée d'une quantité qui dépasse l'erreur expérimentale possible.

Si ces résultats expérimentaux <sup>(1)</sup> sont confirmés par de nouvelles expériences, ils fournissent une preuve directe et convaincante de l'existence d'une énergie au zéro absolu.

M. DEBYE. — L'effet ne serait-il pas plus grand si l'on faisait les expériences sur le diamant ?

---

<sup>(1)</sup> *Note ajoutée le 5 avril 1928.* Les résultats auxquels il est fait allusion ici viennent d'être publiés en détail par MM. James, Waller et Hartree dans un mémoire intitulé : « An Investigation into the Existence of Zero-point Energy in the Rock-salt Lattice by an X-ray Diffraction Method » (*Proc. Roy. Soc., A*, t. 118, 1928, p. 334).

M. BRAGG. — Dans le cas du diamant, il est difficile d'interpréter les résultats obtenus en employant un cristal unique, parce que la structure est très parfaite et que « l'extinction » est forte. Il faudrait opérer sur de la poudre de diamant. Mais je ne saurais dire s'il serait aisé de trouver qu'il existe une énergie au zéro absolu dans le diamant; je devrais encore y songer.

M. FOWLER. — Voici comment Hartree calcule les champs atomiques. Partant du champ atomique de Thomas, pris comme première approximation, il calcule les fonctions de Schrödinger pour un électron placé dans ce champ, puis la densité de l'électricité dans l'atome, correspondant aux fonctions de Schrödinger, et ensuite le champ atomique correspondant, qui différera de celui de Thomas. Par approximations successives on modifie le champ jusqu'à ce que les calculs fournissent le champ qui a servi de point de départ. Cette méthode donne de très bonnes valeurs pour les niveaux relatifs aux rayons X et aux rayons visibles et conduit à l'atome que M. Bragg a considéré pour le comparer avec les expériences.

M. HEISENBERG. — Comment pouvez-vous dire que la méthode de Hartree donne des résultats exacts, si elle n'en a pas donné pour l'atome d'hydrogène ? Dans le cas de l'hydrogène les fonctions de Schrödinger doivent être calculées à l'aide de son équation différentielle, dans laquelle on introduit seulement le potentiel électrique dû au noyau. On ne trouverait pas de bons résultats si à ce potentiel on ajoutait celui qui provient d'une distribution d'électricité par laquelle on aurait remplacé l'électron. On ne peut donc obtenir des résultats exacts qu'en prenant la densité électrique de tous les électrons, sauf celui dont on veut calculer le mouvement. La méthode de Hartree est certainement très utile et je n'ai rien à lui objecter, mais c'est essentiellement une approximation.

M. FOWLER. — A ce que je viens de dire je puis ajouter que Hartree omet toujours avec soin le champ de l'électron lui-même dans chaque état, de sorte que, quand il considère un électron L, par exemple, la partie centrale du champ de l'atome tout entier est diminuée du champ d'un électron L, pour autant que celui-ci

puisse être considéré comme central. La méthode de Hartree serait donc tout à fait exacte pour l'hydrogène et en fait il a montré qu'elle est extrêmement près d'être exacte pour l'hélium. (On trouve une discussion théorique récente de la méthode de Hartree, faite par Gaunt, dans *Proc. Camb. Phil. Soc.*, t. 24, 1928, p. 328.)

M. PAULI. — A mon avis on ne doit pas faire les calculs, comme dans la mécanique ondulatoire, en considérant une densité  $[\psi(x, y, z)]^2$  dans un espace à trois dimensions, mais considérer une densité à plusieurs dimensions

$$[\psi(x_1, y_1, z_1, \dots, x_N, y_N, z_N)]^2,$$

qui dépend des  $N$  particules dans l'atome. Pour des ondes suffisamment courtes l'intensité du rayonnement diffusé cohérent est alors proportionnelle à

$$\int \dots \int \sum_1^N e^{\frac{2\pi i}{\lambda} (\vec{n}_d - \vec{n}_u, r_k)} |\psi(x_1, \dots, z_N)|^2 dx_1 \dots dz_N,$$

où  $\lambda$  est la longueur d'onde du rayonnement incident,  $\vec{n}_u$  un vecteur unité dans la direction de sa propagation,  $\vec{n}_d$  le vecteur unité correspondant pour le rayonnement diffusé; la somme doit être étendue à toutes les particules. Le résultat que l'on obtient en supposant une densité tridimensionnelle ne saurait être rigoureusement exact; il ne peut l'être qu'à un certain degré d'approximation.

M. LORENTZ. — Comment avez-vous calculé la diffusion des rayons par une charge qui est distribuée sur un espace comparable au volume occupé par l'atome ?

M. BRAGG. — Pour interpréter les résultats de l'observation comme produits par une distribution moyenne de la matière diffusante, nous avons appliqué la formule classique de J. J. Thomson pour l'amplitude de l'onde diffusée par un seul électron.

M. COMPTON. — Si nous supposons qu'il y a toujours un rapport

constant entre la charge et la masse de l'électron le résultat du calcul classique de la réflexion cristalline est exactement le même que cette charge et cette masse soient supposées concentrées dans des particules (électrons) ou distribuées irrégulièrement dans l'atome. L'intensité de réflexion est déterminée par la densité moyenne de la charge électrique dans des parties différentes de l'atome. Cela peut être représenté ou bien par la probabilité qu'une charge ponctuelle occupe cette région ou par la densité de volume d'une charge électrique distribuée d'une façon continue à travers cette région.

M. KRAMERS. — L'usage qu'on peut faire du modèle simple d'atome de Thomas dans la recherche des lois de la réflexion est extrêmement intéressant. Il ne serait peut-être pas inutile de chercher quel serait le résultat que l'on obtiendrait pour la distribution des électrons si, au lieu de se borner à considérer un seul centre d'attraction, on appliquait l'équation différentielle de Thomas à une infinité de centres distribués suivant un réseau cristallin. Le problème dont M. Bragg a parlé tantôt, celui du calcul de la distribution générale de la densité électronique autour du noyau d'un atome lourd, dans le cas où il y a plusieurs noyaux, comme dans un cristal, a-t-on déjà essayé de le résoudre ?

M. BRAGG. — Non, on ne s'est pas encore attaqué à ce problème que je n'ai fait que mentionner, parce qu'il est intéressant.

M. DIRAC. — Les courbes de diffusion dépendent-elles des rapports de phase entre les oscillations des différents atomes ?

M. BRAGG. — Non, parce que les résultats de nos expériences ne donnent que la diffusion moyenne produite dans chaque direction par un très grand nombre d'atomes.

M. DIRAC. — Qu'arriverait-il si vous aviez deux oscillateurs simples effectuant des vibrations harmoniques ? Produiraient-ils une autre diffusion en étant en concordance de phase qu'en étant en opposition ?

M. BORN. — La réponse exacte à la question de la diffusion par un atome est contenue dans la remarque de M. Pauli. Strictement parlant il n'y a pas de distribution tridimensionnelle de la charge qui puisse décrire exactement comment se comporte un atome; on a toujours à considérer la configuration d'ensemble de tous les électrons dans l'espace à  $3n$  dimensions. Un modèle à 3 dimensions ne donne jamais qu'une approximation plus ou moins grossière.

M. KRAMERS pose une question au sujet de l'influence de l'effet Compton sur la diffusion.

M. BRAGG. — J'ai déjà dit un mot à ce sujet dans mon rapport. En admettant un modèle d'atome de l'ancien type, Jauncey et Williams ont employé le critérium que la longueur d'onde est modifiée lorsque le rebondissement de l'électron diffusant est suffisant pour l'emporter tout à fait en dehors de l'atome. Williams fut le premier à appliquer ce critérium à des courbes de diffusion obtenues avec des cristaux. Il fit observer que tandis que la vitesse de l'électron de recul dépend à la fois de l'angle de diffusion et de la longueur d'onde, tout critérium que l'on emploie est une fonction de  $\frac{\sin \theta}{\lambda}$ , tout à fait comme les effets d'interférence dépendent de  $\frac{\sin \theta}{\lambda}$ . Cela fait que l'existence de l'effet Compton, en modifiant la courbe de diffusion, le fait d'une façon telle que nous pouvons toujours assigner une même courbe de diffusion à n'importe quel type d'atome, quelle que soit la longueur d'onde.

M. FOWLER. — Si j'ai bien compris, M. Bragg se sert de calculs théoriques de Waller qui n'ont pas encore été publiés. Lorsque de la lumière est diffusée par un atome conformément à l'interprétation donnée par M. Waller au moyen de la mécanique nouvelle, la quantité *totale* de lumière diffusée est donnée exactement par la formule classique de J. J. Thomson (sauf pour des rayons  $\gamma$  très durs). Cette lumière est constituée par le rayonnement diffusé cohérent et par la lumière modifiée (diffusion de Compton). Dans le théorème de la réflexion des rayons X seule la lumière diffusée cohérente doit être employée et l'est en effet, et cette lumière est

donnée exactement par les courbes F. comme celles proposées par Hartree. Ces courbes F pour la diffusion atomique sont évidemment données simplement par la diffusion classique pour chaque électron, diminuée par interférences.

M. BRAGG. — Je voudrais développer la remarque de M. Fowler en rappelant les conclusions de Waller et Wentzel brièvement esquissées dans mon rapport. La diffusion par l'un des électrons dans un atome reste en partie la même et est modifiée pour une autre partie. Entre certaines limites la quantité totale de rayonnement diffusée est donnée par la formule de J. J. Thomson. Une fraction  $f^2$  de cette quantité n'est pas modifiée,  $f$  étant un coefficient plus petit que l'unité, dépendant de l'interférence de la distribution spatiale de la charge suivant Schrödinger et calculé d'après les lois classiques de l'optique. La fraction  $1 - f^2$  restante n'est pas modifiée.

M. LORENTZ. — Il est, sans doute, extrêmement remarquable que la diffusion totale, composée de deux parties d'origine bien différente, corresponde à la formule de Thomson.

M. KRAMERS fait deux remarques :

1<sup>o</sup> M. Bragg ayant fait remarquer l'importance qu'il y aurait intérêt à avoir des données expérimentales plus nombreuses concernant la réfrangibilité des rayons X dans le voisinage de la limite d'absorption, je voudrais attirer l'attention sur des expériences faites récemment par M. Prins au laboratoire de M. le professeur Coster à Groningue. Au moyen de son appareil (les détails des expériences et les résultats obtenus sont décrits dans un mémoire publié récemment dans le *Zeitschrift für Physik*, t. 47, 1928, p. 474), M. Prins trouve dans une seule épreuve l'angle de réflexion totale qui correspond à une région étendue de fréquences. Dans la région de la limite d'absorption du métal il trouve un effet anormal, qui consiste principalement en une forte diminution de l'angle de réflexion totale du côté de la limite d'absorption situé vers les courtes longueurs d'onde. Cet effet s'explique aisément en tenant compte de l'influence de l'absorption sur la réflexion

totale, sans qu'il soit nécessaire d'entrer dans la question du changement de réfrangibilité des rayons X. En fait, l'absorption peut être décrite en considérant l'indice de réfraction  $n$  comme un nombre complexe, dont la partie imaginaire est liée d'une manière simple au coefficient d'absorption. En introduisant cette valeur complexe de  $n$  dans les formules bien connues de Fresnel pour l'intensité des rayons réfléchis, on trouve que la limite nette de réflexion totale a disparu et que la façon dont l'intensité des rayons réfléchis dépend de l'angle d'incidence est telle que l'expérience doit fournir un « angle de réflexion totale effectif » qui est plus petit que dans le cas où il n'y a pas d'absorption et qui décroît à mesure que l'absorption augmente.

Conformément à la théorie atomique on s'attendrait aussi à trouver, dans la région de la limite d'absorption, des anomalies dans la partie réelle de l'indice de réfraction, produisant une diminution semblable, bien que moins notable, de l'angle effectif de réflexion totale du côté du bord d'absorption tourné vers les grandes longueurs d'onde. M. Prins n'a pas encore réussi à montrer que cet effet résulte réellement des expériences <sup>(1)</sup>.

La théorie de ces anomalies dans la partie réelle de l'indice de réfraction constitue l'objet de ma deuxième remarque.

2° Considérons des ondes électromagnétiques planes et polarisées, dans lesquelles la force électrique peut être représentée par la partie réelle de  $E e^{2\pi i \nu t}$ , et tombant sur un atome que pour plus de simplicité nous supposerons isotrope. Les ondes font que l'atome agit comme un dipôle oscillant, donnant par développement en série de Fourier un terme à fréquence  $\nu$ . Représentons ce terme par la partie réelle de  $P e^{2\pi i \nu t}$ , où  $P$  est un vecteur complexe, qui a la même direction que le vecteur  $E$  auquel il est, d'ailleurs, proportionnel. Si nous posons

$$(1) \quad \frac{P}{E} = f + ig,$$

où  $f$  et  $g$  sont des fonctions réelles de  $\nu$ , les parties réelle et imaginaire de l'indice de réfraction d'une portion de matière sont

---

(1) En poursuivant ses recherches M. Prins a établi (février 1928) l'existence de cet effet, en concordance avec la théorie.

liées simplement aux fonctions  $f$  et  $g$  des atomes contenus dans cette portion.

Étendant le domaine des valeurs que  $\nu$  peut prendre dans la région négative et définissant  $f$  comme une fonction paire de  $\nu$ ,  $g$  comme une fonction impaire, on vérifie aisément que les formules de dispersion de la théorie classique de Lorentz et aussi celles de la mécanique quantique moderne sont équivalentes à la formule

$$(2) \quad f(\nu) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{g(\nu')}{\nu - \nu'} d\nu',$$

où le signe  $\int$  indique la valeur « principale » de l'intégrale.

Cette formule peut être appliquée aisément à des atomes présentant des régions d'absorption continue et est équivalente aux formules proposées pour ces cas par R. de Laer Kronig et par Mark et Kallmann. Il n'y a guère à douter que cette formule générale puisse être déduite de la mécanique quantique, si l'on tient dûment compte de l'absorption de rayonnement, en se basant sur la théorie de Dirac, par exemple.

D'un point de vue mathématique la formule (2) nous donne le moyen de construire une fonction analytique d'une variable complexe  $\nu$  qui est holomorphe au-dessous de l'axe réel et dont la partie réelle prend les valeurs  $g(\nu')$  sur cet axe. Si l'on considère  $\nu$  comme une variable réelle, l'équation intégrale (2) a comme solution

$$(3) \quad g(\nu) = -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{f(\nu')}{\nu - \nu'} d\nu',$$

ce qui montre que la partie imaginaire de l'indice de réfraction dépend de la partie réelle à peu près de la même façon que la partie réelle dépend de la partie imaginaire. Le fait que la fonction analytique  $f$  de la variable complexe  $\nu$  définie par (2) pour la moitié inférieure du plan complexe n'a aucune singularité dans ce demi-plan, signifie que les phénomènes de dispersion, quand on les étudie au moyen d'ondes dont l'amplitude croît d'une manière exponentielle ( $\nu$  complexe), ne peuvent jamais donner lieu à un comportement singulier des atomes.

M. COMPTON. — Les mesures d'indices de réfraction des

rayons X faites par Doan s'accordent mieux avec la formule de Drude-Lorentz qu'avec l'expression déduite par Kronig en se basant sur la théorie quantique de la dispersion.

M. DE BROGLIE. — Je voudrais attirer l'attention sur de récentes expériences effectuées par MM. J. Thibaud et A. Soltan <sup>(1)</sup>, qui touchent aux questions exposées par M. Bragg. Dans ces expériences, MM. Thibaud et Soltan ont mesuré par la méthode du réseau tangent la longueur d'onde d'un certain nombre de raies X dans le domaine 20 à 70 Å. Certaines de ces longueurs d'ondes avaient déjà été déterminées par M. Dauvillier en se servant de la diffraction sur des réseaux d'acides gras. Or, en comparant les résultats de Dauvillier avec ceux de Thibaud et Soltan, on s'aperçoit qu'il existe entre eux une divergence systématique croissant avec la longueur d'onde. Ainsi pour la raie  $K_{\alpha}$  du bore, Thibaud et Soltan trouvent 68 Å, alors que Dauvillier avait trouvé 73,5 Å, soit une différence de 5,5 Å. Cette divergence systématique paraît due à l'augmentation de l'indice de réfraction avec la longueur d'onde. L'indice, en effet, n'intervient pas dans la méthode du réseau tangent, tandis qu'il fausse d'une façon systématique les résultats obtenus par diffraction cristalline quand on emploie la formule de Bragg. MM. Thibaud et Soltan ont calculé en partant de l'écart entre leurs résultats et ceux de M. Dauvillier la valeur de l'indice de réfraction des acides gras vers 70 Å et trouvé

$$\delta = 1 - \mu = 10^{-2}$$

environ. Ceci est bien d'accord avec une loi de la forme  $\delta = K \lambda^2$ ; puisque dans le domaine X ordinaire les longueurs d'onde sont environ 100 fois plus petites,  $\delta$  est de l'ordre de  $10^{-6}$ . On pourrait objecter que, selon la loi de Drude-Lorentz, la présence entre 30 et 45 Å des discontinuités K de l'oxygène, de l'azote et du carbone devrait perturber la loi en  $\lambda^2$ . Mais dans le domaine X, la validité de la loi de Drude est douteuse et si l'on emploie à sa place la

---

(1) *C. R. Acad. Sc.*, t. 185, 1927, p. 642.

formule proposée par Kallmann et Mark <sup>(1)</sup>, l'accord avec les résultats expérimentaux est très bon. Notons enfin que l'existence d'un indice sensiblement différent de 1 peut contribuer à expliquer pourquoi les raies de grandes longueurs d'onde obtenues avec un réseau d'acides gras sont larges et diffuses.

M. LORENTZ fait une remarque au sujet de l'indice de réfraction d'un cristal pour les rayons de Röntgen et les déviations de la loi de Bragg. Il est clair que, d'après la théorie classique, l'indice doit être inférieur à l'unité, parce que les électrons contenus dans les atomes ont des fréquences propres plus petites que la fréquence des rayons, ce qui donne lieu à une vitesse de propagation supérieure à  $c$ . Mais pour qu'on puisse parler de cette vitesse, on doit se mettre au point de vue macroscopique, en faisant abstraction de la discontinuité moléculaire. Or, si l'on veut expliquer dans tous ses détails le phénomène de Laue, on doit considérer, par exemple, l'action des vibrations excitées dans les particules d'une couche cristallographique sur une particule d'une couche voisine. Cela donne lieu à des séries qu'on ne peut pas remplacer par des intégrales. C'est pour cela que j'ai trouvé quelque difficulté dans l'explication des écarts à la loi de Bragg.

M. DEBYE. — Ewald a essayé de faire de pareils calculs.

M. LORENTZ. — Il est très intéressant de constater qu'avec des rayons de Röntgen on trouve dans le voisinage d'un bord d'absorption des phénomènes semblables à ceux qui, dans l'optique classique, se produisent près d'une bande d'absorption. Il y a, cependant, entre les deux cas une profonde différence, le bord d'absorption ne correspondant pas à une fréquence qui existe réellement dans les particules.

---

(1) *Ann. d. Phys.*, t. 82, 1927, p. 585.



---

DISCORDANCES ENTRE L'EXPÉRIENCE  
ET LA  
**THÉORIE ÉLECTROMAGNÉTIQUE**  
**DU RAYONNEMENT**

PAR M. ARTHUR H. COMPTON

---

INTRODUCTION.

M. le professeur W. L. Bragg vient de discuter toute une série de phénomènes de rayonnement dans lesquels la théorie électromagnétique se vérifie. Il s'est même arrêté à quelques-uns de ces cas limites, comme la réflexion des rayons X par les cristaux, où la théorie électromagnétique du rayonnement nous donne, tout au moins approximativement, une interprétation correcte des faits, bien qu'il y ait des raisons de douter que ses prédictions soient réellement exactes. A moi est échue la tâche de plaider la cause contraire de la théorie électromagnétique du rayonnement vue du point de vue expérimental.

Je dois déclarer dès le début qu'en jouant ce rôle d'accusateur je n'ai pas l'intention de diminuer l'importance de la théorie électromagnétique dans son application à un grand nombre de problèmes. Mais ce n'est qu'en prenant connaissance des défauts, réels ou apparents, de cette grande théorie que nous pouvons espérer développer une théorie du rayonnement plus complètes capable de décrire les faits tels que nous les connaissons.

Les difficultés les plus sérieuses qui se présentent en rapport avec la théorie d'après laquelle le rayonnement consiste en ondes électromagnétiques se propageant dans l'espace conformément

aux exigences des équations de Maxwell, peuvent être classées sous cinq rubriques :

1. Y a-t-il un éther ? S'il y a des ondulations, il doit y avoir un milieu dans lequel ces ondulations se produisent. Or, en admettant l'existence d'un pareil milieu on se heurte à de grandes difficultés.

2. Comment les ondes sont-elles produites ? L'électrodynamique classique exige comme source d'une onde électromagnétique un oscillateur de même fréquence que les ondes qu'il émet. Or, d'après les résultats de l'étude des spectres il semble impossible qu'un atome contienne des oscillateurs de même fréquence que les rayons émis par cet atome.

3. L'effet photo-électrique. Ce phénomène est tout à fait anormal quand on le considère du point de vue des ondes.

4. La diffusion des rayons X et les électrons de recul, phénomènes dans lesquels nous trouvons des écarts des prédictions de la théorie des ondes classiques, écarts qui vont graduellement croissant à mesure que la fréquence augmente.

5. Expériences sur les interactions individuelles entre les quanta de rayonnement et les électrons. Si les résultats des expériences de ce genre sont dignes de confiance, ils semblent montrer nettement que des quanta de rayonnement individuels, d'énergie  $h\nu$ , se propagent dans des directions déterminées.

#### L'HYPOTHÈSE DES PHOTONS.

Pour montrer clairement les difficultés que l'on rencontre dans l'application de la théorie classique du rayonnement, il sera utile de rappeler qu'il existe une théorie dans laquelle la lumière est constituée de particules. Il ne faut pas croire que les manières de voir des deux théories s'excluent nécessairement l'une l'autre. Il se pourrait bien que les deux conceptions fussent complémentaires. Il est possible que le corpuscule soit lié à l'onde à peu près de la même manière que la molécule à la matière en bloc ; ou bien il peut y avoir une onde pilote qui dirige les corpuscules transportant l'énergie. En tout cas, les phénomènes que nous venons de mentionner suggèrent l'hypothèse que le rayonnement est divisible

en unités possédant l'énergie  $h\nu$  et se propageant dans des directions déterminées avec la quantité de mouvement  $\frac{h\nu}{c}$ . Cela ressemble évidemment à l'ancienne conception de Newton, des corpuscules de lumière. Celle-ci fut ressuscitée sous sa forme actuelle par le professeur Einstein et défendue sous le nom de « théorie des neutrons » par Sir William Bragg; enfin, une nouvelle vie lui fut donnée par les récentes découvertes associées à la diffusion des rayons X.

En parlant de cette unité de rayonnement, je me servirai du nom de « photon » récemment suggéré par G. N. Lewis (1). Ce terme évite toute allusion à la nature de l'unité, comme celle contenue dans le nom « rayon aiguille », par exemple. Comparé aux expressions « élément de radiation » ou « quantum de lumière », il a l'avantage d'être bref et de ne pas impliquer une relation avec la mécanique des quanta, plus générale, ou la théorie quantique de la structure atomique.

#### LE RAYONNEMENT VIRTUEL.

Une autre conception de la nature du rayonnement qu'il sera désirable de soumettre au contrôle de l'expérience, est l'importante théorie de Bohr, Kramers et Slater, la théorie du rayonnement virtuel (2). Conformément à cette théorie un atome qui se trouve dans un état d'excitation émet continuellement un rayonnement virtuel, auquel on ne peut attribuer aucun des caractères d'une énergie. Aux atomes normaux sont associés des oscillateurs virtuels, dont les fréquences correspondent aux sauts de l'atome à tous les états stationnaires d'énergie supérieure. On peut se figurer ce rayonnement virtuel comme étant absorbé par ces oscillateurs virtuels et tout atome qui possède un oscillateur virtuel absorbant ce rayonnement virtuel a une certaine chance de sauter subitement à un état d'énergie plus élevé, correspondant à la fréquence de l'oscillateur virtuel particulier. En moyenne, si le rayonnement est complètement absorbé, le nombre de pareils

(1) G. N. LEWIS, *Nature*, 18 décembre 1926.

(2) N. BOHR, H. A. KRAMERS et J. C. SLATER, *Phil. Mag.*, t. 47, 1924, p. 785; *Zeitschr. f. Phys.*, t. 24, 1924, p. 69.

sauts à des niveaux d'énergie supérieure est égal au nombre d'atomes émetteurs passant d'états plus élevés à des états plus bas. Mais il n'y a pas de relation directe entre la chute d'un atome d'un état supérieur à un état inférieur et une élévation correspondante d'un second atome d'un état inférieur à un état supérieur. Dans cette manière de voir, l'énergie des atomes émetteurs ou des atomes absorbants n'est donc conservée que d'une façon statistique.

#### LE PROBLÈME DE L'ÉTHER.

La constance de la vitesse du rayonnement de diverses longueurs d'onde a longtemps été considérée comme l'un des arguments les plus puissants en faveur de la théorie ondulatoire de la lumière. Cette constance fait supposer la propagation d'une perturbation à travers un milieu, l'éther, fixe dans l'espace.

Si des expériences comme celles de Michelson et Morley devaient prouver l'existence d'un mouvement relatif par rapport à un tel milieu, cet argument serait considérablement renforcé. Car nous pourrions alors nous représenter la lumière comme ayant une vitesse déterminée par rapport à un axe fixe dans l'espace. Mais, abstraction faite des récentes expériences de Miller <sup>(1)</sup>, assez douteuses, on n'a jamais trouvé un pareil mouvement relatif. Nous nous trouvons donc dans cette position difficile de devoir imaginer un milieu dans lequel des perturbations se propagent à une vitesse déterminée, non pas par rapport à un système d'axes fixes, mais par rapport à tout observateur individuel, quel que soit son mouvement. Lorsque nous songeons aux propriétés compliquées que doit posséder un milieu pour qu'il puisse propager une perturbation de cette manière, nous trouvons que le milieu diffère si considérablement du simple éther dont nous sommes partis que l'analogie entre une onde dans un pareil milieu et la propagation d'une perturbation dans un milieu élastique est très lointaine. Il est de fait qu'on a souvent émis des doutes au sujet de l'utilité qu'il y a à conserver la notion de l'éther. Cependant, si la lumière est réellement un mouvement ondulatoire, dans le sens de Maxwell, il doit y avoir un milieu pour propager

---

(1) D. C. MILLER, *Nat. Acad. Sci. Proc.*, t. 11, 1925, p. 306.

le mouvement, sans quoi la notion d'onde n'aurait pas de signification. Cela fait qu'au lieu d'être un appui pour la théorie des ondes, la conception de l'éther est devenue un fardeau gênant dont la théorie des ondes a été incapable de se débarrasser.

Si, d'un autre côté, nous admettons la manière de voir suggérée par la théorie de la relativité, d'après laquelle il y a, pour le mouvement de la matière ou de l'énergie, une vitesse limite relativement à l'observateur, il n'est pas étonnant que l'on trouve une forme d'énergie qui se meut avec cette vitesse limite. Si nous abandonnons l'idée d'un éther, il est plus simple de supposer que cette énergie se meut sous forme de corpuscules plutôt que sous forme d'ondes.

#### L'ÉMISSION DU RAYONNEMENT.

Quand on remonte à l'origine d'un son, on trouve qu'il provient d'un oscillateur vibrant avec la fréquence du son lui-même. On peut dire la même chose des ondes électriques, comme les ondes de T. S. F., pour lesquelles la source de rayonnement est un flux d'électrons se déplaçant dans un fil d'un mouvement alternatif de va-et-vient. Mais si l'on remonte un rayon lumineux ou un rayon X jusqu'à sa source, on ne réussit pas à trouver un oscillateur ayant la même fréquence que le rayon lui-même. A mesure que nos connaissances de l'origine des raies spectrales deviennent plus complètes, nous voyons de plus en plus clairement que si nous devons attribuer des fréquences aux électrons dans les atomes, ces fréquences ne sont pas celles des radiations émises, mais les fréquences associées aux états stationnaires de l'atome. Ce résultat ne peut être concilié avec la théorie électromagnétique du rayonnement et l'on n'a jamais imaginé de mécanisme par lequel un rayonnement d'une fréquence déterminée peut être excité par un oscillateur d'une autre fréquence. La théorie ondulatoire du rayonnement est donc incapable d'expliquer l'origine des ondes.

L'origine du rayonnement est beaucoup plus simple si nous la considérons du point de vue des photons. Nous trouvons qu'un atome passe d'un état stationnaire caractérisé par une certaine énergie à un autre état d'énergie moindre et qu'à ce changement d'état est associée une émission de rayonnement. Qu'y a-t-il de

plus simple que de supposer que l'énergie perdue par l'atome est rayonnée sous forme d'un simple photon ? De ce point de vue il n'est nécessaire de rien dire de la fréquence du rayonnement. Nous n'avons à nous occuper que de l'énergie du photon, de sa direction d'émission et de son état de polarisation.

Le problème de l'émission du rayonnement prend une forme particulièrement intéressante quand nous considérons la production du spectre continu des rayons X <sup>(1)</sup>. Les expériences prouvent que l'intensité et la fréquence moyenne des rayons X émis dans des directions faisant avec celle du faisceau de rayons cathodiques des angles de moins de 90°, sont toutes deux plus grandes que sous des angles de plus de 90°. C'est précisément ce que fait prévoir l'effet Doppler, si l'on suppose que les rayons X sont émis par un radiateur qui se meut dans la direction des rayons cathodiques. Pour rendre compte de l'asymétrie observée entre les rayons qui se dirigent dans le sens des rayons cathodiques, et ceux qui se dirigent en sens contraire, il faut admettre que les particules émettant le rayonnement doivent se mouvoir avec une vitesse de l'ordre de 25 pour 100 de celle de la lumière. Cela signifie que les particules émettrices doivent être des électrons libres, puisqu'il faudrait une énergie de grandeur inadmissible pour mettre un atome en mouvement avec une pareille vitesse.

Mais nous rappellerons que le spectre continu des rayons X a une limite supérieure nette. Or, une pareille limite bien tranchée n'est possible dans la théorie des ondes que dans le cas où les rayons se propagent en trains d'ondes de longueur considérable, de sorte que l'interférence entre les ondes dans différentes parties du train peut être complète sous de petits angles de réflexion rasante par le cristal. Ceci suppose que l'oscillateur qui émet les rayons doit effectuer des vibrations de fréquence constante un grand nombre de fois pendant l'émission du rayon. On pourrait se figurer qu'une telle oscillation fût exécutée par un électron à l'intérieur d'un atome, mais cela est impossible pour un électron qui se meut à travers un assemblage irrégulier d'atomes avec une vitesse comparable à celle de la lumière.

---

<sup>(1)</sup> L'attention fut attirée pour la première fois sur la difficulté examinée ici par D. L. WEBSTER, *Phys. Rev.*, t. 13, 1919, p. 303.

Ainsi, l'effet Doppler présenté par les rayons X primaires exige que ces rayons soient émis par des électrons animés d'un mouvement rapide, tandis que la limite nette du spectre continu exige que ces rayons soient émis par un électron lié dans un atome.

Le seul moyen d'échapper à ce dilemme dans la théorie des ondes est de supposer que l'électron lui-même est capable d'effectuer des oscillations internes d'un caractère tel qu'il émette des radiations. Mais cela introduirait une complication indésirable dans notre conception de l'électron et donnerait aux rayons X continus une origine tout à fait différente de celle d'autres sources de rayonnement.

Ici encore la théorie des photons nous fournit une solution simple. Une des conséquences du principe adiabatique d'Ehrenfest, c'est que des photons émis par un radiateur mobile doivent présenter, tant au point de vue de la fréquence qu'au point de vue de l'intensité, le même effet Doppler qu'un rayon d'ondes (1). Mais, si nous supposons que des photons sont rayonnés par les électrons cathodiques mouvants, l'énergie de chaque photon doit être l'énergie perdue par l'électron et la limite du spectre des rayons X est nécessairement atteinte lorsque l'énergie du photon est égale à l'énergie initiale de l'électron, c'est-à-dire que

$$h\nu = eV.$$

Dans ce cas, si nous considérons l'état initial comme donné par un électron s'approchant d'un atome avec une grande énergie de mouvement, et l'état final comme donné par l'électron quittant l'atome avec une énergie cinétique moindre, nous voyons que l'émission du spectre continu de rayons X est un même genre de phénomène que l'émission de n'importe quel autre type de rayonnement.

#### ABSORPTION DU RAYONNEMENT.

Conformément à la théorie des photons, une absorption se produit lorsqu'un photon rencontre un atome et communique son énergie à cet atome. L'atome est alors porté à un état station-

---

(1) Voir par exemple A. H. COMPTON, *Phys. Rev.*, t. 21, 1923, p. 483.

naire d'énergie plus grande, ce qui est précisément l'inverse du processus d'émission.

Dans la théorie des ondes, l'absorption est nécessairement un processus continu, si nous admettons la conservation de l'énergie, puisqu'en aucun point du front de l'onde il n'y a assez d'énergie disponible pour faire passer l'atome subitement d'un état de faible énergie à un état d'énergie plus grande. Mais les preuves que nous avons sont fort en défaveur de l'idée que l'atome aurait pendant un temps considérable une énergie intermédiaire entre deux états stationnaires; et si de pareils états intermédiaires ne peuvent exister, une absorption graduelle de rayonnement est impossible. L'absorption d'énergie ondulatoire est donc incompatible avec l'idée d'états stationnaires.

Nous avons vu que, d'après la théorie du rayonnement virtuel, l'énergie des atomes émetteurs et celle des atomes absorbants ne sont conservées que d'une façon statistique. Il n'y a donc, conformément à cette manière de voir, aucune difficulté à supposer que l'atome absorbant saute brusquement à un niveau d'énergie plus élevé, même quand il n'a pas reçu du rayonnement l'énergie nécessaire pour faire un pareil bond. Grâce aux oscillateurs virtuels et au rayonnement virtuel, il est donc possible de concilier la théorie ondulatoire du mouvement avec l'absorption brusque d'énergie et de garder par conséquent l'idée des états stationnaires.

#### L'EFFET PHOTO-ÉLECTRIQUE.

On sait que l'hypothèse des photons fut introduite par Einstein pour rendre compte de l'effet photo-électrique <sup>(1)</sup>. L'idée que la lumière consisterait en unités séparées, ne pouvant être absorbées par les atomes que par unités donnant naissance chacune à un photo-électron, expliquait du coup le fait que le nombre des photo-électrons est proportionnel à l'intensité de la lumière, et la supposition que l'énergie de l'unité lumineuse est égale à  $h\nu$ , où  $h$  est la constante de Planck, permet de prédire l'énergie cinétique avec laquelle les photo-électrons doivent être expulsés, ainsi que

---

(1) A. EINSTEIN, *Ann. d. Phys.*, t. 17, 1905, p. 145.

l'exprime l'équation photo-électrique d'Einstein bien connue

$$(1) \quad mc^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right) = h\nu - \omega_p.$$

Sept années s'écoulèrent avant que des expériences faites par Richardson et Compton <sup>(1)</sup> et par Hughes <sup>(2)</sup> vinrent montrer que l'énergie des électrons émis est effectivement proportionnelle à la fréquence, à part une constante, et que le facteur de proportionnalité est voisin de la valeur de  $h$  déduite de la formule de rayonnement de Planck. Les expériences photo-électriques précises de Millikan, plus récentes, faites sur des métaux alcalins <sup>(3)</sup>, confirmèrent l'identité de la constante  $h$  de l'équation photo-électrique et de la constante de la formule de rayonnement de Planck. Les belles expériences de de Broglie <sup>(4)</sup> avec le spectrographe magnétique montrèrent que la même équation est applicable dans le domaine des fréquences des rayons X, à condition d'interpréter la fonction  $\omega_p$  comme le travail nécessaire pour extraire l'électron du  $p^{\text{ième}}$  niveau d'énergie de l'atome. Thibaud a employé ce résultat <sup>(5)</sup> pour comparer les vitesses des photo-électrons expulsés par des rayons  $\gamma$  de divers éléments, et il a montré ainsi que l'équation photo-électrique est valable avec précision, même pour les rayons  $\beta$  de très grande vitesse. Ainsi donc, la théorie des photons fait connaître exactement la vitesse des photo-électrons pour un vaste domaine de radiations, depuis la lumière de fréquence si faible qu'elle est à peine capable d'expulser des photo-électrons des métaux, jusqu'à des rayons  $\gamma$  qui font sortir des photo-électrons à une vitesse à peu près aussi grande que celle de la lumière.

La direction dans laquelle les photo-électrons sont émis n'est pas moins instructive que la vitesse. Des expériences dans lesquelles il fut fait usage de la méthode des nuages, perfectionnée par

<sup>(1)</sup> O. W. RICHARDSON et K. T. COMPTON, *Phil. Mag.*, t. 24, 1912, p. 575.

<sup>(2)</sup> A. L. HUGHES *Phil. Trans.*, A, t. 212, 1912, p. 205.

<sup>(3)</sup> R. A. MILLIKAN, *Phys. Rev.*, t. 7, 1916, p. 355.

<sup>(4)</sup> M. de BROGLIE, *Journ. d. Phys.*, t. 2, 1921, p. 265.

<sup>(5)</sup> J. THIBAUD, *Comptes rendus*, t. 179, 1924, p. 165, 1053 et 1322.

C. T. R. Wilson <sup>(1)</sup> et d'autres <sup>(2)</sup>, ont appris que la direction la plus probable dans laquelle le photo-électron est expulsé d'un atome, est à peu près la direction du vecteur électrique de l'onde incidente, mais avec une composante appréciable dans la direction du mouvement de progression de l'onde. Il y a, toutefois, une variation très considérable dans la direction de l'émission. Si nous représentons, par exemple, le nombre de photo-électrons émis sous différents angles en fonction de l'inclinaison du rayon primaire, nous trouvons, d'après Auger, la distribution représentée par la figure 1. Chacune des courbes de cette figure, correspondant

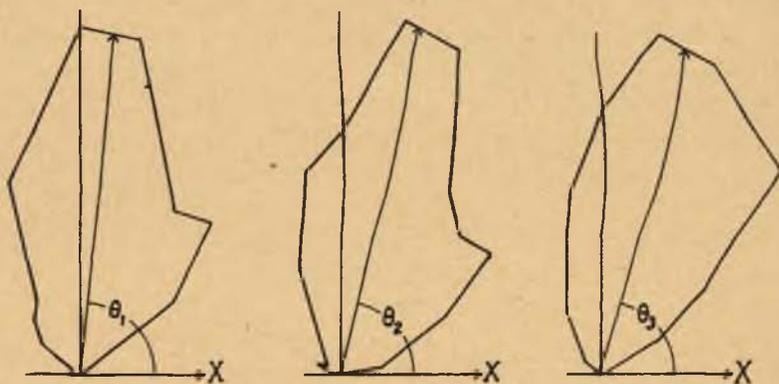


Fig. 1. — Distribution longitudinale des photo-électrons pour des rayons X de trois longueurs d'onde effectives différentes, d'après Auger.

à un potentiel différent, représente la distribution d'à peu près 200 trajectoires de photo-électrons. On voit qu'à mesure que le potentiel du tube à rayons X augmente, la composante moyenne en avant du mouvement des photo-électrons augmente aussi.

Si l'on se sert de rayons X polarisés, il y a une forte prépondérance des photo-électrons dans le plan qui contient le vecteur électrique des rayons incidents ou dans le voisinage de ce plan. La figure 2 montre la distribution trouvée par Bubb pour la

<sup>(1)</sup> C. T. R. WILSON, *Proc. Roy. Soc., A*, t. 104, 1923, p. 1.

<sup>(2)</sup> A. H. COMPTON, *Bull. Nat. Res. Coun.*, n° 20, 1922, p. 25. — F. W. BUBB, *Phys. Rev.*, t. 23, 1924, p. 137. — P. AUGER, *Comptes rendus*, t. 178, 1924, p. 1535. — D. H. LOUGHRIDGE, *Phys. Rev.*, t. 26, 1925, p. 697. — F. KIRCHNER, *Zeits. f. Phys.*, t. 27, 1926, p. 385.

direction des photo-électrons expulsés de l'air humide lorsqu'il est traversé par des rayons X qui ont été polarisés par une diffusion à angle droit sur un bloc de paraffine. Par suite d'une diffusion multiple dans la paraffine, les rayons diffusés ne sont pas complè-

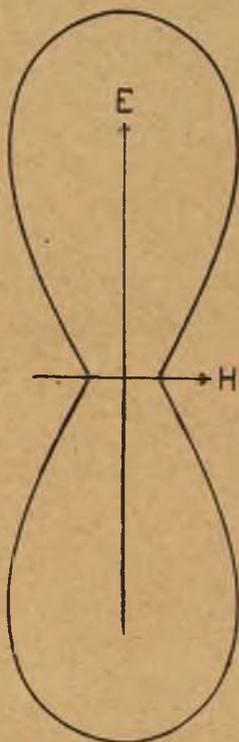


Fig. 2. — Distribution latérale des photo-électrons dans le cas des rayons X imparfaitement polarisés, d'après Bubb.

tement polarisés et cela suffit peut-être pour rendre compte du fait que quelques photo-électrons paraissent partir perpendiculairement au vecteur électrique. Cet effet obtenu avec les rayons X est certainement de caractère semblable à l'effet photo-électrique sélectif découvert, il y a plusieurs années déjà, par Pohl et Pringsheim, et dans lequel le nombre d'électrons expulsés par la lumière d'une surface liquide d'un alliage de sodium et de potassium est plus grand lorsque le vecteur électrique est dans

un plan perpendiculaire à la surface que lorsqu'il est parallèle à cette surface.

Des expériences récentes ont montré que la direction dans laquelle les photo-électrons sont expulsés par des rayons X est pour le moins à fort peu près indépendante de la substance d'où les électrons proviennent <sup>(1)</sup>.

DES ONDES ÉLECTROMAGNÉTIQUES PEUVENT-ELLES PRODUIRE  
DES PHOTO-ÉLECTRONS ?

Avant de discuter la production de photo-électrons du point de vue des quanta de rayonnement, nous allons voir quel est le succès de la tentative, qui a été faite, de rendre compte de cette production par la théorie des ondes électromagnétiques. Le fait que ces électrons sont émis à peu près dans la direction du vecteur électrique semble prouver que les photo-électrons sont expulsés par l'action directe du champ électrique des rayons incidents. Si tel était le cas, nous devrions nous attendre à ce que la vitesse des électrons expulsés fût d'autant plus grande que le rayonnement est plus intense, alors que l'expérience a montré que pour une même longueur d'onde, la lumière solaire ne produit pas des électrons plus rapides que la faible lumière d'une étoile. En outre, l'énergie disponible fournie par l'onde électromagnétique est tout à fait insuffisante. C'est ainsi que, dans une expérience récente, faite par Joffe et Dobronrawoff <sup>(2)</sup>, des rayons X étaient produits par le choc de  $10^4$  à  $10^5$  électrons par seconde contre un objet. Puisque, d'après la théorie électromagnétique, une pulsation de rayons X a une longueur de l'ordre de  $10^3$  ondes ou une durée de  $10^{-16}$  seconde, les pulsations de rayons X doivent s'être succédé à des intervalles de grande durée. On trouva cependant que des photo-électrons étaient émis par une particule de bismuth qui sous-tendait un angle solide de  $10^{-5}$  seulement. Il est évidemment impossible que toute l'énergie d'une pulsation de rayons X, étendue sur une onde sphérique, ait été fournie à cette seule particule de bismuth. Donc, dans la théorie des ondes, l'expulsion

<sup>(1)</sup> Voir E. A. OWEN, *Proc. Phys. Soc.*, t. 30, 1918, p. 133.

<sup>(2)</sup> A. JOFFE et N. DOBRONRAWOFF, *Zeits. f. Phys.*, t. 34, 1925, p. 889.

du photo-électron, qui a à peu près la même énergie que l'électron cathodique initial, ne peut avoir été effectuée par une simple pulsation. Ce ne peut donc être l'action directe du vecteur électrique de l'onde, prise dans le sens ordinaire, qui a expulsé l'électron.

Nous pouvons admettre, d'autre part, que l'énergie est absorbée graduellement dans la particule de bismuth de l'expérience de Joffe jusqu'à ce qu'une quantité  $h\nu$  ait été accumulée, qui est alors dépensée par l'expulsion du photo-électron.

J'ai déjà attiré l'attention sur le fait que cette hypothèse d'une absorption graduelle suppose l'existence d'états stationnaires de l'atome ne différant que par des degrés d'énergie infiniment petits, alors qu'il existe de fortes preuves en faveur de l'idée que l'atome ne peut rester que dans certains états stationnaires nettement définis. Mais ici de nouvelles difficultés se présentent. Pourquoi les photo-électrons ont-ils une tendance à partir dans la direction du champ électrique de l'onde incidente ? Si nous supposons que c'est l'absorption graduelle d'énergie d'une onde qui met l'électron en liberté, pourquoi existe-t-il une tendance de l'électron à partir avec une grande composante dans la direction de propagation de l'onde ? Puisque l'énergie est graduellement absorbée, l'impulsion en avant due à la pression du rayonnement doit être transmise à l'atome et non laissée à l'électron absorbant. L'hypothèse de l'accumulation est donc difficile à défendre.

#### PHOTONS ET PHOTO-ÉLECTRONS.

Dans la théorie des photons, il est possible de rendre compte d'une façon simple de la plupart des propriétés des photo-électrons. Nous avons vu qu'Einstein a pu prédire exactement la vitesse des photo-électrons, en supposant uniquement que l'énergie est conservée quand un photon agit sur un électron. Pour expliquer la direction de l'émission nous devons attribuer au photon quelques-unes des propriétés d'une pulsation électromagnétique. Bubb introduisit l'idée <sup>(1)</sup> d'accorder au photon une propriété

---

(1) F. W. BUBB, *Phys. Rev.*, t. 23, 1924, p. 137.

vectorielle semblable au vecteur électrique d'une onde électromagnétique, de sorte que quand le photon traverse un atome, les électrons et le noyau reçoivent des impulsions dans des directions opposées, perpendiculaires à la direction de propagation. Nous devons d'ailleurs nous attendre à trouver associé à ce vecteur électrique un vecteur magnétique. Donc, si un électron est mis en mouvement par le vecteur électrique du photon dans une direction perpendiculaire à la direction de propagation, le vecteur magnétique du photon doit agir sur l'électron mobile dans la direction de propagation. Cela est parfaitement analogue à la pression de rayonnement exercée par une onde électromagnétique sur un électron qu'elle traverse et signifie que la quantité de mouvement en avant du photon absorbé est transmise au photo-électron.

Dans le cas le plus simple où nous négligeons la quantité de mouvement initiale de l'électron dans son mouvement orbital dans l'atome, l'angle compris entre la direction du rayon incident et la direction d'expulsion est égal, d'après nos hypothèses, à

$$(2) \quad \theta = \text{tang}^{-1} \sqrt{\frac{\gamma}{\alpha}},$$

où  $\alpha = \frac{\gamma}{\lambda}$  et  $\gamma = \frac{h}{mc} = 0,0242 \text{ \AA}$ . La quantité  $\alpha$  est petite en comparaison de l'unité, sauf pour des rayons X très durs et des rayons  $\gamma$ . Ainsi, pour la lumière, l'équation (2) prédit l'expulsion de photo-électrons sous des angles d'environ  $90^\circ$ . Cela est d'accord (2) avec les données assez incertaines qui ont été obtenues avec de la lumière visible et de la lumière ultraviolette.

La seule vérification réellement significative de ce résultat est donnée par son application aux photo-électrons expulsés par des rayons X. Dans la figure 1, j'ai tracé les lignes  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  et  $\theta_3$  pour les trois courbes, sous les angles calculés par Auger d'après l'équation (2). On voit qu'elles ont, d'une façon très satisfaisante, la direction du maximum d'émission des photo-électrons. Des résultats semblables ont été obtenus par d'autres auteurs. Ceci peut être considéré comme preuve qu'un photon ne cède pas

(2) Voir A. PARTSCH et W. HALLWACHS, *Ann. d. Phys.*, t. 41, 1913, p. 247.

seulement son énergie, mais aussi sa quantité de mouvement au photo-électron.

L'honnêteté m'oblige à attirer l'attention sur une difficulté qui se présente dans cette explication du mouvement des photo-électrons. C'est l'échec des tentatives qui ont été faites en vue de rendre compte convenablement du fait que les photo-électrons sont émis dans un grand intervalle angulaire au lieu de l'être dans une direction déterminée, comme le ferait penser le calcul indiqué. La plus intéressante de ces tentatives est celle de Bubb (1), qui tient compte de la quantité de mouvement de l'électron un instant avant l'absorption du photon. Bubb trouve une dispersion des directions d'émission des photo-électrons du bon ordre de grandeur, mais qui est plus grande lorsque l'électron provient d'un atome lourd que lorsqu'il provient d'un atome léger. Or, nous avons vu que les expériences ont montré que cette dispersion des directions d'émission est sensiblement indépendante de l'élément qui a donné naissance au photo-électron.

Quelle que soit la cause de la dispersion des directions des mouvements des photo-électrons, on comprend aisément que si le temps pendant lequel le photon exerce une force sur l'électron est comparable à la période de l'électron dans son mouvement orbital dans l'atome, l'impulsion donnée à l'électron sera transmise en partie au noyau positif autour duquel l'électron se meut. Le fait que les électrons sont expulsés avec une composante en avant moyenne égale, dans les limites des erreurs expérimentales, à la quantité de mouvement du photon incident, signifie qu'aucune partie appréciable de cette quantité de mouvement n'est donnée au reste de l'atome. Cela n'est possible que si la durée de l'action du photon sur l'électron est courte en comparaison de la durée de révolution de l'électron dans son orbite.

#### L'EFFET PHOTO-ÉLECTRIQUE ET LE RAYONNEMENT VIRTUEL.

C'est un fait qui mérite d'être remarqué, qu'aucune de ces propriétés des photo-électrons n'est incompatible avec la théorie du rayonnement virtuel de Bohr, Kramers et Slater. Les difficultés

---

(1) F. W. BUBB, *Phil. Mag.*, t. 49, 1925, p. 824.

qui s'opposent à la théorie ondulatoire classique n'existent pas ici, puisque l'énergie et la quantité de mouvement ne sont conservées que statistiquement. Il n'y a toutefois, dans cette théorie, rien qui nous permette de faire des prédictions au sujet du mouvement des photo-électrons. Le degré de succès qu'a eu l'application de l'hypothèse des photons au mouvement de ces électrons est venu directement de l'application des principes de conservation à l'action individuelle d'un photon sur un électron. La puissance de ces principes, quand on les applique à ce cas, est surprenante, s'il est exact d'admettre qu'ils ne sont valables que statistiquement.

#### PHÉNOMÈNES ASSOCIÉS A LA DIFFUSION DES RAYONS X.

On sait actuellement qu'il y a tout un groupe de phénomènes associés à la diffusion des rayons X, que la théorie classique du rayonnement est incapable d'expliquer. Ces phénomènes peuvent être considérés sous les rubriques : 1<sup>o</sup> le changement de longueur d'onde des rayons X dû à la diffusion; 2<sup>o</sup> l'intensité des rayons X diffusés et 3<sup>o</sup> les électrons de recul.

Les premières expériences sur les rayons X secondaires et les rayons  $\gamma$  avaient montré une différence entre les pouvoirs de pénétration des rayons primaires et secondaires. Dans le cas des rayons X, Barkla et ses collaborateurs <sup>(1)</sup> montrèrent que les rayons secondaires émis par les éléments lourds consistent en grande partie en radiations de fluorescence caractéristiques du radiateur et que c'est la présence de ces rayons plus mous qui est principalement responsable de l'absorption plus forte des rayons secondaires. Lorsque des expériences plus récentes <sup>(2)</sup> eurent appris qu'il existe une différence de pénétration notable même pour des éléments légers, comme le carbone, qui ne donne pas de rayonnement de fluorescence K ou L, il fut naturel d'attribuer <sup>(3)</sup>

<sup>(1)</sup> C. G. BARKLA et C. A. SADLER, *Phil. Mag.*, t. 16, 1908, p. 550.

<sup>(2)</sup> C. A. SADLER et P. MESHAM, *Phil. Mag.*, t. 24, 1912, p. 138. — J. LAUB, *Ann. d. Phys.*, t. 46, 1915, p. 785.

<sup>(3)</sup> BARKLA et WHITE, *Phil. Mag.*, t. 34, 1917, p. 270. — J. LAUB, *Ann. d. Phys.*, t. 46, 1915, p. 785, etc.

cette différence à un nouveau type de rayonnement de fluorescence, semblable aux types K et L, mais de longueur d'onde plus courte. Cependant, des mesures d'absorption soignées <sup>(1)</sup> ne parvinrent pas à démontrer, pour ces radiations supposées J, l'existence d'une limite d'absorption critique semblable à celle correspondant aux radiations K et L. En outre, des observations spectroscopiques directes <sup>(2)</sup> ne fournirent aucune preuve de l'existence d'un spectre de raies dans des conditions où les rayons J supposés devaient apparaître. Il était démontré ainsi que la diminution de dureté des rayons X secondaires des éléments légers résulte d'un autre processus que celle des rayons secondaires provenant d'éléments lourds, donnant des rayons X de fluorescence.

Une série d'expériences d'absorption habilement projetées et réalisées par J. A. Gray <sup>(3)</sup> apprirent, d'autre part, qu'aussi bien dans le cas des rayons  $\gamma$  que dans celui des rayons X, la diffusion des rayons venant d'éléments légers est accompagnée d'une augmentation de la longueur d'onde.

C'est à cette époque que furent faites les premières recherches spectroscopiques des rayons X secondaires émis par des éléments légers <sup>(4)</sup>. D'après la théorie électronique ordinaire de la diffusion, il est clair que les rayons diffusés doivent être de même fréquence que les oscillations forcées des électrons qui les émettent et doivent, par conséquent, avoir la même fréquence que les ondes primaires qui mettent les électrons en mouvement. Or, au lieu de montrer des rayons diffusés de même longueur d'onde que les rayons primaires, ces spectres révélèrent l'existence dans les rayons secondaires de radiations correspondant à celles dans le rayon primaire, chaque raie étant toutefois déplacée légèrement vers les longueurs d'onde plus grandes.

Ce résultat aurait pu être déduit des mesures d'absorption de Gray; mais les mesures spectrales eurent l'avantage de fournir

---

<sup>(1)</sup> Voir par exemple, RICHTMYER et GRANT, *Phys. Rev.*, t. 15, 1920, p. 547.

<sup>(2)</sup> Voir par exemple, DUANE et SHIMIZU, *Phys. Rev.*, t. 13, 1919, p. 288; t. 14, 1919, p. 389.

<sup>(3)</sup> J. A. GRAY, *Phil. Mag.*, t. 26, 1913, p. 611; *Journ. Franklin Inst.*, novembre 1920, p. 643.

<sup>(4)</sup> A. H. COMPTON, *Bull. Nat. Res. Coun.*, n° 20, 1922; *Phys. Rev.*, t. 22, 1923, p. 409.

une mesure quantitative du changement de longueur d'onde, qui donna une base à son interprétation théorique.

Les expériences spectroscopiques qui montrèrent ce changement de longueur d'onde sont trop bien connues (1) pour qu'il soit nécessaire d'en parler ici. L'interprétation du changement de longueur d'onde par une déviation de photons par des électrons et par la transmission d'une partie de l'énergie de ces photons aux électrons diffusants nous est aussi devenue parfaitement familière. Cependant, en vue d'une discussion, je rappellerai que si nous considérons l'action mutuelle entre un simple photon et un simple électron, les principes de la conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement conduisent (2) à ce résultat que le changement de longueur d'onde du photon dévié est

$$(3) \quad \delta\lambda = \frac{h}{mc} (1 - \cos\varphi),$$

où  $\varphi$  est l'angle dont le photon est dévié. En même temps, l'électron est repoussé par le photon sous un angle  $\theta$  donné par

$$(4) \quad \cotg\theta = - (1 - \alpha) \tan\frac{1}{2}\varphi,$$

et l'énergie cinétique de l'électron reculant est

$$(5) \quad E_{\text{cin}} = h\nu \frac{2\alpha \cos^2\theta}{(1 - \alpha)^2 - \alpha^2 \cos^2\theta}.$$

Les expériences montrent dans le spectre des rayons diffusés deux raies correspondant à chacune des raies du rayon primaire. L'une de ces raies a exactement la même longueur d'onde que le rayon primaire et la seconde a, bien qu'elle soit un peu élargie, son centre de gravité légèrement déplacé de la quantité prédite par l'équation (3). D'après les expériences faites par Kallman et Mark (3) et par Sharp (4), la concordance entre le déplacement

(1) Voir par exemple, A. H. COMPTON, *Phys. Rev.*, t. 22, 1923, p. 409. — P. A. ROSS, *Proc. Nat. Acad.*, t. 10, 1924, p. 304.

(2) A. H. COMPTON, *Phys. Rev.*, t. 22, 1923, p. 483. — P. DEBYE, *Phys. Zeitschr.*, t. 24, 1923, p. 161.

(4) H. KALLMAN et H. MARK, *Naturwiss.*, t. 13, 1925, p. 297.

(5) H. M. SHARP, *Phys. Rev.*, t. 26, 1925, p. 691.

prédit et le déplacement observé, est exacte à une petite fraction de 1 pour 100 près.

#### LES ÉLECTRONS DE RECOL.

Par suite de l'accord quantitatif entre les longueurs d'onde théorique et observée des rayons diffusés, on eut quelque confiance dans les électrons de recul prédits par la théorie photonique de la diffusion. Lorsque cette théorie fut émise, il n'existait pas encore de preuve directe de l'existence de pareils électrons, bien que des preuves indirectes fissent supposer que les rayons  $\beta$  secondaires émis par la matière sous l'influence de rayons  $\gamma$  durs devaient être pour la plupart de ce type. Mais quelques mois seulement après leur prédiction, C. T. R. Wilson <sup>(1)</sup> et W. Bothe <sup>(2)</sup> annoncèrent, indépendamment l'un de l'autre, leur découverte. Les électrons de recul se présentent comme de courtes trajectoires, dirigées dans le sens des rayons X primaires, au milieu des trajectoires beaucoup plus longues des photo-électrons expulsés par les rayons X.

La raison la-plus convaincante, peut-être, que l'on a d'associer ces courtes trajectoires aux rayons X diffusés, vient de l'étude de leur nombre. Dans une photographie de nuage, chaque photo-électron représente un quantum d'énergie de rayon X réellement absorbé. Si les courtes trajectoires sont dues à des électrons de recul, chacune doit représenter la diffusion d'un photon. Le rapport  $\frac{N_r}{N_p}$  du nombre de trajectoires courtes à celui des longues trajectoires doit donc être le même que celui du rapport  $\frac{E_d}{E_a}$  de l'énergie diffusée à l'énergie réellement absorbée lorsque les rayons X traversent l'air. Le dernier rapport est connu par des mesures d'absorption et le premier peut être déterminé en comptant les trajectoires sur les photographies. La concordance satisfaisante entre les deux rapports <sup>(3)</sup> pour des

<sup>(1)</sup> C. T. R. WILSON, *Proc. Roy. Soc.*, t. 104, 1923, p. 1.

<sup>(2)</sup> W. BOTHE, *Zeitschr. f. Phys.*, t. 16, 1923, p. 319.

<sup>(3)</sup> A. H. COMPTON et A. W. SIMON, *Phys. Rev.*, t. 23, 1925, p. 306. — J. M. NUTTALL et E. J. WILLIAMS, *Manchester Memoirs*, t. 70, 1926, p. 1.

rayons X de diverses longueurs d'onde prouve qu'en moyenne il y a à peu près un quantum d'énergie diffusé pour chaque courte trajectoire produite.

Ce résultat est par lui-même contraire aux prédictions de la théorie ondulatoire classique, puisque d'après cette théorie, toute l'énergie fournie à un électron libre (abstraction faite de l'effet insignifiant de la pression du rayonnement) doit reparaître sous forme de rayons X diffusés. Dans ces expériences, au contraire, on ne trouve dans le mouvement des électrons de recul que 5 à 10 pour 100 de l'énergie qu'on trouve dans les rayons X diffusés.

Que ces courtes trajectoires associées aux rayons X diffusés correspondent aux électrons de recul prédits par la théorie photonique de la diffusion, cela résulte clairement d'une étude des énergies de ces électrons. L'énergie de l'électron qui produit une trajectoire peut être déduite de l'étendue de la trajectoire. Les longueurs des trajectoires qui partent dans différentes directions ont été examinées en employant des rayons X primaires de diverses longueurs d'onde, avec ce résultat que l'on a trouvé que l'équation (4) se vérifie bien.

Vu le fait que des électrons de ce type étaient inconnus à l'époque où la théorie photonique de la diffusion fut émise, leur existence et le bon accord avec les prédictions quant à leur nombre, leur direction et leur vitesse, fournissent une forte preuve en faveur des hypothèses de cette théorie.

#### INTERPRÉTATION DE CES EXPÉRIENCES.

Il est impossible de rendre compte des rayons diffusés à fréquence modifiée et de l'existence des électrons de recul en supposant que les rayons X consistent en ondes électromagnétiques dans le sens ordinaire. Quelque progrès a été fait dans la voie de cette explication en se basant sur des théories semi-classiques. C'est un fait intéressant que la longueur d'onde du rayon diffusé conformément à l'équation (2) varie avec l'angle tout à fait comme le fait prévoir l'effet Doppler, quand les rayons sont diffusés par un électron qui se meut dans la direction du rayon primaire. De plus, la vitesse

---

(1) A. H. COMPTON et A. W. SIMON, *Loc. cit.*

qui doit être attribuée à l'électron pour donner la bonne grandeur au changement de longueur d'onde, est celle que l'électron prendrait par la pression du rayonnement, s'il absorbait un quantum des rayons incidents. C'est pourquoi divers auteurs ont admis qu'un électron enlève au rayon incident un quantum entier du rayonnement incident et émet ensuite cette énergie sous forme d'une onde sphérique, pendant qu'il se meut à grande vitesse.

Cette idée que le rayonnement se produit sous forme d'ondes sphériques et que l'électron diffusant peut néanmoins recevoir tout à coup l'impulsion d'un quantum entier du rayonnement incident, est incompatible avec le principe de la conservation de l'énergie. Mais il y a encore une difficulté expérimentale plus sérieuse; c'est que cette théorie prédit des électrons de recul se mouvant tous dans la même direction et avec la même vitesse. Or, les expériences apprennent qu'il y a une grande multitude de directions et de vitesses, chaque vitesse étant liée à la direction par la relation exigée par l'hypothèse des photons. En outre, la portée maxima des électrons de choc, bien qu'elle soit d'accord avec les prédictions de la théorie des photons, est à peu près quatre fois plus grande que celle prédite par cette théorie semi-classique.

Il n'y a dans ces expériences, autant que je les ai décrites, rien qui soit incompatible avec l'idée d'oscillateurs virtuels qui diffusent continuellement du rayonnement virtuel. Pour rendre compte du changement de longueur d'onde dans cette manière de voir, Bohr, Kramers et Slater ont admis que les oscillateurs virtuels diffusent comme s'ils se mouvaient dans la direction du faisceau primaire; ils considèrent donc le changement de longueur d'onde comme un effet Doppler. Ils ont supposé ensuite qu'il arrive qu'un électron, sous l'action des rayons virtuels primaires, est subitement poussé en avant avec une quantité de mouvement grande en comparaison de l'impulsion reçue de la pression du rayonnement. Bien que nous ayons vu que tous les électrons de recul ne se meuvent pas dans le sens des rayons, mais dans un grand nombre de directions différentes, la théorie pourrait être aisément étendue de façon à contenir le type de mouvement réellement observé.

La seule objection que l'on puisse formuler contre cette théorie

du rayonnement virtuel, en rapport avec les phénomènes de diffusion observés sur une grande échelle, c'est qu'on ne voit pas facilement comment une pareille théorie pourrait par elle-même prédire le changement de longueur d'onde et le mouvement des électrons de recul. Ces phénomènes peuvent être prédits directement si l'on admet que la conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement s'appliquent aux actions du rayonnement sur les électrons individuellement; mais c'est là précisément que la théorie du rayonnement virtuel conteste la validité des principes de conservation.

Nous pouvons conclure que la théorie des photons prédit quantitativement, et dans tous ses détails, le changement de longueur d'onde des rayons X diffusés et les propriétés caractéristiques des électrons de recul. La théorie du rayonnement virtuel n'est probablement pas incompatible avec ces résultats, mais elle est incapable de les prédire. La théorie classique, par contre, est tout à fait incapable d'expliquer ces phénomènes.

#### L'ORIGINE DE LA RAIE NON MODIFIÉE.

La raie non modifiée est probablement due à des rayons X qui sont diffusés par des électrons retenus si fermement dans l'atome qu'ils ne sont pas expulsés par l'impulsion des photons déviés. Cette manière de voir suffit pour rendre compte de la plupart des caractères des rayons non modifiés, bien qu'on n'ait pas encore publié jusqu'à présent une théorie de leur origine quantitative satisfaisante <sup>(1)</sup>.

Il est probable qu'une explication détaillée de ces rayons comprendra certaines hypothèses concernant la nature et la durée de l'action mutuelle entre un photon et un électron, mais il est douteux que ces recherches puissent fournir de nouvelles preuves de l'existence des photons eux-mêmes.

La situation est à peu près la même pour ce qui regarde l'intensité des rayons X. Historiquement, ce fut le fait que la théorie

---

<sup>(1)</sup> Voir cependant, G. E. M. JAUNCEY, *Phys. Rev.*, t. 25, 1925, p. 314 et 723. — G. WENTZEL, *Zeits. f. Phys.*, t. 43, p. 1; t. 43, 1927, p. 779. — J. WALLER, *Nature*, 30 juillet 1927.

électromagnétique était incapable d'expliquer la faible intensité des rayons X diffusés, qui attira l'attention sur l'importance du problème de la diffusion. Mais les solutions que Breit <sup>(1)</sup>, Dirac <sup>(2)</sup> et d'autres <sup>(3)</sup> donnèrent de ce problème d'intensité, à distinguer de celui du changement de longueur d'onde, ne semblent pas avoir introduit de nouvelles idées concernant la nature du rayonnement ou du processus de diffusion. C'est pourquoi nous allons porter notre attention sur les expériences qui ont été faites sur l'interaction elle-même entre photons et électrons.

#### INTERACTIONS ENTRE LE RAYONNEMENT ET LES ÉLECTRONS INDIVIDUELS.

Les plus significatives des expériences qui montrent des écarts aux prédictions de la théorie ondulatoire classique sont celles qui étudient l'action du rayonnement sur des atomes ou des électrons individuels. Deux méthodes ont été reconnues convenables pour l'exécution de pareilles expériences, celle du dénombrement de points de Geiger et celle de la photographie de nuages par détente de Wilson.

1. *Recherche de coïncidences avec des rayons X de fluorescence.* — Both a réalisé une expérience <sup>(1)</sup> dans laquelle le rayonnement de fluorescence K d'une mince feuille de cuivre est excité par un faisceau de rayons X incidents. Les rayons émis sont si faibles que seulement 5 quanta d'énergie environ sont rayonnés par seconde. Deux compteurs de points sont montés, un de chaque côté de la feuille de cuivre, dans chacun desquels est produit et noté en moyenne 1 photo-électron pour à peu près 20 quanta rayonnés par la feuille. Si nous admettons que le rayonnement de fluorescence est émis par quanta d'énergie, mais se propage en ondes sphériques dans toutes les directions, il devrait y avoir donc à peu

(1) G. BREIT, *Phys. Rev.*, t. 27, 1926, p. 242.

(2) P. A. M. DIRAC, *Proc. Roy. Soc.*, A, 1926.

(3) W. GORDON, *Zeitschr. f. Phys.*, t. 40, 1926, p. 117. — E. SCHRÖDINGER, *Ann. d. Phys.*, t. 82, 1927, p. 257. — O. KLEIN, *Zeits. f. Phys.*, t. 41, 1927, p. 407. — G. WENTZEL, *Zeits. f. Phys.*, t. 43, 1927, p. 1 et 779.

(4) W. BOTHE, *Zeits. f. Phys.*, t. 37, 1926, p. 547.

près une chance sur 20 que le signalement d'un photo-électron dans l'une des chambres fût simultané avec le signalement d'un photo-électron dans l'autre.

Les expériences ne démontrèrent d'autres coïncidences que celles pouvant être expliquées par des sources comme des particules  $\beta$  à grande vitesse traversant les deux chambres.

Ce résultat est d'accord avec l'hypothèse des photons, d'après laquelle il ne doit pas se produire de coïncidences. Il est, cependant, également d'accord avec l'hypothèse du rayonnement virtuel, si l'on suppose que les radiateurs virtuels dans le cuivre émettent continuellement du rayonnement de fluorescence virtuel, de sorte que les photo-électrons doivent s'observer dans les chambres de numération à des intervalles quelconques.

Mais l'expérience est importante en ce sens qu'elle réfute l'idée souvent admise qu'un quantum d'énergie rayonnante est émis subitement sous forme d'onde sphérique lorsqu'un atome passe d'un état stationnaire à un autre.

2. *L'effet photo-électrique composé.* — Wilson <sup>(1)</sup> et Auger <sup>(2)</sup> ont remarqué dans leurs photographies de nuages de détente que lorsque des rayons X expulsent des photo-électrons d'atomes lourds, il arrive souvent que deux ou plusieurs électrons sont rejetés simultanément du même atome. Auger a déduit d'une étude des portées de ces électrons que, lorsque cela arrive, l'énergie totale de tous les électrons émis n'est pas plus grande que celle d'un quantum du rayonnement incident. Lorsque deux électrons sont émis en même temps, il arrive d'ordinaire que l'énergie de l'un d'eux est

$$E_{\text{cin}} = h\nu - h\nu_K,$$

ce qui veut dire, conformément à la théorie des photons, que cet électron est dû à l'absorption d'un photon incident accompagnée de l'expulsion d'un électron du niveau d'énergie K. Le second électron a généralement l'énergie

$$E_{\text{cin}} = h\nu_K - 2h\nu_L.$$

(1) C. T. R. WILSON, *Proc. Roy. Soc., A*, t. 104, 1923, p. 1.

(2) P. AUGER, *Journ. d. Phys.*, t. 6, 1926, p. 183.

Cet électron peut s'expliquer comme le résultat de l'absorption par un électron L du rayon  $K \alpha$  émis lorsqu'un autre électron L vient occuper la place abandonnée dans l'orbite K par le photo-électron primaire. Il est prouvé que tous les électrons qui s'observent dans l'effet photo-électrique composé doivent être interprétés de la même façon. Leur interprétation basée sur la théorie des photons ne rencontre donc aucune difficulté.

Vis-à-vis de la théorie du rayonnement virtuel, nous pouvons nous placer à deux points de vue : 1° sous l'effet de l'excitation produite par le rayonnement virtuel primaire du rayonnement de fluorescence K virtuel est émis par des oscillateurs virtuels associés à tous les atomes traversés par le faisceau primaire. Dans cette manière de voir, la probabilité que ce rayonnement de fluorescence virtuel provoquera l'expulsion d'un photo-électron du même atome que celui qui a émis le photo-électron primaire est si petite qu'un pareil événement ne pourra presque jamais se produire; 2° nous pouvons faire cette autre hypothèse qu'un oscillateur virtuel émettant du rayonnement K virtuel n'est associé qu'à un atome dans lequel il y a une place vacante dans la couche K. Dans ce cas, puisque le rayonnement virtuel part de l'atome qui a expulsé le photo-électron primaire, nous pourrions nous attendre à une probabilité extraordinairement grande qu'il stimulât un photo-électron de la couche L de son propre atome, rendant ainsi compte de l'effet photo-électrique composé. Mais, dans cette manière de voir, le rayonnement de fluorescence virtuel n'est émis que pendant un temps très court après l'expulsion du photo-électron primaire, en quel cas, l'expérience de fluorescence de Bothe, que je viens de décrire, aurait dû montrer des coïncidences.

On voit donc que l'hypothèse du rayonnement virtuel est inconciliable tant avec l'effet photo-électrique composé qu'avec l'absence de coïncidences dans l'expérience de fluorescence de Bothe. L'hypothèse des photons, par contre, est pleinement d'accord avec ces deux faits expérimentaux.

3. *Les expériences de coïncidences de Bothe et Geiger.* — Nous avons vu que, d'après la théorie de Bohr, Kramers et Slater, du rayonnement de fluorescence est continuellement diffusé par de la

matière traversée par des rayons X, mais que ce n'est que tout à fait occasionnellement qu'un électron de recul est rejeté. Ceci est en opposition flagrante avec la théorie des photons, conformément à laquelle un électron de recul apparaît chaque fois qu'un photon est diffusé. Une expérience cruciale entre les deux points de vue a été imaginée et brillamment réalisée par Bothe et Geiger <sup>(1)</sup>. Des rayons X furent lancés à travers de l'hydrogène gazeux et les électrons de recul produits ainsi que les rayons diffusés furent décelés au moyen de deux compteurs de points différents, placés de part et d'autre de la colonne gazeuse. La chambre de numération des électrons de recul était laissée ouverte, mais une mince feuille de platine empêchait ces électrons de pénétrer dans la chambre de numération des rayons diffusés. Il est évident qu'on ne pouvait observer chaque photon entrant dans le second compteur, parce que sa détection dépend de la production d'un rayon  $\beta$ . On trouva qu'il y avait à peu près 10 électrons de recul pour chaque photon diffusé qui s'enregistrait.

Les impulsions observées dans les chambres de numération furent enregistrées sur une pellicule photographique mobile. Dans une épreuve d'une durée totale de 5 heures, 66 coïncidences furent observées. Bothe et Geiger ont calculé que d'après les considérations statistiques de la théorie du rayonnement virtuel la probabilité qu'un pareil nombre de coïncidences aurait lieu n'était que de 1 sur 400 000. Ce résultat est donc d'accord avec les prédictions de la théorie des photons, tandis qu'il est en opposition directe avec les considérations statistiques du processus de la diffusion.

4. *Direction d'émission des rayons X diffusés.* — Des renseignements plus complets au sujet de la nature des rayons X diffusés furent fournis par l'étude de la relation entre la direction d'expulsion de l'électron de recul et la direction du mouvement du photon associé. D'après la théorie des photons, il existe une relation déterminée [équation (4)] entre l'angle sous lequel le photon est diffusé et celui sous lequel l'électron de choc est expulsé. Par

---

<sup>(1)</sup> W. BOTHE et H. GEIGER, *Zeits. f. Phys.*, t. 26, 1924, p. 44; t. 32, 1925, p. 639.

contre, d'après toute autre forme de théorie d'ondes qui vont en s'étalant, y compris celle de Bohr, Kramers et Slater, les rayons diffusés peuvent produire des effets dans n'importe quelle direction et il n'y aurait aucune corrélation entre les directions dans lesquelles se meuvent les électrons de recul et celles dans lesquelles les rayons  $\beta$  secondaires sont émis par les rayons X diffusés.

Une épreuve de contrôle, pour voir si une pareille relation existe ou non, fut faite <sup>(1)</sup> au moyen de l'appareil à nuages de Wilson, de la façon représentée schématiquement dans la figure 3.

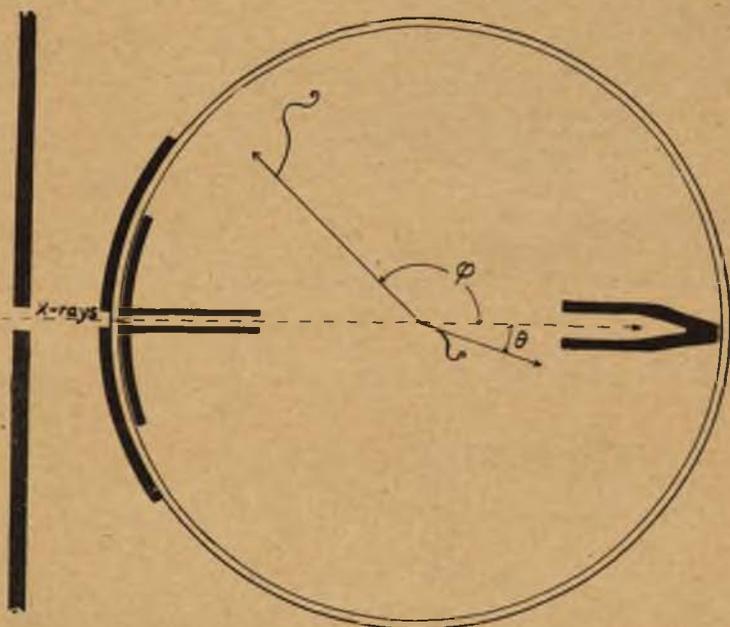


Fig. 3. — Si les rayons X excitent un électron de recul sous un angle  $\theta$ , la théorie des photons prédit l'expulsion d'une particule  $\beta$  secondaire sous un angle  $\varphi$ .

Chaque électron de recul laisse une trace visible et il arrive qu'une trace secondaire soit produite par le rayon X diffusé. Quand il n'y a qu'un seul électron de recul qui se montre sur la même plaque

<sup>(1)</sup> A. H. COMPTON et A. W. SIMON, *Phys. Rev.*, t. 26, 1925, p. 289.

que la trajectoire fournie par les rayons diffusés, il est possible de dire d'emblée si les angles satisfont à l'équation (4). Si deux ou trois trajectoires de recul se présentent en même temps, on peut, d'une façon appropriée, attribuer un poids aux mesures faites sur chacune des trajectoires.

Parmi les 850 épreuves faites dans la série de lectures finales, 38 montrent à la fois des trajectoires de recul et des trajectoires de rayons  $\beta$  secondaires. Sur 18 de ces plaques, l'angle observé  $\theta$  ne s'écarte pas de plus de  $20^\circ$  de l'angle calculé à partir de la valeur de  $\theta$  mesurée, tandis que les 20 autres trajectoires sont distribuées suivant des angles quelconques. Ce rapport  $\frac{18}{20}$  est à peu près ce que l'on peut prévoir pour le rapport des rayons diffusés par la portion d'air dont les trajectoires de recul pouvaient être mesurées aux rayons vagabonds provenant de diverses sources. Il n'y a à peu près qu'une chance sur 250 qu'un nombre aussi grand de rayons  $\beta$  secondaires aient été émis sous l'angle théorique.

Si cette expérience est digne de confiance, elle signifie qu'à chaque électron de recul est associée une quantité d'énergie de rayons X diffusés suffisante pour produire un rayon  $\beta$  et se propageant dans une direction déterminée au moment de l'expulsion de l'électron de recul. En d'autres termes, les rayons X diffusés se propagent par photons, c'est-à-dire par quanta d'énergie rayonnante dirigée.

Ce résultat, comme celui de Bothe et Geiger, est inconciliable avec l'hypothèse de Bohr, Kramers et Slater de la production statistique d'électrons de recul et de photo-électrons. Par contre, les deux expériences sont parfaitement d'accord avec les prédictions de la théorie des photons.

#### CONFIANCE QUE MÉRITENT LES PREUVES EXPÉRIMENTALES.

Alors que toutes les expériences que nous avons considérées sont difficiles à concilier avec la théorie classique, qui dit que le rayonnement consiste en ondes électromagnétiques, seules celles qui se rapportent au phénomène de la diffusion par les électrons individuels fournissent le moyen de décider entre la théorie des photons et la théorie statistique du rayonnement

virtuel. C'est pourquoi il est de toute importance d'examiner les erreurs auxquelles ces expériences sont sujettes.

Lorsqu'on place deux compteurs de points l'un à côté de l'autre, il est très facile d'obtenir des coïncidences provenant de sources extérieures. Aussi faut-il, par exemple, que l'appareil soit protégé contre des actions électriques au point qu'une étincelle jaillissant de la conduite à haute tension qui actionne le tube à rayons X ne puisse produire des impulsions coïncidentes dans les deux compteurs. Ensuite, il y a des rayons  $\alpha$  et  $\beta$  de grande vitesse, dus à l'émanation contenue dans l'air et à d'autres impuretés radioactives, qui passent à travers les deux chambres et produisent de fausses coïncidences. La méthode employée par Bothe et Geiger pour découvrir les coïncidences ou enregistrer sur une plaque photographique l'instant de chaque impulsion permet d'estimer avec certitude la probabilité que les coïncidences sont dues au hasard. De plus, par des épreuves de contrôle auxiliaires, il est possible de déterminer s'il se produit de fausses coïncidences, par exemple, en opérant comme d'ordinaire, sauf que les rayons X sont absorbés par une feuille de plomb. Je dois faire remarquer tout particulièrement que dans l'expérience de fluorescence, la théorie des photons prédisait l'absence de coïncidences, alors que dans l'expérience de diffusion elle prédisait leur existence. On ne voit donc pas bien comment ces deux expériences de numération auraient pu être sérieusement affectées par des erreurs systématiques.

Dans l'expérience de nuages par détente, l'effet du rayonnement vagabond est de cacher l'effet cherché plutôt que d'introduire un effet irréel. Il est possible que, par suite d'une contamination radioactive et par des rayons X diffusés vagabonds, des particules  $\beta$  se présentent en divers endroits de la chambre. Mais ce ne peut être qu'un effet du hasard si ces particules  $\beta$  se présentent dans les conditions déduites de la direction d'expulsion des électrons de recul. En fait, ce n'est qu'en mettant le plus grand soin à réduire à un minimum ce rayonnement vagabond que les relations de direction furent nettement observées sur les photographies. Il semblerait que la seule forme d'erreur admissible qui pût entacher le résultat de cette expérience en fût une de nature physiologique, consistant dans une mauvaise estimation des

angles sous lesquels les particules  $\beta$  apparaissent. Toutefois, il semble à peine possible que des erreurs dans la mesure de ces angles puissent être suffisamment grandes pour rendre compte de la forte tendance apparente des angles à se conformer à la formule théorique.

En outre, il n'est peut-être pas sans importance de faire remarquer que les premières publications des deux expériences sur le processus de diffusion individuelle eurent lieu en même temps, ce qui veut dire que les deux groupes d'expérimentateurs étaient arrivés indépendamment l'un de l'autre à une conclusion en contradiction avec la théorie de la production des rayons  $\beta$ .

Néanmoins, vu la difficulté des expériences et l'importance des conclusions auxquelles elles ont conduit, il est hautement désirable que les deux expériences soient refaites par des physiciens d'autres laboratoires.

#### RÉSUMÉ.

La théorie classique, d'après laquelle le rayonnement consiste en ondes électromagnétiques qui se propagent à travers l'espace dans toutes les directions, est intimement liée à l'idée de l'éther, difficile à concevoir. Elle ne fournit aucune image convenable de la façon dont le rayonnement est émis ou absorbé. Elle est incompatible avec les expériences sur l'effet photo-électrique et est tout à fait incapable de rendre compte du changement de longueur d'onde du rayonnement diffusé ou de la production des électrons de recul.

La théorie des oscillateurs virtuels et du rayonnement virtuel, statistiquement associés à des variations brusques d'énergie atomique et l'émission de photo-électrons et d'électrons de recul, ne paraît être en contradiction avec aucun de ces phénomènes, quand on les examine macroscopiquement. Cette théorie garde cependant les difficultés inhérentes à la conception de l'éther et paraît incapable de prédire les propriétés caractéristiques des photo-électrons et des électrons de recul. Elle se concilie, d'ailleurs, difficilement avec l'effet photo-électrique composé et est en contradiction avec les expériences de coïncidence de Bothe et Geiger

et les expériences sur le parcours des rayons, reliant les directions d'expulsion des électrons de recul aux directions d'émission des rayons X diffusés qui sont associés à cette expulsion.

La théorie des photons évite les difficultés associées à la conception de l'éther. La production et l'absorption du rayonnement sont liées de façon simple à l'idée moderne des états stationnaires. Elle fournit une explication directe des caractères essentiels de l'effet photo-électrique et rend compte de la manière la plus simple possible du changement de longueur d'onde qui accompagne la diffusion et de l'existence d'électrons de recul. De plus, elle prédit exactement les résultats des expériences sur les quanta de rayonnement individuels, où la théorie statistique est en défaut.

A moins que les quatre expériences sur les processus individuels ne soient entachées de grandes erreurs expérimentales, ce qui n'est pas probable, on n'échappe pas, je pense, à la conclusion que le rayonnement consiste en des quanta d'énergie dirigés, c'est-à-dire en des photons, et que dans les actions mutuelles entre ces photons et les électrons ou atomes, l'énergie et la quantité de mouvement des photons sont conservées.

Permettez-moi de dire encore une fois que ce résultat ne signifie pas qu'il n'y a rien de vrai dans l'idée des ondes de rayonnement. La conclusion est plutôt celle-ci que l'énergie n'est pas transmise par ces ondes. L'utilité de l'idée des ondes dans les problèmes d'interférence, de réfraction, etc. est trop bien connue pour que j'aie à la relever. Les ondes servent-elles à guider les photons ou existe-t-il une autre relation entre les photons et les ondes? Ce sont là de nouvelles questions, sans doute difficiles à résoudre.

---

## DISCUSSION DU RAPPORT DE M. COMPTON.

M. LORENTZ. — Je voudrais faire deux remarques. D'abord sur la question de l'éther. M. Compton considère comme un avantage de la théorie des photons qu'elle nous permet de nous passer de l'hypothèse d'un éther qui entraîne de grandes difficultés. Je dois dire que ces difficultés ne me semblent pas tellement grandes et qu'à mon avis la théorie de la relativité n'exclut pas nécessairement la notion d'un milieu universel. En effet, les équations de Maxwell sont compatibles avec la relativité et l'on peut bien imaginer un milieu pour lequel ces équations sont valables. On peut même, comme Maxwell et d'autres physiciens l'ont fait avec un certain succès, construire un modèle mécanique d'un tel milieu. On n'aurait qu'à ajouter l'hypothèse de la perméabilité de la matière pondérable pour l'éther, pour avoir tout ce qui est nécessaire. Bien entendu, en faisant ces remarques, je ne voudrais aucunement revenir à ces modèles mécaniques dont la physique s'est détournée pour de bonnes raisons. On peut se contenter de la notion d'un milieu qui peut librement passer par la matière et auquel les équations de Maxwell peuvent être appliquées.

En deuxième lieu : il est bien certain que, dans les phénomènes lumineux, il doit y avoir autre chose encore que les photons. Dans une expérience de diffraction, par exemple, faite avec de la lumière très faible, il peut arriver que le nombre des photons qui, à un instant donné, se trouvent dans l'espace entre l'écran diffringent et le plan où l'on observe la distribution de la lumière, soit très modéré. Le nombre moyen peut même être inférieur à 1, ce qui veut dire qu'il y a des instants où aucun photon ne se trouve dans l'espace considéré.

Cela prouve bien que les phénomènes de diffraction ne peuvent pas être produits par quelque action nouvelle entre les photons. Il doit y avoir quelque chose qui les guide dans leur marche et il est naturel de chercher ce quelque chose dans le champ électromagnétique comme il est déterminé par la théorie classique. Cette notion d'un champ électromagnétique, avec ses ondes et ses

vibrations nous ramènerait, d'après la manière de voir de M. Compton, à la conception d'un éther.

M. COMPTON. — Il semble, en effet, difficile d'éviter l'idée d'ondes dans la discussion des phénomènes optiques. Conformément à la théorie de Maxwell les propriétés électriques et magnétiques de l'espace conduisent aussi directement à l'idée d'ondes que l'a fait l'éther élastique imaginé par Fresnel. Pourquoi l'espace ayant de pareilles propriétés magnétiques porte le nom d'éther est peut-être simplement une question de mots. Le fait que ces propriétés de l'espace conduisent immédiatement à l'équation de propagation d'ondes avec une vitesse  $c$  est une base beaucoup plus solide pour l'hypothèse de l'existence d'ondes que l'ancien éther élastique. Que *quelque chose* (E et H) se propage comme une onde avec la vitesse  $c$  semble évident. Cependant des expériences du type de celles que nous venons de discuter montrent, si elles sont bonnes, que l'énergie du faisceau de rayons X se propage sous forme de *particules* et non sous forme d'ondes qui s'étendent. Ainsi donc, pas même l'éther électromagnétique ne se montre satisfaisant.

M. BRAGG. — Dans son rapport M. Compton a parlé de la composante moyenne de la quantité de mouvement des électrons dans le sens du mouvement du photon et il a fait part de la conclusion à laquelle sont arrivés divers observateurs, que cette composante moyenne en avant est égale à la quantité de mouvement du quantum de lumière dont l'énergie a été absorbée et se retrouve dans celle du photo-électron.

Je voudrais communiquer à ce propos quelques résultats obtenus par M. Williams. Des rayons X monochromatiques, dont la longueur d'onde est comprise entre  $0,5 \text{ \AA}$  et  $0,7 \text{ \AA}$ , entrent dans une chambre à nuage de Wilson contenant de l'oxygène ou de l'azote. Les trajectoires des photo-électrons sont observées au stéréoscope et leurs directions initiales sont mesurées. Comme la vitesse des photo-électrons est exactement connue (l'énergie d'ionisation étant faible en comparaison de la quantité  $h\nu$ ), une mesure de la direction initiale équivaut à une mesure de quantité de mouvement dans la direction en avant. Williams trouve que la composante

moyenne de la quantité de mouvement dans cette direction est dans tous les cas notablement plus grande que la quantité  $\frac{h\nu}{c}$  ou  $\frac{h}{\lambda}$ . Ces résultats peuvent être résumés en une comparaison avec le schéma proposé par Perrin et Auger (*Journ. d. Phys.*, février 1927). Ils sont parfaitement d'accord avec la loi en  $\cos^2\theta$ , à condition que l'on admette que l'impulsion magnétique  $T_m$  est égale à  $1,8 \frac{h\nu}{c}$  et non simplement  $\frac{h\nu}{c}$  comme l'admettent ces auteurs. On ne doit pas attacher une importance particulière à ce nombre 1,8, parce que l'intervalle des longueurs d'onde examinées est trop petit. Je n'en fais mention que pour montrer qu'il se pourrait que la simple loi proposée par M. Compton ne fût pas exacte.

Je ferai observer que cette méthode de mesure de la composante en avant de la quantité de mouvement est plus exacte qu'une tentative faite en vue d'établir des conclusions au sujet de la direction d'émission la plus probable.

M. WILSON dit que ses propres observations, discutées dans son Mémoire de 1923 (mais qui n'ont pas la prétention d'être très précises), semblent prouver, en effet, que la composante en avant de la quantité de mouvement des photo-électrons est, en moyenne, beaucoup plus grande que ce qu'on déduirait de l'idée que le quantum absorbé cède toute sa quantité de mouvement à l'électron expulsé.

M. RICHARDSON. — Lorsqu'ils sont expulsés par certains rayons X les électrons ont dans la direction de propagation des rayons une quantité de mouvement égale à  $1,8 \frac{h\nu}{c}$ . Si j'ai bien compris M. Bragg, ce résultat n'est pas l'effet d'une action élémentaire particulière, mais est le résultat moyen d'un grand nombre d'observations dans lesquelles les électrons étaient expulsés dans différentes directions. Que les lois de la conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement s'appliquent, ou non, à une action élémentaire, il est certain qu'elles s'appliquent au résultat moyen d'un grand nombre de ces actions. Par conséquent, le processus dont nous parlons doit être régi par les équations de la quantité

de mouvement et de l'énergie. Si pour simplifier nous négligeons les finesses introduites par la relativité, ces équations sont

$$\frac{h\nu}{c} = m\bar{v} + M\bar{V}$$

et

$$h\nu = \frac{1}{2} m\bar{v}^2 + \frac{1}{2} M\bar{V}^2,$$

où  $m$  et  $M$  sont les masses,  $v$  et  $V$  les vitesses des électrons et du résidu positif; les tirets indiquent que ce sont des moyennes. Les expériences montrent que la valeur moyenne de  $m\bar{v}$  est  $1,8 \frac{h\nu}{c}$  et non  $\frac{h\nu}{c}$ . Cela signifie que  $M\bar{V}$  n'est pas nul, de sorte que nous ne pouvons pas négliger ce terme dans l'équation. Si nous considérons, par exemple, l'effet photo-électrique sur un atome d'hydrogène, nous devons tenir compte dans l'équation de l'énergie de l'énergie de choc du noyau d'hydrogène.

M. LORENTZ. — Le terme  $\frac{1}{2} M\bar{V}^2$  sera cependant beaucoup plus petit que  $\frac{1}{2} m\bar{v}^2$ ?

M. RICHARDSON. — Il en est à peu près la 1850<sup>e</sup> partie; cela ne peut pas toujours être considéré comme négligeable.

M. BORN pense qu'il parle également au nom de divers autres membres en demandant que M. Compton explique pourquoi on doit s'attendre à ce que l'impulsion fournie à l'électron soit égale à  $\frac{h\nu}{c}$ .

M. COMPTON. — Quand un rayonnement d'énergie  $h\nu$  est absorbé par un atome — ce qu'il faut bien supposer pour rendre compte de l'énergie cinétique du photo-électron — l'impulsion communiquée à l'atome par ce rayonnement est  $\frac{h\nu}{c}$ . Conformément à la théorie électronique classique, quand un atome formé d'une charge négative  $-e$  de masse  $m$  et d'une charge positive  $+e$  de masse  $M$  absorbe de l'énergie d'une onde électromagnétique, les impulsions communiquées aux deux électrons sont inverse-

ment proportionnelles à leurs masses. Cela tient à ce que l'impulsion en avant est due au vecteur magnétique, qui agit avec une force proportionnelle à la vitesse et par conséquent avec moins d'intensité sur la charge ayant la plus petite masse. Pratiquement l'impulsion est donc reçue par la charge ayant la masse la plus petite.

M. DEBYE. — La raison pour laquelle vous pensez que le reste de l'atome ne reçoit rien de l'impulsion en avant est-elle purement théorique ?

M. COMPTON. — Les photographies de trajectoires des photo-électrons montrent, conformément à ce que prévoyait Auger, que la composante en avant de la quantité de mouvement du photo-électron est, en moyenne, la même que celle du photon. Cela signifie, évidemment, qu'en moyenne le reste de l'atome ne reçoit pas d'impulsion.

M. DIRAC. — J'ai étudié conformément à la théorie classique le mouvement d'un électron placé dans un champ de force arbitraire, lorsqu'il est soumis à un rayonnement incident, et j'ai montré d'une manière tout à fait générale qu'à chaque moment la partie de la vitesse de variation de l'impulsion en avant de l'électron due au rayonnement incident est égale à  $\frac{1}{c}$  fois la partie de la vitesse de variation de l'énergie due au rayonnement incident. Le noyau et les autres électrons de l'atome produisent des changements de quantité de mouvement et d'énergie qui à chaque instant s'ajoutent simplement à ceux produits par le rayonnement incident. Comme le rayonnement doit modifier l'orbite de l'électron, il doit changer aussi la partie de la vitesse de variation de la quantité de mouvement et de l'énergie qui provient du noyau et des autres électrons, de sorte qu'il serait nécessaire d'intégrer le mouvement pour déterminer le changement total produit par le rayonnement incident dans l'énergie et la quantité de mouvement.

M. BORN. — Je voudrais mentionner ici un travail de Wentzel, qui contient une étude rigoureuse de la diffusion de la lumière

par des atomes d'après la mécanique des quanta. L'auteur y considère aussi l'influence de la force magnétique, ce qui fait qu'il obtient l'analogie quantique de la pression classique de la lumière. Ce n'est que dans le cas limite de longueurs d'onde très courtes qu'on trouve que l'impulsion lumineuse  $\frac{h\nu}{c}$  est transmise complètement à l'électron; dans le cas des grandes longueurs d'onde il apparaît une influence des forces de liaison.

M. EHRENFEST. — On peut montrer par un exemple bien simple comment l'excès d'impulsion en avant, dont il vient d'être question, peut prendre naissance. Prenez une boîte dont les parois intérieures réfléchissent la lumière complètement, mais d'une façon diffuse, et supposez que dans le fond il y ait un petit trou. Par ce dernier je lance dans la boîte un rayon lumineux qui va et vient dans la boîte et en rejette le couvercle et le fond. Le couvercle a alors un excès de quantité de mouvement en avant.

M. BOHR. — Au sujet de la question des ondes ou photons, discutée par M. Compton, je voudrais, sans anticiper sur la discussion générale, faire quelques remarques. Les expériences de rayonnement ont effectivement révélé des traits qu'il n'est pas aisé de raccorder dans une image classique. Cette difficulté se présente particulièrement dans l'effet Compton lui-même. Divers aspects de ce phénomène peuvent être décrits très simplement à l'aide des photons, mais on ne doit pas oublier que le changement de fréquence qui se produit est mesuré au moyen d'instruments dont le fonctionnement est interprété conformément à la théorie des ondes. Il semble qu'il y ait là une contradiction logique, puisque la description de l'onde incidente aussi bien que celle de l'onde diffusée exigent que ces ondes soient limitées dans l'espace et dans le temps, alors que le changement d'énergie et de quantité de mouvement de l'électron est considéré comme un phénomène instantané en un point déterminé de l'espace-temps. C'est précisément à cause de pareilles difficultés que MM. Kramers, Slater et moi nous avons été conduits à penser que l'on devrait rejeter complètement l'idée de l'existence de photons et admettre que les lois de conservation de l'énergie et de quantité de mouvement ne sont vraies que d'une manière statistique.

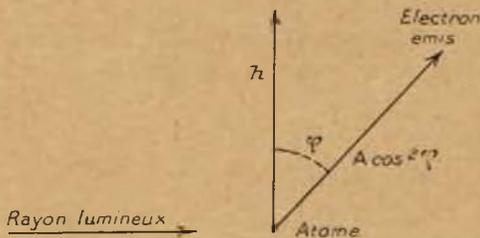
Les expériences bien connues de Geiger et Bothe et de Compton et Simon ont, toutefois, montré que cette manière de voir ne saurait être admise et que les lois de conservation sont valables pour les processus individuels, conformément à la notion des photons. Mais le dilemme devant lequel nous nous trouvons placés au sujet de la nature de la lumière n'est qu'un exemple typique des difficultés que l'on rencontre quand on veut interpréter les phénomènes atomiques par des concepts classiques. Les difficultés logiques d'une description dans l'espace et le temps ont été écartées depuis en grande partie par le fait qu'on a reconnu qu'on rencontre un paradoxe semblable à propos de la nature des particules matérielles. Conformément aux idées fondamentales de M. de Broglie, qui trouvèrent une si parfaite confirmation dans les expériences de Davisson et Germer, la notion d'ondes est tout aussi indispensable dans l'interprétation des propriétés des particules matérielles que dans le cas de la lumière. Nous savons par là qu'il est également nécessaire d'attribuer au champ ondulatoire une étendue finie dans l'espace et dans le temps, si l'on veut définir l'énergie et la quantité de mouvement d'un électron, tout comme dans le cas du quantum de lumière il faut admettre une pareille étendue finie pour qu'on puisse parler de fréquence et de longueur d'onde.

Dans le cas du processus de diffusion nous devons donc, pour décrire les deux changements qui affectent l'électron et la lumière, travailler avec quatre champs d'ondes (deux pour l'électron, avant et après le phénomène, et deux pour le quantum de lumière, incident et diffusé), finis en étendue, qui se rencontrent dans la même région de l'espace-temps. Dans une pareille représentation toute possibilité d'incompatibilité avec une description dans l'espace et le temps disparaît. J'espère que la discussion générale me donnera l'occasion d'entrer plus profondément dans les détails de cette question, qui est si intimement liée au problème général de la théorie des quanta.

M. BRILLOUIN. — J'ai eu l'occasion de discuter avec M. Auger le rapport de M. Compton, et désire faire quelques remarques à ce sujet. Une description purement corpusculaire du rayonnement ne suffit pas à faire comprendre les particularités des phénomènes ;

admettre le transport d'énergie par photons  $h\nu$ , ce n'est pas assez pour rendre compte de toutes les actions du rayonnement. Il faut absolument compléter nos informations en donnant la direction du champ électrique; ce champ, dont le rôle est bien connu dans la description ondulatoire, nous ne pouvons nous en passer.

Je rappellerai à ce sujet un raisonnement simple, donné récemment par Auger et Fr. Perrin, et qui illustre nettement cette remarque. Considérons l'émission d'électrons par un atome recevant un rayonnement, et étudions la répartition des directions d'émission. Cette répartition a été d'ordinaire observée dans un plan passant par le rayon lumineux et par la direction du champ électrique (le rayonnement incident est supposé polarisé); soit  $\varphi$  l'angle que fait, avec le champ électrique  $h$ , la direction d'émission des photo-électrons; tant que le rayonnement incident n'est pas trop dur, la répartition des photo-électrons est symétrique autour du champ électrique; on peut alors montrer que la loi de probabilité est nécessairement de la forme  $\Lambda \cos^2 \varphi$ . En effet, au lieu d'observer la répartition dans le plan d'incidence (*fig 1*),



étudions-la dans le plan de l'onde; la même loi de répartition sera encore valable; et c'est la seule qui permette, par une superposition de deux ondes polarisées à angle droit, d'obtenir une répartition entièrement symétrique

$$\Lambda \cos^2 \varphi + \Lambda \sin^2 \varphi = \Lambda.$$

Or, du point de vue ondulatoire, il est nécessaire d'obtenir ce résultat, un rayonnement de lumière naturelle n'ayant aucune direction privilégiée dans le plan d'onde. Ces considérations de symétrie, que toute théorie du rayonnement doit respecter, sont une notable difficulté pour les théories structurales du photon (quantum vecteur de Bubb, par exemple).

En somme, la discontinuité du rayonnement ne se manifeste que de la manière la plus élémentaire, par les lois de conservation d'énergie et de quantité de mouvement, mais l'analyse détaillée des phénomènes s'interprète plus naturellement du point de vue continu. Pour le problème d'émission des photo-électrons, une théorie complète en a été donnée par Wentzel, au moyen de la mécanique ondulatoire. Il retrouve la loi de Fr. Perrin et Auger, en  $A \cos^2 \varphi$ , pour les rayonnements peu pénétrants; lorsque le rayonnement est plus dur, Wentzel obtient une loi plus complexe, dans laquelle les électrons ont tendance à être émis en plus grand nombre vers l'avant. Sa théorie semble d'ailleurs incomplète sur ce point car, sauf erreur de ma part, il a admis l'immobilité du noyau atomique; or rien ne nous dit *a priori* comment l'impulsion  $\frac{h\nu}{c}$  du photon se partagera entre ce noyau et l'électron éjecté.

M. LORENTZ. — Permettez-moi de faire observer que d'après l'ancienne théorie des électrons, quand on a un noyau et un électron sur lesquels tombe un faisceau de lumière polarisée, la quantité de mouvement angulaire initiale du système est toujours conservée. L'impulsion angulaire donnée au système électron-noyau sera fournie aux dépens de la quantité de mouvement angulaire du champ de rayonnement.

M. COMPTON. — La conception photonique diffère de la théorie classique en ceci que, quand un photo-électron est expulsé, le photon est complètement absorbé et il ne reste pas de champ de rayonnement. Le mouvement du photo-électron doit donc être tel que la quantité de mouvement angulaire finale du système électron-noyau sera la même que la quantité de mouvement initiale du système photon-électron-noyau. Cette condition limite les trajectoires possibles du photo-électron expulsé.

M. KRAMERS. — Pour interpréter ses expériences M. Compton a besoin de savoir comment l'absorption  $\mu$  se partage en une partie  $\tau$ , due à l'absorption « vraie », et une partie  $\sigma$  due à la diffusion. Nous ne sommes pas certains que si  $\mu$  peut s'écrire sous la forme  $C\lambda^a + D$  la constante  $D$  représente réellement la diffu-

sion aux grandes longueurs d'onde, où  $C\lambda^a$  n'est plus petit en comparaison de  $D$ . En général des mesures spéciales de  $\sigma$  sont donc nécessaires. Est-ce que dans vos expériences vous aviez des renseignements suffisants au sujet des valeurs de  $\sigma$  et  $\tau$  ?

M. COMPTON. — Le cas le plus important dans lequel il est nécessaire de faire une distinction entre l'absorption vraie  $\tau$  et l'absorption  $\sigma$  due à la diffusion, est celui du carbone. Dans ce cas Hewlett a mesuré directement  $\sigma$  pour la longueur d'onde  $0,71 \text{ \AA}$  et l'absorption totale  $\mu$  dans un large intervalle de longueurs d'onde. La différence entre  $\mu$  et  $\sigma$  pour la longueur d'onde  $0,71 \text{ \AA}$  représente le  $\tau$  pour cette longueur d'onde. D'après la formule d'Owen ce  $\tau$  est proportionnel à  $\lambda^3$ ; nous pouvons donc calculer le  $\tau$  pour toute longueur d'onde. La différence entre cette valeur de  $\tau$  et la valeur mesurée de  $\mu$  représente la valeur de  $\sigma$  pour les longueurs d'onde considérées. Puisque dans le cas du carbone  $\tau$  est relativement petit, surtout pour les petites longueurs d'onde, cette manière de procéder donne pour  $\sigma$  une valeur qui ne peut pas être fort inexacte.

M. BRAGG. — Quand on consulte à ce sujet la littérature originale, on est frappé de voir combien les mesures d'absorption des rayons X laissent encore à désirer tant au point de vue de la précision qu'au point de vue de l'étendue de l'échelle des longueurs d'onde sur laquelle elles ont été faites.

M. PAULI. — Quelle est la grandeur de l'élargissement des raies modifiées ?

M. COMPTON. — Les expériences ont montré clairement que la raie modifiée est plus large que la raie non modifiée. Dans le cas typique de la raie  $\lambda 0,7 \text{ \AA}$  diffusée par le carbone, l'élargissement est de l'ordre  $0,005$  angström. Malheureusement les expériences relatives à ce point sont loin d'être satisfaisantes et ce nombre ne doit être considéré que comme une grossière approximation.

M. PAULI. — L'élargissement de la raie modifiée peut être interprétée théoriquement de deux manières, qui, d'après la

mécanique des quanta, reviennent, à vrai dire, au même. D'abord, l'électron a, dans un état stationnaire déterminé de l'atome, une certaine distribution de vitesse au point de vue de la grandeur et de la direction. Cela donne lieu à un élargissement de la fréquence des rayons diffusés par l'effet Doppler, élargissement dont l'ordre de grandeur est  $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v}{c}$ , où  $v$  représente la vitesse moyenne de l'électron dans l'atome.

Pour faire comprendre la seconde méthode d'explication, je voudrais esquisser brièvement la signification de l'effet Compton en mécanique ondulatoire. Cette signification est basée tout d'abord sur l'équation des ondes

$$\sum_{\alpha} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_{\alpha}^2} - \frac{4\pi i e}{h c} \sum_{\alpha} \varphi_{\alpha} \frac{\partial \psi}{\partial x_{\alpha}} - \frac{4\pi^2}{h^2} \left( \frac{e^2}{c^2} \sum_{\alpha} \varphi_{\alpha}^2 + m_0^2 c^2 \right) \psi = 0$$

et ensuite sur l'expression

$$iS_x = \psi \frac{\partial \psi^*}{\partial x_x} - \psi^* \frac{\partial \psi}{\partial x_x} + \frac{4\pi i e}{h c} \varphi_x \psi \psi^*,$$

dans laquelle  $\psi$  est la fonction de Schrödinger,  $\psi^*$  la valeur complexe conjuguée et  $\varphi_{\alpha}$  le potentiel quadridimensionnel du champ électromagnétique.  $S_{\alpha}$  étant donné, on calcule le rayonnement par l'électrodynamique *classique*. Si l'on remplace maintenant dans l'équation des ondes  $\varphi_{\alpha}$  par le potentiel d'une onde incidente plane, les termes qui sont proportionnels à l'amplitude de cette onde peuvent être considérés comme infiniment petits du premier ordre et l'on peut appliquer les méthodes d'approximation de la théorie des perturbations. Or, il se présente ici une circonstance à laquelle on doit prêter une attention spéciale. Il est de toute importance de savoir ce qu'on prendra comme champ  $\psi$  non troublé, qui doit représenter une solution de l'équation des ondes de la particule libre (correspondant à  $\varphi_{\alpha}\omega$ ). On trouve que pour être d'accord avec les observations, il est nécessaire de considérer déjà comme présents dans la solution non troublée deux trains d'onde infiniment étendus, monochromatiques, dont l'un correspond à l'état initial, l'autre à l'état final du processus de Compton. A mon avis cette supposition, qui est à la base des théories de l'effet Compton de Schrödinger, Gordon et Klein, n'est pas satisfaisante et ce défaut n'est corrigé que par l'électrodynamique

quantique de Dirac. Mais si l'on admet cette hypothèse la distribution de courant de la solution non perturbée correspond à celle d'un réseau infiniment étendu qui se meut avec une vitesse constante, et l'action du rayonnement sur ce réseau conduit à une raie modifiée nette.

Si l'on a affaire à un électron lié dans un atome, on doit, dans la distribution non troublée de la charge et du courant, remplacer l'une des parties de la solution  $\psi$  par la fonction caractéristique de l'atome dans l'état stationnaire considéré, l'autre partie par une solution correspondant à l'état final du processus de Compton (appartenant au spectre continu de l'atome), qui à grande distance de l'atome se comporte à peu près comme une onde plane. On a ainsi un réseau mobile qui d'abord ne dépend que de l'étendue finie de l'atome et dont, en second lieu, les parties ne se meuvent plus du tout toutes avec la même vitesse. Cela donne lieu à un manque de netteté de la raie déplacée du rayonnement diffusé.

Mais on peut montrer que cette explication de ce défaut de netteté de la raie déplacée n'est, du point de vue de la mécanique des quanta, qu'une autre forme de l'explication donnée en premier lieu et qui s'appuie sur la diversité de direction des vitesses initiales des électrons dans l'atome. Car si

$$\psi = f(x, y, z) e^{i2\pi vt}$$

est la fonction caractéristique qui correspond à un état stationnaire déterminé de l'atome on peut, d'après la mécanique des quanta, interpréter la fonction

$$\varphi(p_x, p_y, p_z) = \int \int \int f(x, y, z) e^{-\frac{2\pi i}{\lambda}(p_x x + p_y y + p_z z)} dx dy dz,$$

que l'on obtient par décomposition de  $f$  en ondes planes suivant Fourier, en ce sens que  $|\varphi(p)|^2 dp_x dp_y dp_z$  indique la probabilité que dans l'état stationnaire considéré les composantes de la quantité de mouvement de l'électron sont comprises entre  $p_x$ ,  $p_y$ ,  $p_z$  et  $p_x + dp_x$ , etc. Or, si au moyen de la distribution de vitesse des électrons dans l'atome, qui en résulte, on calcule conformément au premier point de vue l'élargissement de la ligne déplacée, on trouve pour de la lumière à ondes suffisamment courtes, vis-à-vis de laquelle l'électron peut être considéré comme

libre dans l'atome (et ce n'est que dans ces conditions que le procédé est légitime) exactement le même résultat qu'en appliquant l'autre méthode indiquée.

M. COMPTON. — Jauncey a calculé l'élargissement de la raie modifiée en se servant essentiellement de la méthode que M. Pauli vient de décrire. Jauncey supposait, toutefois, que les vitesses de l'électron sont celles données par la théorie des mouvements orbitaires de Bohr. L'élargissement ainsi calculé est plus grand que celui trouvé expérimentalement.

M<sup>me</sup> CURIE. — Dans son très intéressant rapport, M. le Professeur Compton s'est attaché à mettre en évidence les raisons qui conduisent à adopter la théorie de choc entre un quantum et un électron libre. Il me paraît utile de signaler, dans le même ordre d'idées, les deux points de vue suivants :

1<sup>o</sup> L'existence d'électrons de choc semble jouer un rôle fondamental dans les effets biologiques produits sur les tissus vivants par les radiations de très haute fréquence, telles que les rayons  $\gamma$  les plus pénétrants émis par les radioéléments. Si l'on admet que l'effet biologique est attribuable à l'ionisation produite dans les cellules soumises à la radiation, cet effet ne peut dépendre des rayons  $\gamma$  directement, mais se trouve déterminé par l'émission de rayons  $\beta$  secondaires qui accompagne le passage des rayons  $\gamma$  au travers de la matière. Avant la découverte des électrons de choc, on ne connaissait pour ces rayons secondaires qu'un seul mode de production, celui qui consiste dans l'absorption totale d'un quantum de radiation dans l'atome, avec émission d'un photo-électron. Le coefficient d'absorption  $\tau$  relatif à ce processus varie avec la longueur d'onde  $\lambda$  de la radiation  $\gamma$  primaire, ainsi qu'avec la densité de la matière absorbante et le nombre atomique  $N$  des atomes qui la composent, suivant la relation bien connue de Bragg et Peirce  $\frac{\tau}{\rho} = AN^3\lambda^3$ , où  $A$  est un coefficient qui conserve une valeur fixe pour les fréquences supérieures à celle de la discontinuité  $K$ . S'il est permis d'appliquer aux rayons  $\gamma$  de haute fréquence cette relation valable dans le domaine des rayons X, la valeur de  $\frac{\tau}{\rho}$  qui en résulte pour les éléments légers

est si faible que l'émission de photo-électrons paraît hors d'état d'expliquer les effets biologiques de la radiation sur les tissus vivants traversés (1).

Tout autre est l'aspect de la question si l'on prend en considération l'émission d'électrons de choc dans ces tissus, suivant la théorie de Compton. Pour un faisceau primaire canalisé de rayons  $\gamma$ , la fraction d'énergie électromagnétique, convertie en énergie cinétique des électrons par unité de masse de la matière absorbante, est donnée par le coefficient

$$\frac{\sigma_{II}}{\rho} = \frac{\alpha}{(1 + 2\alpha)^2} \frac{\sigma_0}{\rho},$$

où  $\frac{\sigma_0}{\rho}$  est le coefficient de diffusion massique valable pour les rayons X de fréquence moyenne, selon la théorie de J. J. Thomson, et voisin de 0,2, tandis que  $\alpha$  est le paramètre de Compton  $\alpha = \frac{h\nu}{mc^2}$  ( $h$  constante de Planck,  $\nu$  fréquence primaire,  $m$  masse de repos de l'électron,  $c$  vitesse de la lumière). Prenant  $\alpha = 1,2$ , valeur qui convient à un groupe important de rayons  $\gamma$  (potentiel équivalent 610 kilovolts), on trouve  $\frac{\sigma_{II}}{\rho} = 0,02$ , soit 2 pour 100 de l'énergie primaire convertie en énergie électronique par unité de masse de matière absorbante, d'où une possibilité d'interprétation des effets biologiques observés. A cette production directe d'électrons de choc sur le trajet du faisceau primaire s'ajoute, dans un milieu étendu, une production supplémentaire, du fait qu'à chacun de ces électrons correspond un quantum diffusé, de valeur inférieure au quantum primaire, et que ce quantum diffusé peut, à son tour, subir l'effet Compton dans le milieu où il se propage, avec une production d'un électron de choc nouveau et d'un quantum encore moindre. Ce processus renouvelable à volonté et nommé « effet Compton multiple » semble avoir été observé effectivement par certains auteurs (2). Non seulement le nombre d'électrons de choc est par là multiplié, mais, de plus, le quantum primaire, réduit par

(1) Il est vrai que plusieurs auteurs ont contesté récemment la légitimité de l'extension aux rayons  $\gamma$  de la loi d'absorption de Bragg et Peirce.

(2) RAJEWSKY, *Fortschritte auf dem Gebiet der Röntgenstrahlung*, t. 35, 1926, p. 262.

des chocs successifs, prend des valeurs pour lesquelles l'absorption avec émission de photo-électrons devient de plus en plus probable.

Ces faits ont une répercussion importante sur la technique de la Röntgenthérapie. Certains auteurs avaient, en effet, mis en doute l'utilité de produire des appareils à très haut voltage fournissant des rayons X de très haute fréquence et de très grand pouvoir pénétrant, dont l'emploi est, par ailleurs, favorable en raison de l'uniformité d'irradiation qu'ils permettent d'atteindre. Si ces rayons devaient être dépourvus d'efficacité, il aurait fallu renoncer à leur emploi. Tel n'est pas le cas si l'on se place au point de vue de l'effet Compton, et il est alors légitime de diriger la technique vers l'emploi de haut voltage.

Un autre point de vue intéressant à examiner est celui de l'émission de rayons  $\beta$  par les corps radioactifs. M. le Professeur Compton a fait remarquer que parmi les rayons  $\beta$  d'origine secondaire, certains pouvaient être des électrons de choc produits par la diffusion des rayons  $\gamma$  primaires sur les électrons contenus dans la matière qu'ils traversent.

C'est dans un effet de ce genre que Thibaud pense trouver l'explication de l'aspect des spectres magnétiques des rayons  $\gamma$  secondaires. Ces spectres se composent de raies attribuables à des groupes de photo-électrons de même vitesse, dont chacun est émis par absorption dans une enveloppe métallique mince d'un groupe de rayons  $\gamma$  homogènes émis par un radioélément contenu dans cette enveloppe. Chaque raie d'origine photo-électrique est accompagnée d'une bande débutant à la raie même et se prolongeant vers la région des vitesses faibles. Thibaud pense que cette bande pourrait provenir de photo-électrons extraits de l'écran par ceux des rayons  $\gamma$  qui, dans ce même écran, auraient subi l'effet Compton avec réduction de fréquence. Cette interprétation paraît plausible; toutefois, pour l'établir, il serait nécessaire de soumettre à l'étude la structure de la bande et de trouver dans le même spectre la bande attribuable aux électrons de choc correspondant aux rayons  $\gamma$  diffusés.

Un problème analogue se pose au sujet de l'émission de rayons  $\beta$  par les corps radioactifs sous épaisseur négligeable, de manière à éliminer, autant que possible, les effets secondaires provenant

des supports et des enveloppes. On observe alors un spectre magnétique attribuable au radioélément seul et se composant, soit d'une bande continue, soit de la superposition d'un spectre continu et d'un spectre de lignes. Ce dernier a reçu une interprétation satisfaisante par des travaux récents (L. Meitner, Ellis, Thibaud, etc.).

Une ligne est due à un groupe de photo-électrons de même vitesse extraits des niveaux des atomes radioactifs par un groupe de rayons  $\gamma$  homogènes produits dans leurs noyaux. Cet effet se nomme « conversion interne », car on suppose que le quantum émis par un noyau d'atome est réabsorbé dans l'enveloppe électronique du même atome. La grande majorité des lignes observées trouvent leur explication dans cette hypothèse.

L'interprétation du spectre continu paraît offrir plus de difficultés. Certains auteurs l'attribuent uniquement aux rayons  $\beta$  primaires, alors que d'autres envisagent la possibilité d'une origine secondaire et invoquent l'effet Compton comme une cause possible de sa production (L. Meitner). Il s'agirait ici d'un effet Compton « interne », de telle sorte qu'un rayon  $\gamma$  issu du noyau d'un atome subirait un choc sur un des électrons faiblement liés à la périphérie du même atome. S'il en était ainsi, la distribution des vitesses des électrons de choc émis n'est pas quelconque, mais doit être conforme aux prévisions de la théorie de Compton.

J'ai examiné de près ce problème qui se présente sous un aspect très complexe <sup>(1)</sup>. Chaque groupe de rayons  $\gamma$  homogènes est accompagné de rayons  $\gamma$  diffusés, de sorte que dans le spectre de diffraction des rayons  $\gamma$ , chaque ligne devrait subir un élargissement de 0,0485 unités  $\text{\AA}$ . Les expériences sur la diffraction des rayons  $\gamma$  sont difficiles et peu nombreuses; jusqu'ici l'effet d'élargissement n'a pas été signalé.

A chaque groupe homogène de rayons  $\gamma$  doit correspondre un groupe d'électrons de choc dont la vitesse varie d'une façon continue depuis zéro jusqu'à une limite supérieure déduite de la théorie de Compton, et auquel correspond dans le spectre magnétique une bande nettement limitée du côté des grandes vitesses. Au même groupe de rayons  $\gamma$  peuvent correspondre en outre des

---

(1) M<sup>me</sup> CURIE, *Le Journal de Physique et le Radium*, t. 7, 1926, p. 97.



groupes de photo-électrons extraits des divers niveaux K, L, etc. de l'atome par absorption interne des rayons  $\gamma$  diffusés. Pour chaque groupe de photo-électrons, la vitesse d'émission est comprise entre deux limites déterminées. La limite supérieure correspond à l'excès de l'énergie des rayons  $\gamma$  primaires sur le travail d'extraction  $W$  qui caractérise le niveau considéré; la limite inférieure correspond à l'excès, sur ce même travail  $W$ , de l'énergie des rayons  $\gamma$  diffusés dans la direction opposée à celle des rayons primaires, et ayant subi, à cause de cela, la perte de fréquence la plus élevée. Dans le spectre magnétique, chaque groupe de photo-électrons sera représenté par une bande limitée aussi bien du côté des grandes que des petites vitesses, avec le même écart des énergies extrêmes pour chaque bande.

Il est facile de voir que les diverses bandes relatives dans un même spectre magnétique, à un même groupe de rayons  $\gamma$  peuvent se superposer partiellement, d'où une difficulté pour faire l'analyse du spectre en comparant la distribution des rayons  $\beta$  à celle que prévoit la théorie. Quand il s'agit de substances émettant plusieurs groupes de rayons  $\gamma$ , la difficulté doit devenir considérable, à moins qu'il n'existe de grandes différences dans leur efficacité relative pour la production de l'effet cherché. Remarquons encore que le spectre continu dû à l'effet Compton peut se trouver superposé à un spectre continu indépendant de cet effet (attribuable par exemple aux rayons  $\beta$  primaires).

L'examen des données expérimentales jusqu'ici disponibles ne permet pas encore de conclure d'une manière convaincante. La plupart des spectres sont très complexes et leur étude précise, en ce qui concerne la distribution des énergies des rayons  $\beta$ , demandera un travail très approfondi. Dans certains spectres simples tels que celui des rayons  $\beta$  du Ra D, on observe des raies d'origine photo-électrique attribuables à un seul groupe de rayons  $\gamma$  monochromatiques. Ces raies forment des têtes de bandes se prolongeant vers les vitesses faibles et provenant peut-être de photo-électrons produits par les rayons  $\gamma$  diffusés. Sur certains spectres magnétiques obtenus par les rayons  $\beta$  du mésothorium 2 dans la région des faibles vitesses, on remarque dans le spectre continu un vide qui pourrait correspondre, pour le groupe de rayons  $\gamma$  primaires de 58 kilovolts, à la séparation

entre la bande des électrons de choc et celle des photo-électrons des rayons  $\gamma$  diffusés <sup>(1)</sup>.

M. SCHRÖDINGER, sur l'invitation de M. Ehrenfest, trace au tableau à la craie en couleurs le système de quatre trains d'onde par lequel il a essayé de représenter l'effet Compton d'une façon intuitive (*Ann. d. Phys.*, 4<sup>e</sup> série, t. 82, 1927, p. 257).

M. BOHR. — La considération simultanée de deux systèmes d'ondes n'a pas pour but de donner une théorie causale dans le sens classique, mais on peut montrer qu'elle conduit à une analogie symbolique. Cela a été étudié particulièrement par Klein. En outre, le problème a pu être traité d'une façon plus approfondie par la façon dont Dirac a formulé la théorie de Schrödinger. Nous trouvons ici un renoncement plus avancé encore à l'intuitivité, un fait très caractéristique pour les méthodes symboliques dans la théorie des quanta.

M. LORENTZ. — M. Schrödinger a fait voir comment on peut expliquer l'effet Compton dans la mécanique ondulatoire. Dans cette explication on considère les ondes associées à l'électron ( $e$ ) et au photon ( $ph$ ), avant (1) et après (2) la rencontre. Il est naturel de penser que, de ces quatre systèmes d'ondes  $e_1$ ,  $ph_1$ ,  $e_2$  et  $ph_2$ , les deux derniers sont produits par la rencontre. Mais ils ne sont pas déterminés par  $e_1$  et  $ph_1$ , car on peut choisir arbitrairement la direction de  $e_2$ , par exemple. Donc, pour que le problème soit défini, il ne suffit pas de connaître  $e_1$  et  $ph_1$ ; une autre donnée encore est nécessaire, de même que dans le problème du choc de deux boules élastiques on doit connaître non seulement leurs vitesses initiales, mais aussi un paramètre qui détermine l'excentricité plus ou moins grande du choc, par exemple l'angle entre la vitesse relative et la normale commune au moment de la rencontre. Peut-être pourrait-on introduire dans l'explication donnée par M. Schrödinger quelque chose qui joue le rôle de ce paramètre accessoire.

M. BORN. — Il me semble qu'il est facile de comprendre pourquoi trois des quatre ondes doivent être données pour que le pro-

---

<sup>(1)</sup> D. K. YOVANOVITCH et A. PROCA, *Comptes rendus*, t. 183, 1926, p. 878.

cessus soit déterminé; il suffit de considérer des circonstances analogues dans la théorie classique. Si les mouvements des deux particules qui s'approchent l'une de l'autre sont donnés, l'effet du choc n'est pas encore déterminé; il peut être rendu déterminé en donnant la position de plus fort rapprochement ou une donnée équivalente. Mais en mécanique ondulatoire nous ne disposons pas de pareilles données microscopiques. Voilà pourquoi il est nécessaire de prescrire le mouvement d'une des particules après le choc, si l'on veut que le mouvement de la seconde particule après le choc soit déterminé. Mais il n'y a rien d'étonnant en ceci, toutes choses étant exactement comme en mécanique classique. La seule différence, c'est que dans la théorie ancienne on introduit des grandeurs microscopiques, comme les rayons des atomes qui se rencontrent, qui sont éliminées dans les calculs ultérieurs, tandis que dans la nouvelle théorie on évite l'introduction de ces grandeurs.

# NOUVELLE DYNAMIQUE DES QUANTA

PAR M. LOUIS DE BROGLIE.

## I. — Principaux points de vue <sup>(1)</sup>.

1. *Premiers travaux de M. Louis de Broglie* (1). — Dans ses premiers travaux sur la Dynamique des Quanta, l'auteur du présent rapport est parti de l'idée suivante : l'existence des corpuscules élémentaires de matière et de rayonnement étant admise comme un fait d'expérience, ces corpuscules sont supposés doués d'une périodicité. Dans cette manière de voir, on ne conçoit plus le « point matériel » comme une entité statique n'intéressant qu'une région infime de l'espace, mais comme le centre d'un phénomène périodique répandu tout autour de lui.

Considérons donc un point matériel entièrement isolé et, dans un système de référence lié à ce point, attribuons au phénomène périodique dont nous postulons l'existence l'aspect d'une onde stationnaire définie par la fonction

$$u(x_0, y_0, z_0, t_0) = f(x_0, y_0, z_0) \cos 2\pi\nu_0 t_0.$$

Dans un autre système galiléen  $x, y, z, t$ , le point matériel aura un mouvement rectiligne et uniforme de vitesse  $v = \beta c$ . La simple application de la transformation de Lorentz montre qu'en ce qui concerne la phase, le phénomène périodique a dans

---

(1) En commençant cet exposé, il nous paraît juste de souligner que M. Marcel Brillouin a été le véritable précurseur de la Mécanique ondulatoire, comme on peut s'en rendre compte en se reportant aux travaux suivants : *C. R.*, t. 168, 1919, p. 1318; t. 169, 1919, p. 48; t. 171, 1920, p. 1000. — *Journ. Physique*, t. 3, 1922, p. 65.

le nouveau système l'aspect d'une onde plane se propageant dans la direction du mouvement dont la fréquence et la vitesse de phase sont

$$\nu = \frac{\nu_0}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad V = \frac{c^2}{v} = \frac{c}{\beta}.$$

L'apparition de cette propagation de phase avec une vitesse supérieure à  $c$  comme conséquence immédiate de la théorie de Relativité est tout à fait frappante.

Il existe entre  $\nu$  et  $V$  une relation remarquable. Les formules, donnant  $\nu$  et  $V$ , permettent en effet de définir un indice de réfraction du vide pour les ondes du point matériel de fréquence propre  $\nu_0$  par la loi de dispersion

$$n = \frac{c}{V} = \sqrt{1 - \frac{\nu_0^2}{\nu^2}}.$$

On vérifie alors aisément que

$$\frac{1}{v} = \frac{1}{c} \frac{d(n\nu)}{d\nu},$$

c'est-à-dire que la vitesse  $v$  du point matériel est égale à la vitesse de groupe correspondant à la loi de dispersion.

Le point matériel libre étant ainsi défini par des grandeurs ondulatoires, il faut relier à celles-ci les grandeurs dynamiques. Or, la fréquence  $\nu$  se transformant comme une énergie, il est tout indiqué de poser la relation du quantum

$$W = h\nu,$$

relation valable dans tout système dont on déduit la définition ondulatoire de la masse propre  $m_0$

$$m_0 c^2 = h\nu_0.$$

Écrivons la fonction représentant l'onde dans le système  $x, y, z, t$  sous la forme

$$u(x, y, z, t) = f(x, y, z, t) \cos \frac{2\pi}{h} \varphi(x, y, z, t).$$

On vérifie facilement que l'on a, en désignant par  $W$  et  $p$  l'énergie

et la quantité de mouvement <sup>(1)</sup>

$$W = \frac{\partial \varphi}{\partial t}, \quad \vec{p} = - \text{grad } \varphi.$$

La fonction  $\varphi$  n'est donc pas autre chose que la fonction de Jacobi. On en déduit que, dans le cas du mouvement rectiligne uniforme, il y a identité entre le principe de moindre action et celui de Fermat.

Pour chercher à généraliser ces résultats, admettons maintenant que le point matériel en mouvement dans un champ dérivant d'une fonction potentielle  $F(x, y, z, t)$  soit représenté par la fonction

$$u(x, y, z, t) = f(x, y, z, t) \cos \frac{2\pi}{h} \varphi(x, y, z, t),$$

où  $\varphi$  est la fonction de Jacobi des anciennes Dynamiques. Cette assimilation de la phase à la fonction de Jacobi nous conduit de suite à poser les deux relations suivantes qui établissent un lien général entre les grandeurs mécaniques et les grandeurs ondulatoires :

$$W = h\nu = \frac{\partial \varphi}{\partial t}, \quad \vec{p} = \frac{h\nu}{V} = - \text{grad } \varphi.$$

On en déduit que l'espace où règne le champ présente pour les ondes de la nouvelle Mécanique l'indice de réfraction

$$n = \sqrt{\left(1 - \frac{F}{h\nu}\right)^2 - \frac{v_0^2}{v^2}}.$$

Les équations d'Hamilton montrent de plus, qu'ici encore, la vitesse du mobile est égale à la vitesse de groupe <sup>(2)</sup>.

Ces conceptions conduisent à une interprétation des conditions

<sup>(1)</sup> Le vecteur « grad  $\varphi$  » est le vecteur dont les composantes sont

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x}, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial y}, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial z}.$$

<sup>(2)</sup> Dans le cas du mouvement d'une charge électrique ponctuelle dans un champ magnétique, l'espace se comporte comme un milieu anisotrope (voir *Thèse*, p. 39).

de stabilité introduites par la théorie des quanta. Si, en effet, on considère une trajectoire fermée, la phase doit être une fonction uniforme le long de cette courbe et, par suite, on est amené à écrire la condition de Planck

$$\int_0^1 (p, dl) = k \cdot h \quad (k \text{ entier}).$$

Les conditions de Sommerfeld pour les mouvements quasi périodiques peuvent aussi s'en déduire. Les phénomènes de stabilité quantique apparaissent ainsi être analogues à des phénomènes de résonance et l'apparition des nombres entiers devient ici aussi naturelle que dans la théorie des cordes ou plaques vibrantes. Néanmoins, l'interprétation qui vient d'être rappelée ne constitue encore, comme nous le verrons, qu'une première approximation.

L'application des nouvelles conceptions aux corpuscules de lumière conduit à des difficultés si l'on considère leur masse propre comme finie. On évite ces difficultés en admettant que les propriétés des corpuscules de lumière se déduisent de celles des points matériels ordinaires en faisant tendre la masse propre vers zéro. Les deux vitesses  $v$  et  $V$  tendent alors toutes deux vers  $c$  et à la limite on obtient les deux relations fondamentales de la théorie des quanta de lumière

$$h\nu = W, \quad \frac{h\nu}{c} = p,$$

à l'aide desquelles on peut rendre compte des effets Doppler, de la pression de radiation, de l'effet photo-électrique et de l'effet Compton.

La nouvelle conception ondulatoire de la Mécanique conduit à une nouvelle Mécanique statistique qui permet d'unir en une seule doctrine la théorie cinétique des gaz et celle du rayonnement noir. Cette statistique coïncide avec celle qui fut proposée indépendamment par M. Bose (2); M. Einstein (3) en a montré la portée et précisé la signification. Depuis, de nombreux travaux (4) l'ont développée dans diverses directions.

Ajoutons quelques remarques. D'abord, l'auteur de ce rapport a toujours admis que le point matériel occupait une position bien définie dans l'espace. Par suite, l'amplitude  $f$  devrait comporter une singularité ou tout au moins présenter des valeurs anorma-

lement élevées dans une région très petite. Mais, en fait, la forme de l'amplitude ne joue aucun rôle dans les résultats rappelés ci-dessus. Seule la phase intervient : d'où le nom d'ondes de phase donné primitivement aux ondes de la nouvelle Mécanique.

D'autre part, l'auteur, après avoir ramené les formes anciennes de la Dynamique à l'Optique géométrique, s'était bien aperçu que c'était là seulement un premier stade. L'existence des phénomènes de diffraction lui était apparue comme exigeant la constitution d'une Mécanique nouvelle « qui serait aux anciennes Mécaniques (y compris celle d'Einstein) ce que l'Optique ondulatoire est à l'Optique géométrique » (1). C'est M. Schrödinger qui a eu le mérite de constituer définitivement la nouvelle doctrine.

2. *Les travaux de M. E. Schrödinger* (5). — L'idée fondamentale de M. Schrödinger nous paraît avoir été la suivante : la nouvelle Mécanique doit partir d'équations de propagation, ces équations étant construites de façon que dans chaque cas la phase de leurs solutions sinusoïdales soit au degré d'approximation de l'Optique géométrique une solution de l'équation de Jacobi.

Au lieu de considérer des ondes dont l'amplitude comporterait une singularité, M. Schrödinger envisage systématiquement des ondes du type classique, c'est-à-dire dont l'amplitude est une fonction continue. Pour lui, les ondes de la nouvelle Mécanique sont donc représentées par des fonctions  $\Psi$  qu'on peut toujours écrire sous la forme canonique

$$\Psi = a \cos \frac{2\pi}{h} \varphi,$$

$a$  étant une fonction continue et  $\varphi$  étant en première approximation une solution de l'équation de Jacobi. Nous pouvons entendre les mots « en première approximation » de deux manières différentes : 1° si les conditions qui rendent légitime l'emploi de l'Optique géométrique sont réalisées, la phase  $\varphi$  obéira à l'équation dite de l'Optique géométrique et cette équation devra être identique à celle de Jacobi; 2° on doit également retrouver l'équation de Jacobi si l'on fait tendre vers zéro la constante de Planck, car

---

(1) *Revue générale des Sciences* du 30 novembre 1924, p. 633.

nous sommes certains d'avance que les anciennes Dynamiques doivent a'ors redevenir exactes.

Considérons d'abord le cas du mouvement d'un seul point matériel dans un champ constant dérivant de la fonction potentielle  $F(x, y, z)$ . Dans son premier Mémoire, Schrödinger montre que l'équation de propagation, du moins au degré d'approximation de la Mécanique de Newton, est en ce cas

$$\Delta\Psi + \frac{8\pi^2 m_0}{h^2} (E - F)\Psi = 0.$$

C'est bien aussi à cette équation qu'on arrive en partant de la loi de dispersion indiquée au premier paragraphe.

Cette équation obtenue, M. Schrödinger s'en est servi pour étudier la quantification des mouvements à l'échelle atomique (atome d'hydrogène, oscillateur de Planck, etc.). Il a fait la remarque fondamentale suivante : dans les problèmes qu'envisage la micromécanique, les approximations de l'Optique géométrique ne sont plus aucunement valables. Par suite, l'interprétation proposée par L. de Broglie des conditions de quanta montre seulement que les formules de Bohr-Sommerfeld correspondent au degré d'approximation des anciennes Dynamiques. Pour résoudre rigoureusement le problème de la quantification, il faut donc considérer l'atome comme le siège d'ondes stationnaires satisfaisant à certaines conditions. Schrödinger a admis, ce qui est très naturel, que les fonctions d'ondes doivent être finies, uniformes et continues dans tout l'espace. Ces conditions définissent pour l'amplitude un ensemble de fonctions fondamentales (Eigenfunktionen) qui représentent les divers états stables du système atomique envisagé. Les résultats obtenus ont prouvé que cette nouvelle méthode de quantification à laquelle MM. Léon Brillouin, G. Wentzel et Kramers (6) ont apporté d'importantes contributions, était la bonne.

Pour M. Schrödinger, on doit envisager des ondes continues, c'est-à-dire dont l'amplitude ne présente pas de singularités. Comment alors peut-on se représenter le « point matériel » ? S'appuyant sur l'égalité de la vitesse du mobile et de la vitesse de groupe, Schrödinger envisage le point matériel comme un groupe d'ondes (Wellenpaket) de fréquences très voisines se

propageant dans des directions comprises à l'intérieur d'un cône très délié. Le point matériel ne serait pas alors réellement ponctuel, il occuperait une région de l'espace qui serait au moins de l'ordre de grandeur de sa longueur d'onde. Comme dans les phénomènes intraatomiques, le domaine où s'opère le mouvement a des dimensions de l'ordre des longueurs d'onde, le point matériel n'y serait plus du tout défini; pour M. Schrödinger, l'électron dans l'atome est en quelque sorte « fondu », on ne peut plus parler ni de sa position, ni de sa vitesse. Cette manière de concevoir les points matériels nous paraît soulever beaucoup de difficultés; si, par exemple, le quantum de lumière ultraviolette occupe un volume dont les dimensions sont de l'ordre de sa longueur d'onde, on conçoit bien difficilement que ce quantum puisse être absorbé par un atome de dimensions mille fois plus petites.

Ayant établi l'équation de propagation pour un point matériel dans un champ constant, M. Schrödinger s'est ensuite occupé de la Dynamique des systèmes. Se contentant toujours de l'approximation newtonienne et s'inspirant des idées d'Hamilton, il est arrivé à l'énoncé qui suit : Soit un système isolé dont l'énergie potentielle est  $F(q_1, q_2, \dots, q_n)$ , l'énergie cinétique est une forme quadratique homogène des moments  $p_k$  et l'on peut écrire

$$2T = \sum_{kl} m^{kl} p_k p_l,$$

les  $m^{kl}$  étant fonctions des  $q$ . Si  $m$  désigne le déterminant  $|m^{kl}|$  et si  $E$  est la constante de l'énergie au sens classique, on doit partir selon Schrödinger de l'équation de propagation

$$m^{-\frac{1}{2}} \sum_{kl} \frac{\partial}{\partial q_k} \left[ m^{-\frac{1}{2}} m^{kl} \frac{\partial \Psi}{\partial q^l} \right] + \frac{8\pi^2}{h^2} (E - F) \Psi = 0,$$

qui représente la propagation d'une onde dans l'espace de configuration construit à l'aide des variables  $q$ . En posant

$$\Psi = a \cos \frac{2\pi}{h} \varphi,$$

et en faisant tendre  $h$  vers zéro, on retrouve bien à la limite l'équation de Jacobi

$$\frac{1}{2} \sum_{kl} m^{kl} \frac{\partial \varphi}{\partial q^k} \frac{\partial \varphi}{\partial q^l} + F = E.$$

Pour quantifier un système atomique, on déterminera ici encore les fonctions fondamentales de l'équation de propagation correspondante.

Nous ne pouvons rappeler ici les succès remportés par cette méthode [travaux de MM. Schrödinger, Fuess, Manneback (7), etc.], mais nous devons insister sur les difficultés d'ordre conceptuel qu'elle soulève. Considérons, en effet, pour simplifier, un système de  $N$  points matériels possédant chacun ses trois degrés de liberté. L'espace de configuration est essentiellement formé à l'aide des coordonnées des points et cependant M. Schrödinger admet que dans les systèmes atomiques, les points matériels n'ont plus de position nettement définie. Il semble un peu paradoxal de construire un espace de configuration avec les coordonnées de points qui n'existent pas. De plus, si la propagation d'une onde dans l'espace a un sens physique clair, il n'en est pas de même de la propagation d'une onde dans l'espace abstrait de configuration dont le nombre de dimensions est déterminé par le nombre des degrés de liberté du système. Nous aurons donc à revenir plus loin sur le sens exact de l'équation de Schrödinger pour les systèmes.

Par une transposition d'une admirable ingéniosité, M. Schrödinger a montré que la Mécanique quantique inventée par M. Heisenberg et développée par MM. Born, Jordan, Pauli, etc., peut se traduire dans le langage de la Mécanique ondulatoire. Par comparaison avec les éléments de matrices d'Heisenberg, il a pu déduire l'expression de la densité électrique moyenne de l'atome à partir des fonctions  $\Psi$ , expression sur laquelle nous reviendrons plus loin.

Les équations de Schrödinger ne sont pas relativistes. Pour le cas d'un seul point matériel, divers auteurs (8) ont donné une équation de propagation plus générale en accord avec le principe de Relativité. Soient  $e$  la charge électrique du point,  $\mathfrak{V}$  et  $\Lambda$  les deux potentiels électromagnétiques. L'équation à laquelle doit satisfaire l'onde  $\Psi$  écrite sous forme complexe est

$$\square\Psi - \frac{i\pi e}{h} \frac{e}{c} \left[ \frac{\mathfrak{V}}{c} \frac{\partial\Psi}{\partial t} + \sum_{\alpha, \beta} \Lambda_{\alpha\beta} \frac{\partial\Psi}{\partial x} \right] - \frac{i\pi^2}{h^2} \left[ m_0^2 c^2 - \frac{e^2}{c^2} (\mathfrak{V}^2 - \Lambda^2) \right] \Psi = 0.$$

Comme M. O. Klein (9), puis l'auteur (10) l'ont montré, la théorie de l'Univers à cinq dimensions permet de donner à l'équation

de propagation une forme plus élégante où ont disparu les termes imaginaires dont la présence est un peu choquante pour le physicien.

Nous devons aussi faire une mention toute particulière des beaux Mémoires dans lesquels M. De Donder (11) a rattaché les formules de la Mécanique ondulatoire à sa théorie générale de la Gravitique einsteinienne.

3. *Les idées de M. Born* (12). — M. Born a été frappé du fait que les fonctions d'ondes continues  $\Psi$  ne permettent pas de dire où se trouve la particule dont on étudie le mouvement et, rejetant la conception du Wellenpacket, il considère les ondes  $\Psi$  comme donnant seulement une représentation statistique des phénomènes. M. Born paraît même abandonner l'idée du déterminisme des phénomènes physiques individuels : « La Dynamique des Quanta, écrit-il dans sa lettre à *Nature*, serait donc un singulier mélange de dynamique et de statistique... La connaissance de  $\Psi$  nous permettrait de suivre le cours d'un processus physique dans la mesure où il est quantiquement déterminé, c'est-à-dire non pas dans un sens causal, mais dans un sens statistique. »

Ces conceptions ont été développées par leur auteur sous forme mathématique dans des Mémoires d'un intérêt fondamental. Voici, à titre d'exemple, comment il traite le choc d'un électron et d'un atome. Il écrit l'équation de Schrödinger pour le système électron-atome, et il remarque qu'avant le choc, l'onde  $\Psi$  doit s'exprimer par le produit de la fonction fondamentale représentant l'état initial de l'atome par la fonction d'onde plane correspondant au mouvement rectiligne uniforme de l'électron. Pendant le choc, il y a interaction entre l'électron et l'atome, interaction qui se manifeste dans l'équation de propagation par le terme d'énergie potentielle mutuelle. Partant de la forme initiale de  $\Psi$ , M. Born déduit par des procédés d'approximations successives sa forme finale après le choc aussi bien dans le cas du choc élastique, qui ne modifie pas l'état interne de l'atome, que dans le cas du choc inélastique où l'atome passe d'un état stable à un autre en empruntant ou cédant de l'énergie à l'électron. D'après M. Born, la forme finale de  $\Psi$  détermine la probabilité pour que le choc produise tel ou tel résultat.

Les idées de M. Born nous paraissent renfermer une grande part de vérité et les considérations qui vont maintenant être développées présentent avec elles une grande analogie.

## II. — Signification probable des ondes continues $\Psi$ (13).

4. *Cas d'un seul point matériel dans un champ constant.* — L'ensemble des découvertes expérimentales faites depuis quarante ans semble imposer l'idée que la matière et le rayonnement possèdent une structure atomique. Cependant, l'optique classique a représenté avec un immense succès la propagation de la lumière à l'aide de la conception des ondes continues et, en Mécanique ondulatoire, depuis les travaux de M. Schrödinger, on considère aussi constamment des ondes continues  $\Psi$  qui, ne présentant pas de singularités, ne permettent pas de définir le point matériel. Si l'on ne veut pas adopter l'hypothèse du « Wellenpaket » dont le développement paraît soulever des difficultés, comment peut-on concilier l'existence d'éléments ponctuels d'énergie avec le succès des théories qui envisagent les ondes  $\Psi$ ? Quel lien doit-on établir entre les corpuscules et les ondes? Ce sont les questions capitales qui se posent dans l'état présent de la Mécanique ondulatoire.

Pour tâcher d'y répondre, commençons par considérer le cas d'un seul corpuscule portant une charge  $e$  et se mouvant dans un champ électromagnétique (1) défini par les potentiels  $\mathcal{V}$  et  $\vec{A}$ . Supposons d'abord qu'il s'agisse d'un mouvement où la Mécanique ancienne (sous la forme relativiste) est suffisante. Si nous écrivons l'onde  $\Psi$  sous la forme canonique

$$\Psi = a \cos \frac{2\pi}{h} \varphi,$$

la fonction  $\varphi$  est alors, nous l'avons vu, la fonction de Jacobi, et la vitesse du corpuscule est définie par la formule de Dynamique einsteinienne

$$(1) \quad \vec{v} = -c^2 \frac{\overrightarrow{\text{grad}} \varphi + \frac{e}{c} \vec{A}}{\frac{\partial \varphi}{\partial t} - e\mathcal{V}}.$$

---

(1) Nous laissons ici de côté le cas où il existe aussi un champ de gravitation. Les considérations qui suivent s'étendent d'ailleurs sans difficulté à ce cas.

Nous proposons d'admettre par induction que cette formule est encore valable lorsque les Mécaniques anciennes ne sont plus suffisantes, c'est-à-dire lorsque  $\varphi$  n'est plus une solution de l'équation de Jacobi (1). Si l'on admet cette hypothèse qui paraît justifiée par ces conséquences, la formule (I) détermine entièrement le mouvement du corpuscule *dès qu'on s'est donné sa position à un instant initial*. En d'autres termes, la fonction  $\varphi$ , tout comme la fonction de Jacobi dont elle est la généralisation, détermine toute une classe de mouvements et, pour connaître celui de ces mouvements qui est effectivement décrit, il suffit de connaître la position initiale.

Considérons maintenant tout un nuage de corpuscules identiques et sans interactions dont les mouvements déterminés par (I) correspondent à une même fonction  $\varphi$  mais différent par les positions initiales. Un raisonnement simple montre que si la densité du nuage au moment initial est égale à

$$K a^2 \left( \frac{d\tau}{dt} - e\mathcal{V} \right),$$

où  $K$  est une constante, elle restera dans la suite constamment donnée par cette expression. Nous pouvons énoncer ce résultat sous une autre forme. Supposons qu'il n'y ait qu'un seul corpuscule dont nous ignorons la position initiale; d'après ce qui précède, sa *probabilité de présence* à un instant donné dans un volume  $d\tau$  de l'espace sera

$$(II) \quad \pi d\tau = K a^2 \left( \frac{d\tau}{dt} - e\mathcal{V} \right) d\tau.$$

En résumé, dans nos hypothèses, chaque onde  $\Psi$  détermine une « classe de mouvements » et chacun de ces mouvements est réglé par l'équation (I) quand on connaît la position initiale du corpuscule. Si l'on ignore cette position initiale, la formule (II) donne la probabilité de présence du corpuscule dans l'élément du volume  $d\tau$  à l'instant  $t$ . L'onde  $\Psi$  apparaît donc à la fois comme

(1) M. De Donder pose comme nous l'équation (I), mais en désignant par  $\varphi$  non pas la phase de l'onde, mais la fonction classique de Jacobi. Il en résulte que sa théorie et la nôtre divergent dès qu'on sort du domaine où l'ancienne Mécanique relativiste est suffisante.

une *onde pilote* (Führungsfeld de M. Born) et comme une *onde de probabilité*. Puisque le mouvement du corpuscule nous paraît rigoureusement déterminé par l'équation (I), il ne nous semble pas qu'il y ait lieu de renoncer à croire au déterminisme des phénomènes physiques individuels (1) et c'est en cela que nos conceptions, très semblables par ailleurs à celles de M. Born, paraissent cependant en différer sensiblement.

Remarquons que, si l'on se contente de l'approximation newtonienne, on peut remplacer dans (I) et (II) :  $\frac{\partial \varphi}{\partial t} = e\mathfrak{V}$  par  $m_0 c^2$  et l'on obtient les formes simplifiées

$$(I') \quad \vec{v} = -\frac{1}{m_0} \left( \overrightarrow{\text{grad } \varphi} - \frac{e}{c} \vec{\Lambda} \right),$$

$$(II') \quad \pi = \text{const. } a^2.$$

Il y a un cas où l'application des idées précédentes se fait d'une façon remarquablement claire : c'est celui où le mouvement initial des corpuscules est rectiligne et uniforme dans une région exempte de tout champ. Dans cette région, le nuage de corpuscules imaginé tout à l'heure peut être représenté par l'onde plane homogène

$$\Psi = a \cos \frac{\lambda \pi}{h} W \left( t - \frac{\mathfrak{V} x}{c^2} \right);$$

$a$  est ici une constante et ceci veut dire qu'un corpuscule a la même probabilité de se trouver en un point quelconque du nuage. La question de savoir comment cette onde plane homogène va se comporter en pénétrant dans une région où règne un champ est analogue à celle de déterminer la forme d'une onde lumineuse initialement plane qui pénètre dans un milieu réfringent. Dans son Mémoire « Quantenmechanik der Stossvorgänge », M. Born a donné une méthode générale d'approximations successives pour résoudre ce problème et M. Wentzel (14) a montré qu'on peut ainsi retrouver la formule de Rutherford pour la déviation des rayons  $\beta$  par un centre électrisé.

Nous présenterons encore une observation sur la Dynamique du point matériel telle qu'elle résulte de l'équation (I) : on peut toujours écrire pour le point matériel les équations de la Dyna-

---

(1) C'est-à-dire ici du mouvement individuel des corpuscules.

mique de Relativité même quand l'approximation des mécaniques anciennes n'est pas valable à condition d'attribuer au mobile une masse propre variable  $M_0$  donnée par la formule

$$M_0 = \sqrt{m_0^2 - \frac{h^2}{4\pi^2 c^2} \frac{\square a}{a}}.$$

5. *L'interprétation des interférences.* — La nouvelle Dynamique permet l'interprétation des phénomènes de l'Optique ondulatoire exactement dans le sens qui avait été prévu, il y a longtemps déjà, par M. Einstein. Dans le cas de la lumière, l'onde  $\Psi$  est en effet l'onde lumineuse des théories classiques <sup>(1)</sup>. Si nous considérons la propagation de la lumière dans une région semée d'obstacles fixes, la propagation de l'onde  $\Psi$  dépendra de la nature et de la disposition de ces obstacles, mais la fréquence  $\frac{1}{h} \frac{\partial \varphi}{\partial t}$  ne variera pas (pas d'effet Doppler). Les formules (I) et (II) prendront donc la forme

$$v = - \frac{c^2}{h^2} \text{grad } \varphi; \quad \pi = \text{const. } a^2.$$

La seconde de ces formules montre immédiatement que les franges brillantes et obscures prévues par la nouvelle théorie vont coïncider avec celles que prévoyait l'ancienne. Pour enregistrer les franges, par exemple par la photographie, on peut faire une expérience de courte durée avec un éclairage intense ou une expérience de longue durée avec un éclairage faible (expérience de Taylor); dans le premier cas on fait une moyenne dans l'espace, dans le second cas une moyenne dans le temps, mais si les quanta de lumière n'agissent pas les uns sur les autres, le résultat statistique doit évidemment être le même.

M. Bothe (15) a cru pouvoir déduire de certaines expériences sur l'effet Compton dans un champ d'interférence l'inexactitude de la première formule écrite plus haut, celle qui donne la vitesse du quantum, mais à notre avis cette conclusion peut être contestée.

6. *Le tenseur énergie-quantité de mouvement des ondes  $\Psi$ .* —

---

<sup>(1)</sup> Nous considérons alors  $\Psi$  comme la « variable lumineuse » sans préciser aucunement la signification physique de cette grandeur.

Dans un de ses Mémoires (16), M. Schrödinger a donné l'expression du tenseur énergie-quantité de mouvement à l'intérieur d'une onde  $\Psi$ . Suivant les idées exposées ici, l'onde  $\Psi$  représente le mouvement d'un nuage de corpuscules; en examinant alors l'expression donnée par Schrödinger et en tenant compte des relations (I) et (II), on s'aperçoit qu'elle se décompose en une partie donnant l'énergie et la quantité de mouvement des particules et une autre qu'on peut interpréter comme représentant un état de tensions existant dans l'onde autour des particules. Ces tensions sont nulles dans les états de mouvement conformes aux anciennes Dynamiques; elles caractérisent les états nouveaux prévus par la Mécanique ondulatoire qui apparaissent ainsi comme des « états contraints » du point matériel et sont intimement liés à la variabilité de la masse propre  $M_0$ . M. De Donder a également attiré l'attention sur ce fait, et il a été amené à désigner l'amplitude des ondes qu'il considère sous le nom de « potentiel des tensions internes ».

L'existence de ces tensions permet d'expliquer comment un miroir en réfléchissant un faisceau lumineux subit une pression de radiation bien que d'après l'équation (I) et en raison des interférences les corpuscules de lumière ne viennent pas « frapper » sa surface.

7. *La dynamique des systèmes.* — Nous devons maintenant examiner comment ces conceptions peuvent servir à interpréter l'équation de propagation proposée par Schrödinger pour la Dynamique des systèmes. Nous avons signalé plus haut les deux difficultés que soulève cette équation. La première relative au sens des variables qui servent à construire l'espace de configuration disparaît si l'on admet que les points matériels ont toujours une position bien déterminée. Reste la seconde difficulté. Il nous paraît certain que si l'on veut représenter *physiquement* l'évolution d'un système de  $N$  corpuscules, on doit considérer la propagation dans l'espace de  $N$  ondes, chacune des  $N$  propagations étant déterminée par l'action des  $N - 1$  corpuscules liés aux autres ondes. Néanmoins, si l'on attache son attention uniquement sur les corpuscules, on peut représenter leurs états par un point dans l'espace de configuration et l'on pourra chercher

à lier le mouvement de ce point représentatif à la propagation d'une onde fictive  $\Psi$  dans l'espace de configuration. Il nous paraît très probable que l'onde

$$\Psi = a(q_1, q_2, \dots, q_n) \cos \frac{2\pi}{h} \varphi(t, q_1, \dots, q_n),$$

solution de l'équation de Schrödinger, est seulement une onde fictive qui, à l'approximation newtonienne, joue pour le point représentatif du système dans l'espace de configuration le même rôle d'onde-pilote et d'onde de probabilité que joue l'onde  $\Psi$  dans l'espace ordinaire dans le cas d'un seul point matériel.

Supposons le système formé de  $N$  points ayant pour coordonnées rectangulaires

$$x_1^1, x_2^1, x_3^1, \dots, x_1^N, x_2^N, x_3^N, \dots$$

Dans l'espace de configuration formé à l'aide de ces coordonnées, le point représentatif du système a pour composantes le long de l'axe  $x_i^k$

$$v_{x_i^k} = - \frac{1}{m_k} \frac{\partial \varphi}{\partial x_i^k},$$

$m_k$  étant la masse du  $k^{\text{ième}}$  corpuscule. Ceci est la relation qui remplace (I') pour les systèmes. De là, on déduit que la probabilité de présence du point représentatif dans l'élément de volume  $d\tau$  de l'espace de configuration est

$$\pi d\tau = \text{const. } a^2 d\tau.$$

Cette nouvelle relation remplace pour les systèmes la relation (II'). Elle s'accorde pleinement, nous semble-t-il, avec les résultats obtenus par M. Born pour le choc d'un électron et d'un atome et par M. Fermi (17) pour le choc d'un électron et d'un rotateur.

Contrairement à ce qui se passe pour un seul point matériel, il ne paraît pas facile de trouver une onde  $\Psi$  qui définirait le mouvement du système, compte tenu des termes de la Relativité.

8. *Les ondes  $\Psi$  en micromécanique.* — Beaucoup d'auteurs pensent qu'il est illusoire de se demander quelle est la position ou la vitesse d'un électron dans l'atome à un instant donné. Nous sommes, au contraire, enclins à croire qu'il est possible d'attribuer aux corpuscules une position et une vitesse même dans les systèmes

atomiques, de façon à donner un sens précis aux variables de l'espace de configuration.

Ceci conduit à des conclusions qui méritent d'être soulignées. Considérons un atome d'hydrogène dans un de ses états stables. Selon Schrödinger, la fonction  $\Psi_n$  correspondante est en coordonnées sphériques <sup>(1)</sup> de la forme

$$\Psi_n = F(r, \theta) [A \cos m\alpha + B \sin m\alpha] \frac{\sin \frac{2\pi}{h} W_n t}{\cos \frac{2\pi}{h} W_n t} \quad (m \text{ entier})$$

avec

$$W_n = m_n c^2 - \frac{2\pi^2 m_0 e^4}{n^2 h^2}.$$

Si alors nous appliquons notre formule (I'), nous en concluons que l'électron est immobile dans l'atome, conclusion qui serait évidemment inadmissible dans l'ancienne Mécanique. Toutefois, l'examen de diverses questions et notamment de l'effet Zeeman nous a amené à croire que, dans ses états stables, l'atome H doit plutôt être représenté par la fonction

$$\Psi_n = F(r, \theta) \cos \frac{2\pi}{h} \left( W_n t - \frac{mh}{2\pi} \alpha \right)$$

qui, étant une combinaison linéaire d'expressions du type écrit ci-dessus, est également acceptable <sup>(2)</sup>. Si cela est vrai, l'électron aurait, d'après (I'), un mouvement circulaire uniforme de vitesse

$$v = \frac{1}{m_0 r} \frac{mh}{2\pi}.$$

Il ne serait donc immobile que dans les états où  $m = 0$ .

D'une façon générale, les états de l'atome à un instant donné peuvent toujours se représenter par une fonction

$$\Psi = \sum_n c_n \Psi_n.$$

les  $\Psi_n$  étant les Eigenfunktionen de Schrödinger. En particulier,

<sup>(1)</sup>  $r$ , rayon vecteur;  $\theta$ , latitude;  $\alpha$ , longitude.

<sup>(2)</sup> Dans son Mémoire sur « Les moments de rotation et le magnétisme dans la Mécanique ondulatoire » (*Journal de Physique*, t. 8, 1927, p. 74), M. Léon Brillouin a implicitement admis l'hypothèse que nous formulons dans le texte.

l'état de transition  $i \rightarrow j$  pendant lequel l'atome émet la fréquence  $\nu_{ij}$  serait (ceci paraît conforme aux idées de Schrödinger) donné par

$$\Psi = c_i \Psi_i + c_j \Psi_j,$$

$c_i$  et  $c_j$  étant deux fonctions du temps très lentement variables par rapport aux facteurs trigonométriques des  $\Psi_n$ , la première variant de 1 à 0 et la seconde de 0 à 1 pendant la transition. En écrivant la fonction  $\Psi$  sous la forme canonique  $a \cos \frac{2\pi}{h} \varphi$ , ce qui est toujours possible, la formule (I') donnera la vitesse de l'électron pendant la transition si l'on suppose donnée sa position initiale. Il ne nous semble donc pas impossible d'arriver ainsi à une représentation visuelle de la transition.

Considérons maintenant un ensemble d'atomes d'hydrogène qui tous se trouvent dans le même état représenté par une même fonction

$$\Psi = \sum_n c_n \Psi_n.$$

La position de l'électron dans chaque atome nous est inconnue, mais si, par la pensée, nous superposons tous ces atomes, nous obtenons un *atome moyen* où la probabilité de présence d'un des électrons dans l'élément de volume  $d\tau$  sera donnée par la formule (II),  $K$  étant déterminé par le fait que la probabilité totale de toutes les positions possibles doit être égale à l'unité.

La densité d'électricité  $\rho$  et la densité de courant  $\vec{J} = \rho \vec{v}$  dans l'atome moyen sont donc, d'après (I) et (II),

$$\begin{aligned} \rho &= K e a^2 \left( \frac{\partial \varphi}{\partial t} - c \nabla^2 \right), \\ \vec{J} &= - K e c^2 a^2 \left( \text{grad } \varphi - \frac{e}{c} \vec{\lambda} \right) \end{aligned}$$

et ces formules coïncident, aux notations près, avec celles de MM. Gordon, Schrödinger et O. Klein (18).

Contentons-nous de l'approximation newtonienne, désignons pour un instant par  $\Psi$  l'onde écrite sous forme *complexe*, par  $\bar{\Psi}$  la fonction conjuguée, il vient

$$\varphi = \text{const. } a^2 = \text{const. } \Psi \bar{\Psi}.$$

C'est la formule à laquelle M. Schrödinger a été conduit par la transposition de la théorie des matrices; elle montre que le moment électrique de l'atome moyen pendant la transition  $i \rightarrow j$  contient un terme de fréquence  $\nu_{ij}$  et permet ainsi d'interpréter la relation des fréquences de Bohr.

Il paraît aujourd'hui certain qu'on peut prévoir l'énergie rayonnée en moyenne par un atome en se servant des équations de Maxwell-Lorentz à condition d'introduire dans ces équations les quantités moyennes  $\rho$  et  $\rho v$  qui viennent d'être définies. On peut ainsi donner au principe de correspondance un sens tout à fait précis ainsi que M. Debye (19) l'a bien montré dans le cas particulier du mouvement à un degré de liberté. Il semble bien que l'électromagnétisme classique ne puisse désormais conserver qu'une valeur statistique; c'est là un fait important dont on devra essayer d'approfondir le sens.

Pour étudier la réaction d'une radiation sur un ensemble d'atomes, il est assez naturel de considérer un « atome moyen » plongé dans une « lumière moyenne » qu'on définit par une onde plane homogène de potentiel vecteur. La densité  $\rho$  de l'atome moyen se trouve perturbée par l'action de la lumière et l'on en déduit le rayonnement diffusé. A cette méthode qui donne de bonnes prévisions moyennes, se rattachent plus ou moins directement les théories de la dispersion par MM. Schrödinger et Klein (20), la théorie de l'effet Compton par MM. Gordon et Schrödinger (21), les Mémoires de M. Wentzel (22) sur l'effet photo-électrique et l'effet Compton, etc. Le cadre de ce rapport ne nous permet pas d'insister davantage sur ces intéressants travaux.

9. *Conclusions et remarques.* — Jusqu'ici nous avons considéré les corpuscules comme « extérieurs » à l'onde  $\Psi$ , leur mouvement étant seul déterminé par la propagation de l'onde. Ce n'est là, sans doute, qu'un point de vue provisoire : une véritable théorie de la structure atomique de la matière et du rayonnement devra, nous semble-t-il, *incorporer* les corpuscules dans le phénomène ondulatoire en considérant des solutions à singularités des équations de propagation. Il faudra alors montrer qu'il existe entre les ondes à singularités et les ondes  $\Psi$  une correspondance telle que le mouvement des singularités soit relié à la propagation

des ondes  $\Psi$  par la relation (I). Dans le cas de l'absence de champ, cette correspondance s'établit facilement, mais il n'en est pas de même dans le cas général.

Nous avons vu que les quantités  $\rho$  et  $\rho c$  figurant dans les équations de Maxwell-Lorentz doivent se calculer à partir des fonctions  $\Psi$ , mais cela ne suffit pas à établir un lien profond entre les grandeurs électromagnétiques et celles de la Mécanique ondulatoire. Pour établir ce lien <sup>(1)</sup>, il faudrait probablement partir des ondes à singularités car M. Schrödinger a très justement remarqué que les potentiels figurant dans les équations de propagation sont ceux qui résultent de la structure discontinue de l'électricité et non pas ceux qui pourraient se déduire des fonctions  $\Psi$ .

Signalons enfin que l'hypothèse de l'électron magnétique de MM. Uhlenbeck et Goudsmit, si nécessaire pour expliquer un grand nombre de phénomènes, n'a pas encore trouvé sa place dans les cadres de la Mécanique ondulatoire.

### III. — Expériences apportant un commencement de preuve directe en faveur de la nouvelle Dynamique de l'électron.

#### 10. *Phénomènes dont les nouvelles conceptions suggèrent l'existence.*

— Les idées qui viennent d'être développées conduisent à considérer le mouvement d'un électron comme guidé par la propagation d'une certaine onde. Dans beaucoup de cas usuels, l'ancienne Mécanique reste entièrement suffisante comme première approximation; mais notre nouveau point de vue, ainsi qu'Elsaesser (23) l'a signalé dès 1925, amène nécessairement à se poser la question suivante : « Ne pourrait-on pas observer des mouvements d'électrons que la Mécanique ancienne serait incapable de prévoir et qui seraient par suite caractéristiques de la Mécanique ondulatoire ? En d'autres termes, ne pourrait-on pas trouver pour les

---

<sup>(1)</sup> Les quelques tentatives faites jusqu'ici dans ce sens, notamment par M. Bateman (*Nature*, t. 118, 1926, p. 839) et par l'auteur (*Ondes et mouvements*, Chap. VIII, et *C. R.*, t. 184, 1927, p. 81), ne peuvent guère être regardées comme satisfaisantes.

électrons l'analogie des phénomènes de diffraction et d'interférences ? »

Ces phénomènes nouveaux, s'ils existent, doivent dépendre de la longueur d'onde de l'onde associée au mouvement de l'électron. La formule fondamentale

$$p = \frac{h\nu}{V}$$

donne pour un électron de vitesse  $v$

$$\lambda = \frac{V}{\nu} = \frac{h}{p} = \frac{h\sqrt{1-\beta^2}}{m_0 v}$$

Si  $\beta$  n'est pas trop voisin de un, on peut se contenter d'écrire

$$\lambda = \frac{h}{m_0 v}$$

Soit  $\mathcal{V}$  la différence de potentiel exprimée en volts qui est capable d'imprimer à l'électron la vitesse  $v$ ; on aura numériquement pour la longueur d'onde en centimètres <sup>(1)</sup>

$$\lambda = \frac{7.28}{v} = \frac{12.25}{\sqrt{\mathcal{V}}} \cdot 10^{-8}$$

Pour faire des expériences précises, il est nécessaire d'employer des électrons d'au moins quelques volts : d'où pour  $\lambda$  une limite supérieure de quelques angströms. On voit donc que, même pour des électrons lents, les phénomènes à obtenir sont analogues à ceux que présentent les rayons X et non à ceux de la lumière ordinaire. Il en résulte qu'il sera difficile d'observer la diffraction d'un faisceau d'électrons par une petite ouverture, et si l'on veut avoir quelque chance d'obtenir une diffraction par réseau, il faudra, soit s'adresser à ces réseaux naturels à trois dimensions que sont les cristaux, soit employer des réseaux ordinaires sous une incidence très rasante, comme on l'a fait récemment pour les rayons X. En faisant traverser une poudre cristalline ou une

(1) On a adopté ici les valeurs suivantes :

$$\begin{aligned} h &= 6,55 \cdot 10^{-27} \text{ erg-seconde.} \\ m_0 &= 9 \cdot 10^{-28} \text{ gr,} \\ e &= 4,77 \cdot 10^{-10} \text{ u. e. s.} \end{aligned}$$

substance amorphe par des électrons lents, on pourra aussi espérer constater l'apparition d'anneaux analogues à ceux qui ont été obtenus et interprétés dans le domaine X par MM. Hull, Debye et Scherrer. Debiere, Keesom et De Smedt, etc.

La prévision théorique exacte des phénomènes à observer dans cet ordre d'idées est encore assez peu avancée. Considérons la diffraction d'un faisceau d'électrons de même vitesse par un cristal; l'onde  $\Psi$  se propagera suivant l'équation générale dans laquelle on devra faire figurer les potentiels créés par les atomes du cristal considérés comme centres de forces. On ne connaît pas l'expression exacte de ces potentiels mais, en raison de la distribution régulière des atomes dans le cristal, on se rend compte aisément que l'amplitude diffusée présentera des maxima dans les directions prévues par la théorie de M. von Laue. En raison du rôle d'onde pilote joué par l'onde  $\Psi$ , on doit donc observer une diffusion sélective des électrons dans ces directions.

A l'aide de ses méthodes, M. Born a étudié un autre problème : celui de la rencontre d'un pinceau d'électrons avec un atome. D'après lui, la courbe qui donne en fonction de l'angle de déviation le nombre des électrons ayant subi un choc inélastique doit présenter des maxima et des minima; autrement dit, ces électrons viendront marquer des anneaux sur un écran placé normalement au prolongement du faisceau incident.

Il serait encore prématuré de parler d'un accord entre la théorie et l'expérience; néanmoins, nous allons exposer les expériences qui ont mis en évidence des phénomènes présentant au moins globalement les caractères prévus.

11. *Expériences de M. E. G. Dymond* (24). — Sans nous astreindre à suivre l'ordre chronologique, nous exposerons d'abord les expériences de M. Dymond :

A l'intérieur d'un ballon contenant de l'hélium purifié se trouvait un « canon à électrons »; il était formé par un tube de cuivre contenant un filament de tungstène incandescent et dont l'extrémité était percée d'une fente. Ce canon projetait dans le gaz un faisceau bien délimité d'électrons dont la vitesse était déterminée par la différence de potentiel (50 à 400 volts) établie entre le filament et la paroi du tube. La paroi du ballon portait

une fente par laquelle les électrons pouvaient pénétrer dans une chambre où la pression était maintenue faible par pompage et où un champ magnétique en courbant leurs trajectoires les amenait sur un cylindre de Faraday.

M. Dymond a d'abord maintenu fixe l'orientation du canon et mesuré la vitesse des électrons ainsi diffusés sous un angle déterminé. Il a constaté que la majorité des électrons diffusés ont la même énergie que les électrons primaires; ils ont donc subi un choc élastique. Un assez grand nombre d'électrons ont une vitesse moindre correspondant à une perte d'énergie de 20 à 55 volts environ : ceci prouve qu'ils ont fait passer l'atome He de l'état normal  $1^1\text{S}$  à l'état excité  $2^1\text{S}$ . On observe aussi en moindre proportion d'autres valeurs pour l'énergie des électrons diffusés; nous ne discuterons pas l'interprétation qu'en a donnée M. Dymond, car ce qui nous intéresse surtout ici, c'est la variation avec l'angle de diffusion  $\theta$  du nombre des corpuscules diffusés. Pour déterminer ce nombre M. Dymond a fait varier l'orientation du canon dans le ballon et a recueilli pour différents angles de diffusion les électrons ayant subi la perte d'énergie équivalente à 20 à 55 volts; il a construit une série de courbes de répartition angulaire de ces électrons pour diverses valeurs de la tension  $\mathcal{V}$  appliquée sur le canon à électrons. La courbe de répartition angulaire présente un maximum très accentué pour une faible valeur de  $\theta$  et ce maximum paraît se rapprocher de  $\theta = 0$  pour les valeurs croissantes de  $\mathcal{V}$ .

Un autre maximum moins important se manifeste vers  $\theta = 50^\circ$  pour une énergie primaire d'une centaine de volts et se déplace ensuite pour des valeurs croissantes de  $\mathcal{V}$  vers les  $\theta$  croissants. Enfin, un maximum très aigu apparaît pour une énergie primaire de 200 volts environ à  $\theta = 30^\circ$  et semble ensuite indépendant de  $\mathcal{V}$ . Ces faits sont résumés dans le tableau suivant donné par Dymond :

$\mathcal{V}$ , volts	Positions des maxima.		
	$\theta$	$\theta$	$\theta$
48,9.....	$24$	»	»
72,3.....	8	»	»
97,5.....	5	»	$50^\circ$
195.....	$< 2,5$	$30^\circ$	59
294.....	$< 2,5$	30	69
400.....	$< 2,5$	30	70

Les résultats précédents doivent très probablement être interprétés à l'aide de la nouvelle Mécanique et sont à rapprocher des prévisions de M. Born. Néanmoins, comme le dit fort justement M. Dymond, « le côté théorique du problème n'est pas encore assez avancé pour nous donner des informations détaillées sur les phénomènes à attendre et les résultats rapportés ci-dessus ne peuvent être considérés comme confirmant la Mécanique ondulatoire que de là manière la plus générale ».

12. *Expériences de MM. C. Davisson et L. H. Germer.* — En 1923, MM. Davisson et Kunsman (25) publièrent de curieux résultats sur la diffusion des électrons de faible vitesse. Ils dirigeaient un faisceau d'électrons accélérés par une différence de potentiel inférieure à 1000 volts sur un bloc de platine sous l'incidence de  $45^{\circ}$  et déterminaient la distribution des électrons diffusés en les recueillant dans un cylindre de Faraday. Pour des potentiels supérieurs à 200 volts, on observait une diminution régulière de la diffusion pour les valeurs croissantes de l'angle de déviation, mais pour des tensions plus faibles la courbe de variation angulaire présentait deux maxima. En recouvrant le platine d'un dépôt de magnésium, on obtenait un seul petit maximum pour les électrons de moins de 150 volts. MM. Davisson et Kunsman attribuaient les apparences observées à l'action sur les électrons incidents des diverses couches d'électrons intraatomiques, mais il semble plutôt, selon l'opinion d'Elsaesser, que l'interprétation de ces phénomènes relève de la nouvelle Mécanique.

Reprenant avec M. Germer (26) des expériences analogues, M. Davisson a obtenu cette année des résultats très importants qui paraissent confirmer les prévisions générales et même les formules de la Mécanique des Ondes.

Les deux physiciens américains ont envoyé des faisceaux homogènes d'électrons sur un cristal de nickel taillé suivant une des faces 111 de l'octaèdre régulier (le nickel est un cristal cubique). L'incidence étant normale, le phénomène devait nécessairement présenter la symétrie ternaire autour de la direction du faisceau incident. Dans un cristal cubique taillé de cette manière, la face d'entrée est coupée obliquement par trois séries de plans 111, trois séries de plans 100, et six séries de plans 110. Si l'on prend

comme sens positif des normales à ces séries de plans, celui qui fait un angle aigu avec la face d'entrée, ces normales déterminent avec la direction d'incidence des azimuts remarquables que MM. Davisson et Germer appellent azimuts (111), azimuts (100), azimuts (110) et dans lesquels ils ont étudié la diffusion; en raison de la symétrie ternaire, il suffit évidemment d'explorer un seul azimut de chaque espèce.

Plaçons-nous dans un des azimuts remarquables et envisageons seulement la distribution des atomes Ni sur la face d'entrée du cristal que nous supposons parfaite. Ces atomes forment des alignements perpendiculaires à l'azimut considéré et dont l'équidistance  $d$  est connue par les données cristallographiques. Les diverses directions de diffusion étant repérées dans le plan azimutal par l'angle  $\theta$  de colatitude, les ondes diffusées par les atomes de la face d'entrée doivent être en phase dans les directions telles que l'on ait

$$\theta = \arcsin \left( \frac{n\lambda}{d} \right) = \arcsin \left\{ \frac{n}{d} \frac{12,25}{\sqrt{\mathcal{V}}} \cdot 10^{-8} \right\} \quad (n \text{ entier}).$$

On doit donc s'attendre à observer des maxima dans la diffusion des électrons par le cristal pour ces directions-là.

Voici maintenant ce que MM. Davisson et Germer ont observé. En faisant varier graduellement la tension  $\mathcal{V}$  qui accélère les électrons, on observe au voisinage de certaines valeurs de  $\mathcal{V}$  des maxima très nets de la diffusion dans des directions dont la colatitude est bien donnée par la dernière formule (à condition d'y poser en général  $n = 1$ , et quelquefois  $n = 2$ ). Il y a là une confirmation numérique directe des formules de la nouvelle Dynamique; c'est là évidemment un résultat de la plus haute importance.

Toutefois, l'explication du phénomène n'est pas complète : il faut expliquer pourquoi les maxima de diffusion ne sont observés que dans le voisinage de certaines valeurs particulières de  $\mathcal{V}$  et, non pour toutes les valeurs de  $\mathcal{V}$ . Une interprétation se présente naturellement à l'esprit : nous avons supposé plus haut que seule la face d'entrée du cristal intervenait, mais on peut admettre que l'onde des électrons pénètre quelque peu dans le cristal et, de plus, dans la réalité la face d'entrée ne doit jamais être parfaite et doit être formée par plusieurs plans 111 parallèles formant des gradins. Dans ces conditions, il ne suffit pas de considérer l'inter-

férence des ondes diffusées par un seul plan réticulaire superficiel, il faut tenir compte de l'interférence des ondes diffusées par plusieurs plans réticulaires parallèles. Pour qu'il y ait une forte diffusion dans une direction  $\theta$ , il faut alors que  $\theta$  et  $\mathcal{V}$  satisfassent non seulement la relation écrite ci-dessus, mais encore une autre relation facile à trouver; la diffusion doit donc être *sélective*, c'est-à-dire n'avoir lieu avec intensité que pour certaines valeurs de  $\mathcal{V}$  comme l'indique l'expérience. Naturellement, la théorie qui vient d'être esquissée est un cas particulier de la théorie générale de Laue.

Malheureusement, ainsi que MM. Davisson et Germer l'ont eux-mêmes remarqué, il est nécessaire pour parvenir ainsi à une prévision exacte des faits d'attribuer à l'interdistance des plans 111 voisins de la face d'entrée une valeur plus petite (de 30 pour 100 environ) que celle fournie par la Cristallographie et par des mesures directes au moyen des rayons X. Il n'est d'ailleurs pas déraisonnable de supposer que les plans réticulaires très superficiels ont une équidistance différente de celle des plans profonds, on peut même chercher à rattacher cette idée à nos conceptions actuelles sur l'équilibre des réseaux cristallins.

Si l'on accepte l'hypothèse précédente, la diffusion doit être effectuée par un très petit nombre de plans réticulaires dans la couche tout à fait superficielle du cristal; la concentration des électrons dans les directions privilégiées doit alors être beaucoup moins accentuée que dans le cas de la diffusion par tout un réseau spatial indéfini. Est-elle néanmoins suffisante pour expliquer les « pics » observés par Davisson et Germer? A cette question, M. Patterson a apporté récemment une réponse affirmative en montrant que l'intervention de deux plans réticulaires superficiels seulement suffit déjà à faire prévoir exactement les variations de la réflexion sélective des électrons observés au voisinage de

$$\theta = 50^\circ, \quad \mathcal{V} = 54 \text{ volts.}$$

Pour terminer, nous ne pouvons mieux faire que de citer la conclusion de M. Patterson (27) : « L'accord des résultats expérimentaux et du calcul semble indiquer que les phénomènes peuvent s'expliquer par une diffraction des ondes dans la couche la plus superficielle du cristal. Il apparaît aussi qu'une analyse complète

de ces résultats donnera des renseignements exacts sur les conditions existant réellement à la surface de cristal et qu'une nouvelle méthode a été ainsi rendue utilisable pour l'étude de la structure des cristaux dans une région qui, jusqu'ici, échappait complètement à l'observation. »

13. *Expériences de MM. G. P. Thomson et A. Reid* (28). — Tout récemment, MM. Thomson et Reid ont fait connaître les résultats suivants : si un pinceau étroit de rayons cathodiques homogènes traverse normalement un film de celluloid et est ensuite reçu sur une plaque photographique placée parallèlement au film à 10<sup>cm</sup> derrière lui, on observe des anneaux autour de la tache centrale. Avec des rayons de 13 000 volts, un examen photométrique a révélé l'existence de trois anneaux. En faisant croître progressivement l'énergie des électrons, on voit les anneaux apparaître vers 2500 volts et on les a observés jusqu'à 16 500 volts. Les rayons des anneaux diminuent quand l'énergie augmente et, semble-t-il, à peu près en raison inverse de la vitesse, c'est-à-dire de notre longueur d'onde  $\lambda$ .

Ces observations sont très intéressantes et confirment encore dans les grandes lignes les nouvelles conceptions. S'agit-il ici d'un phénomène atomique analogue à ceux observés par Dymond, ou bien d'un phénomène d'interférences mutuelles rentrant dans un des types étudiés par Debye et Scherrer, Hull, Debiérne, Keesom et De Smedt ? Nous ne saurions le dire et nous nous bornerons à faire remarquer qu'ici les électrons employés sont relativement rapides; ceci est intéressant au point de vue expérimental, car il est beaucoup plus facile d'étudier des électrons de quelques milliers de volts que des électrons d'une centaine de volts.

---

## Notes bibliographiques.

1. LOUIS DE BROGLIE, *C. R.*, 177, 1923, p. 507, 548 et 630; 179, 1924, p. 39, 676 et 1039. *Thèse de doctorat*, novembre 1924 (Masson, éditeur). *Annales de Physique*, 10<sup>e</sup> série, t. III, p. 22. *J. de Phys.*, 6<sup>e</sup> série, t. VII, p. 1.
2. S. N. BOSE, *Zts. f. Phys.*, 27, 1924, p. 384.
3. A. EINSTEIN, *Berl. Ber.*, 1924, p. 261, et 1925, p. 5.
4. P. JORDAN, *Zts. f. Phys.*, 33, 1925, p. 649.  
E. SCHRÖDINGER, *Physik. Zts.*, 27, 1926, p. 95.  
P. DIRAC, *Proc. Roy. Soc., A.*, 112, 1926, p. 661.  
E. FERMI, *Zts. f. Phys.*, 36, 1926, p. 902.  
L. S. ORNSTEIN et H. A. KRAMERS, *Zts. f. Phys.*, 42, 1927, p. 481.
5. E. SCHRÖDINGER, *Ann. der Phys.*, 79, 1926, p. 361, 489 et 734; 80, 1926, p. 437; 81, 1926, p. 109. *Naturwissensch.*, 14 jahrg., p. 664. *Phys. Rev.*, 28, 1926, p. 1051.
6. L. BRILLOUIN, *C. R.*, 183, 1926, p. 24 et 270. *J. de Phys.*, t. VII, 1926, p. 353.  
G. WENTZEL, *Zts. f. Phys.*, 38, 1926, p. 518.  
H. A. KRAMERS, *Zts. f. Phys.*, 39, 1926, p. 828.
7. E. FUESS, *Ann. der Phys.*, 80, 1926, p. 367, et 81, 1926, p. 281.  
C. MANNEBACK, *Physik. Zts.*, 27, 1926, p. 563, et 28, 1927, p. 72.
8. L. DE BROGLIE, *C. R.*, 183, 1926, p. 272. *J. de Phys.*, 6<sup>e</sup> série, t. VII, 1926, p. 332.  
O. KLEIN, *Zts. f. Phys.*, 37, 1926, p. 895.  
FOCK, *Zts. f. Phys.*, 38, 1926, p. 242.  
W. GORDON, *Zts. f. Phys.*, 40, 1926, p. 117.  
L. FLAMM, *Physik. Zts.*, 27, 1926, p. 600.
9. O. KLEIN, *Loc. cit.*, en 8.
10. L. DE BROGLIE, *J. de Phys.*, 6<sup>e</sup> série, t. VIII, 1927, p. 65.  
(Voir aussi L. ROSENFELD, *Acad. Roy. Belg.*, 5<sup>e</sup> série, 13, n<sup>o</sup> 6.)
11. TH. DE DONDER, *C. R.*, 182, 1926, p. 1512; 183, 1926, p. 22 (avec M. VAN DEN DUNGEN); 183, 1926, p. 594; 184, 1927, p. 439 et 810. *Acad. Roy. Belg.*, Séances du 9 octobre 1926, des 8 janvier, 5 février, 5 mars et 2 avril 1927.
12. M. BORN, *Zts. f. Phys.*, 37, 1926, p. 863; 38, 1926, p. 803; 40, 1926, p. 167. *Nature*, 119, 1927, p. 354.
13. L. DE BROGLIE, *C. R.*, 183, 1926, p. 447, et 184, 1927, p. 273. *Nature*, 118, 1926, p. 411. *J. de Phys.*, 6<sup>e</sup> série, t. VIII, 1927, p. 225. *C. R.*, 183, 1927, p. 380.  
(Voir aussi E. MADELUNG, *Zts. f. Phys.*, 40, 1926, p. 322.)
14. G. WENTZEL, *Zts. f. Phys.*, 40, 1926, p. 590.

15. W. BOTHE, *Zts. f. Phys.*, 41, 1927, p. 332.
  16. E. SCHRÖDINGER, *Ann. der. Phys.*, 82, 1927, p. 265.
  17. E. FERMI, *Zts. f. Phys.*, 40, 1926, p. 399.
  18. W. GORDON ET E. SCHRÖDINGER, *loc. cit.* en 8 et 16.  
O. KLEIN, *Zts. f. Phys.*, 41, 1927, p. 407.
  19. P. DEBYE, *Physik. Zts.*, 27, 1927, p. 170.
  20. E. SCHRÖDINGER ET O. KLEIN, *loc. cit.* en 5 et 18.
  21. W. GORDON, *loc. cit.* en 8.  
E. SCHRÖDINGER, *Ann. der. Phys.*, 82, 1927, p. 257.
  22. G. WENTZEL, *Zts. f. Phys.*, 43, 1927, p. 1, et 41, 1927, p. 828.  
(Voir aussi G. BECK, *Zts. f. Phys.*, 41, 1927, p. 443; J. R. OPPENHEIMER,  
*Zts. f. Phys.*, 41, 1927, p. 268.)
  23. ELSAESSER, *Naturwissensch.*, 13, 1925, p. 711.
  24. E. G. DYMOND, *Nature*, 118, 1926, p. 336. *Phys. Rev.*, 29, 1927, p. 433.
  25. C. DAVISSON ET C. H. KUNSMAN, *Phys. Rev.*, 22, 1923, p. 242.
  26. C. DAVISSON ET L. H. GERMER, *Nature*, 119, 1927, p. 558.
  27. A. L. PATTERSON, *Nature*, 120, 1927, p. 46.
  28. C. P. THOMSON ET A. REID, *Nature*, 119, 1927, p. 890.
-

## DISCUSSION DU RAPPORT DE M. DE BROGLIE.

M. LORENTZ. — Je voudrais voir clairement comment vous retrouviez, dans la première forme de votre théorie, les conditions de quanta de Sommerfeld. Vous obteniez une seule condition, applicable seulement au cas où l'orbite est fermée : l'onde doit, après un trajet le long de l'orbite, se retrouver en phase, lorsqu'elle revient au point de départ. Mais dans la plupart des cas, la trajectoire ne se ferme pas; c'est, par exemple, ce qui arrive pour l'atome d'hydrogène, lorsqu'on tient compte de la relativité, la trajectoire est alors une rosace, et ne revient jamais à son point de départ.

Comment trouviez-vous les conditions de quanta applicables à ces problèmes multipériodiques ?

M. DE BROGLIE. — La difficulté se résout par la considération des pseudo-périodes, ainsi que je l'ai indiqué dans ma Thèse (Chap. III, p. 41). Lorsqu'un système est multipériodique, avec des périodes partielles  $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n$ , on démontre que l'on peut trouver des quasi-périodes  $\tau$  qui sont presque exactement des multiples entiers des périodes partielles :

$$\tau = m_1\tau_1 + \varepsilon_1 = m_2\tau_2 + \varepsilon_2 \dots = m_n\tau_n + \varepsilon_n,$$

les  $m_1, m_2, \dots, m_n$  étant des entiers et les  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n$  aussi petits que l'on veut. La trajectoire ne revient donc jamais à son point de départ, mais au bout d'une quasi-période  $\tau$ , elle repasse aussi près qu'on veut de cette position initiale. On sera donc conduit à écrire qu'au bout d'une quasi-période, l'onde se retrouve en phase; or, il y a un nombre infini de quasi-périodes, correspondant à toutes sortes de systèmes de valeurs des entiers  $m_1, m_2, \dots, m_n$ . Pour que l'onde se retrouve en phase après l'une quelconque de ces quasi-périodes, il est nécessaire que l'on ait

$$\int_{\tau_1} p_1 dq_1 = n_1 h, \quad \int_{\tau_2} p_2 dq_2 = n_2 h, \quad \dots, \quad \int_{\tau_n} p_n dq = n_n h_n,$$

ce qui redonne exactement les conditions de Sommerfeld.

M. BORN. — La définition que M. de Broglie a donnée de la trajectoire d'une particule me semble présenter des difficultés dans le cas d'un choc entre un électron et un atome. Dans un choc élastique la vitesse de la particule doit être la même après le choc qu'avant. Je voudrais demander à M. de Broglie si cela résulte de sa formule.

M. DE BROGLIE. — Cela en résulte, en effet.

M. BRILLOUIN. — Il me semble qu'aucune objection sérieuse ne peut être faite au point de vue de L. de Broglie. M. Born peut douter de l'existence réelle des trajectoires calculées par L. de Broglie et affirmer qu'on ne pourra jamais les observer, mais il ne peut nous prouver que ces trajectoires n'existent pas. Il n'y a aucune contradiction entre le point de vue de L. de Broglie et celui des autres auteurs, puisque, dans son rapport (§ 8, p. 18), L. de Broglie nous montre que ses formules sont en concordance exacte avec celles de Gordon, actuellement admises par tous les physiciens.

M. PAULI. — Je voudrais faire une petite remarque sur ce qui me paraît être le fondement mathématique de la manière de voir de M. de Broglie concernant les particules en mouvement sur des trajectoires déterminées. Sa conception se base sur le principe de la conservation de l'électricité :

$$(a) \quad \frac{d\rho}{dt} + \frac{\partial s_1}{\partial x} + \frac{\partial s_2}{\partial y} + \frac{\partial s_3}{\partial z} = 0 \quad \text{ou} \quad \sum_{k=1}^3 \frac{\partial s_k}{\partial x_k} = 0,$$

qui est une conséquence de l'équation des ondes, lorsqu'on pose

$$i s_k = \psi \frac{\partial \psi^*}{\partial x_k} - \psi^* \frac{\partial \psi}{\partial x_k} + \frac{4\pi i}{h} \frac{e}{c} \Phi_k \psi \psi^*.$$

M. de Broglie introduit à la place de la fonction complexe  $\psi$  les deux fonctions réelles  $a$  et  $\varphi$ , définies par

$$\psi = a e^{\frac{2\pi i}{h} \varphi}, \quad \psi^* = a e^{-\frac{2\pi i}{h} \varphi}.$$

Substituant ces expressions dans l'expression de  $s_k$ , il vient :

$$s_k = \frac{4\pi}{h} a^2 \left( \frac{\partial \varphi}{\partial x_k} + \frac{e}{c} \Phi_k \right).$$

De là résultent pour le vecteur de vitesse défini par

$$(b) \quad v_1 = \frac{s_1}{\rho}, \quad v_2 = \frac{s_2}{\rho}, \quad v_3 = \frac{s_3}{\rho}$$

les expressions données par M. de Broglie.

S'il existe maintenant dans une théorie du champ un principe de conservation de la forme (a), il est toujours formellement possible d'introduire un vecteur de vitesse (b), dépendant de l'espace et du temps, et d'imaginer en outre des corpuscules qui se meuvent suivant les lignes de courant de ce vecteur. Quelque chose de semblable fut déjà proposé en optique par Slater; d'après lui, les quanta de lumière devraient toujours se mouvoir suivant les lignes du vecteur de Poynting. M. de Broglie introduit maintenant une représentation analogue pour les particules matérielles.

De toutes façons je ne crois pas que cette représentation puisse être développée d'une manière satisfaisante; je me propose d'y revenir lors de la discussion générale.

M. SCHRÖDINGER. — Si j'ai bien compris M. de Broglie, la *vitesse* des particules doit avoir son analogue dans un champ vectoriel dans les trois composantes *spatiales* du *courant dans un espace à quatre dimensions*, après division de celles-ci par la composante *par rapport au temps* (c'est-à-dire la densité de charge). Je voudrais simplement rappeler maintenant qu'il existe encore d'autres grandeurs d'un champ vectoriel, qui peuvent être mises en parallèle avec la vitesse des particules, savoir les composantes de la *densité d'impulsion* (voir *Ann. de Phys.*, t. 82, p. 265). Laquelle des deux analogies est la plus frappante ?

M. KRAMERS. — Le fait qu'avec des particules indépendantes en mouvement on ne peut pas former un tenseur impulsion-énergie ayant les propriétés qu'exige la théorie de Maxwell, constitue cependant une difficulté.

M. PAULI. — Le quotient de l'impulsion par la densité d'énergie que considère M. Schrödinger conduirait effectivement dans un calcul relativiste à d'autres trajectoires particulières que le quotient des densités de courant et de charge.

M. LORENTZ. — En utilisant ses formules pour la vitesse de l'électron, M. de Broglie n'a-t-il pas calculé cette vitesse dans des cas particuliers, pour l'atome d'hydrogène, par exemple ?

M. DE BROGLIE. — Lorsqu'on applique la formule donnant la vitesse à une fonction d'ondes représentant un état stable de l'atome d'hydrogène d'après M. Schrödinger, on trouve des orbites circulaires. On ne retrouve pas les orbites elliptiques de l'ancienne théorie (voir mon rapport, § 8).

M. EHRENFEST. — La vitesse d'un électron dans une orbite stationnaire peut-elle s'annuler ?

M. DE BROGLIE. — Oui, la vitesse de l'électron peut être nulle.

M. SCHRÖDINGER. — M. de Broglie dit que dans le cas de l'atome d'hydrogène son hypothèse conduit à des orbites *circulaires*. Cela est vrai pour les solutions particulières de l'équation des ondes, qu'on obtient lorsqu'on sépare le problème en coordonnées polaires dans l'espace; peut-être est-ce vrai encore pour les solutions qu'on obtient en faisant usage de coordonnées paraboliques ou elliptiques. Mais dans le cas d'une dégénérescence (comme il le considère ici), ce ne sont, en réalité, pas du tout les solutions particulières qui ont une signification, mais seulement une combinaison linéaire *arbitraire*, à coefficients constants, de toutes les solutions particulières appartenant à la même valeur propre, car il n'y a aucun moyen de distinguer entre elles, toutes les combinaisons linéaires étant également justifiées en principe. Il se présenterait certainement, dans ces conditions, des types d'orbites beaucoup plus compliquées. Mais je ne crois pas que dans le domaine de l'atome on puisse encore parler d'« orbites ».

M. LORENTZ. — Connaît-on de pareilles orbites plus compliquées ?

M. SCHRÖDINGER. — Non, on n'en connaît pas; mais j'ai simplement voulu dire que si l'on trouve des orbites circulaires, cela

tient à un choix fortuit des solutions particulières que l'on considère, et ce choix ne peut être motivé d'une façon qui n'ait rien d'arbitraire.

M. BRILLOUIN. — Peut-être n'est-il pas sans utilité de donner quelques exemples qui illustrent bien le sens des formules de M. L. de Broglie et qui permettent de suivre le mouvement des particules guidées par l'onde de phase. Si l'onde est plane et se propage librement, les trajectoires des particules sont les rayons, normaux à la surface d'onde. Supposons que l'onde se réfléchisse sur un miroir plan, et soit  $\theta$  l'angle d'incidence; le mouvement

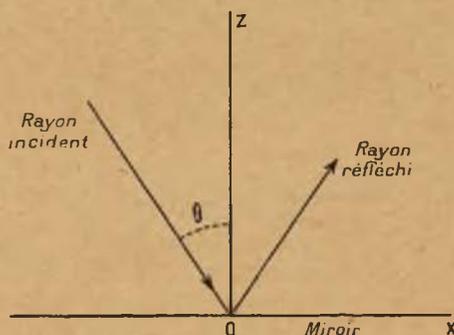


Fig. 1.

ondulatoire devant le miroir est donné par la superposition de l'onde incidente

$$\psi_1 = a_1 \cos 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x \sin \theta - z \cos \theta}{\lambda} \right)$$

et de l'onde réfléchie

$$\psi_2 = a_1 \cos 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x \sin \theta + z \cos \theta}{\lambda} \right),$$

ce qui nous donne

$$\psi = 2a_1 \cos \frac{2\pi z \cos \theta}{\lambda} \cos 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x \sin \theta}{\lambda} \right).$$

Cette onde se met sous la forme canonique de L. de Broglie

$$\psi = a \cos \frac{2\pi}{h} \varphi$$

avec

$$\alpha = 2a_1 \cos \frac{2\pi z \cos \theta}{\lambda} \quad \text{et} \quad \varphi = h \left( \frac{t}{T} - \frac{x \sin \theta}{\lambda} \right).$$

Appliquons alors les formules de L. de Broglie, sous la forme simplifiée indiquée à la page 117 (§ 5); et supposons qu'il s'agisse d'une onde lumineuse guidant les photons; la vitesse de ceux-ci est

$$v = - \frac{c^2}{h\nu} \text{grad } \varphi.$$

Nous voyons que les projectiles se déplacent parallèlement au miroir, avec une vitesse  $v_x = c \sin \theta$ , inférieure à  $c$ . Leur énergie reste égale à  $h\nu$ , car leur masse a subi une variation, suivant la formule suivante (rapport L. de Broglie, p. 117) :

$$M_0 = \sqrt{m_0^2 - \frac{h^2}{4\pi^2 c^2} \frac{\square a}{a}} = \frac{h}{2\pi c} \sqrt{-\frac{\square a}{a}} = \frac{h\nu}{c^2} \cos \theta.$$

La masse des photons, nulle dans le cas où l'onde se propage librement, est donc supposée prendre une valeur non nulle dans toute la région où il y a interférences ou déviation de l'onde.

Traçons la figure pour le cas d'un faisceau de lumière limité

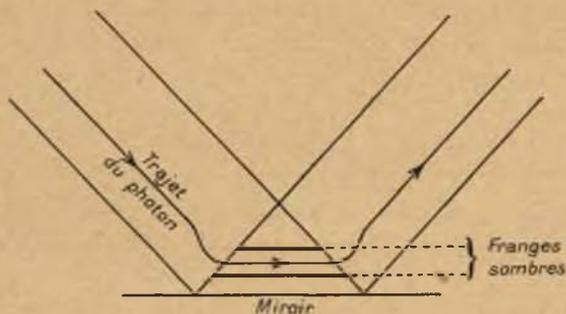


Fig. 2.

tombant sur un miroir plan; les interférences se produisent dans la zone de recouvrement de deux faisceaux. La trajectoire d'un photon sera la suivante : tout d'abord un trajet rectiligne dans le faisceau incident, puis une incurvation au bord de la zone d'interférences, ensuite un trajet rectiligne parallèle

au miroir, le photon passant dans une frange brillante et évitant les franges sombres d'interférences; puis, à la sortie, le photon repart suivant la direction du rayon lumineux réfléchi.

Aucun photon ne vient frapper le miroir, celui-ci subit pourtant la pression de radiation classique; c'est pour expliquer ce fait que L. de Broglie admet l'existence, dans la zone d'interférence, de tensions spéciales; ces tensions, ajoutées au tenseur du flux de quantité de mouvement transporté par les photons, redonnent le tenseur classique de Maxwell; il n'y a donc rien de changé dans les effets mécaniques produits par l'onde lors de sa réflexion sur le miroir.

Ces remarques montrent comment le système d'hypothèses de L. de Broglie conserve les formules classiques, et évite un certain nombre de paradoxes gênants. On obtient ainsi, par exemple, la solution d'un problème curieux posé par G. N. Lewis (*Proc. Nat. Acad.*, t. 12, 1926, p. 22 et 439), qui fit l'objet de discussions entre cet auteur et R. C. Tolman et S. Smith (*Proc. Nat. Acad.*, t. 12, 1926, p. 343 et 508).

Lewis supposait que les photons suivent toujours le trajet du rayon lumineux de l'optique géométrique, mais qu'ils choisissent, parmi les divers rayons, seulement ceux qui conduisent de la source lumineuse à une frange brillante située sur un corps absorbant. Il considérait alors une source S dont la lumière est réfléchie sur deux miroirs AA' et BB'; les faisceaux lumineux

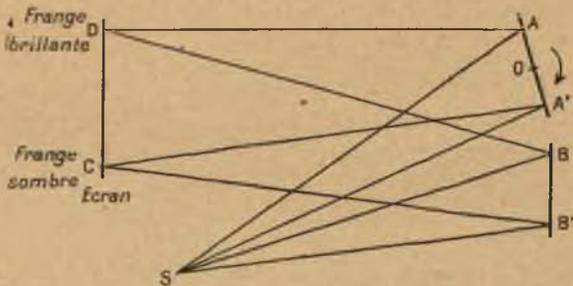


Fig. 3.

se recouvrent, donnent des interférences dans lesquelles on place un écran CD; les dimensions sont supposées telles qu'il y ait

une frange brillante sur un des bords D de l'écran et une frange noire sur l'autre bord C. Suivant l'hypothèse de Lewis, les photons suivraient seulement les trajets SBD et SAD qui aboutissent à la frange brillante D; aucun photon ne prendrait la route SA' C ni SB' C. Tous les photons venant frapper le miroir AA' sur le bord A, on pourrait prévoir que ce miroir subirait un couple; si on le rendait mobile autour d'un axe O, il tendrait à tourner dans le sens de la flèche.

Cette conclusion paradoxale est entièrement évitée par L. de Broglie, puisque son système d'hypothèses conserve les valeurs des pressions de radiation. Cet exemple montre clairement qu'il y a incompatibilité entre l'hypothèse du trajet rectiligne des photons (suivant les rayons lumineux) et la nécessité de ne trouver des photons que là où se produit une frange d'interférences brillante, aucun photon ne passant par les régions des franges noires.

M. LORENTZ appelle l'attention sur un cas où la théorie classique et l'hypothèse des photons conduisent à des résultats différents en ce qui concerne les forces pondéro motrices produites par la lumière. Considérons la réflexion par la face hypoténuse d'un prisme en verre, l'angle d'incidence étant supérieur à l'angle de réflexion totale. Plaçons au second prisme derrière le premier, à une distance qui est de l'ordre de grandeur de la longueur d'onde ou seulement une fraction de cette longueur. Alors, la réflexion ne sera plus totale. Les vibrations lumineuses qui pénètrent dans la couche d'air atteignent, avant que leur intensité ne soit trop affaiblie, le second prisme et y donnent lieu à un faisceau transmis dans la direction des rayons incidents.

Si, maintenant, on calcule les tensions de Maxwell pour un plan situé dans la couche d'air et parallèle à ses surfaces, on trouve que, si l'angle d'incidence dépasse une valeur déterminée ( $60^\circ$  par exemple), il y aura *attraction* entre les deux prismes. Un tel effet ne peut jamais être produit par le mouvement de corpuscules, ce mouvement donnant toujours lieu à une pression comme dans la théorie cinétique des gaz.

Du reste, on voit facilement, dans la théorie classique, l'origine de la « pression négative ». On peut distinguer deux cas, celui

où les vibrations électriques sont dans le plan d'incidence et celui où il en est ainsi des vibrations magnétiques. Si l'incidence est très oblique, les vibrations du faisceau incident que je viens de nommer sont peu inclinées sur la normale à la face hypoténuse et il en est de même des vibrations correspondantes dans la couche d'air.

On s'approche donc, dans le premier cas, d'un champ électrique tel qu'on le trouve entre les armatures d'un condensateur, et dans le second cas d'un champ magnétique tel qu'il existe entre deux pôles magnétiques opposés.

L'effet subsisterait encore si le second prisme était remplacé par une plaque en verre, mais il doit être très difficile de le démontrer expérimentalement.



---

LA  
MÉCANIQUE DES QUANTA

PAR MM. MAX BORN ET WERNER HEISENBERG

---

INTRODUCTION.

La mécanique des quanta est fondée sur cette idée que la physique atomique se distingue essentiellement de la physique classique par l'existence de discontinuités (*voir spéc. [1, 4, 58-63]*)<sup>(1)</sup>. La mécanique des quanta doit être considérée comme une extension directe de la théorie des quanta, établie par Planck, Einstein et Bohr. Déjà avant la naissance de la mécanique des quanta, Bohr surtout avait insisté souvent sur ce point que ces discontinuités devaient conduire à l'introduction de nouvelles notions en cinématique et en mécanique, de sorte que de toutes façons la mécanique classique et le système de concepts qui y correspondait devaient être abandonnés [1, 4]. La mécanique des quanta essaie d'introduire les nouvelles notions par une analyse précise de ce qui est « essentiellement observable ». Cela ne revient pas à établir le principe qu'il est possible et même nécessaire de faire une séparation nette entre ce qui est « observable » et ce qui est « inobservable ». Dès qu'un système de concepts est donné, on peut conclure des observations à d'autres faits qui à proprement parler ne sont pas directement observables, et la limite entre ce qui est observable et ce qui ne l'est pas devient tout à fait indéterminée. Mais lorsque le système des concepts est lui-même

---

(<sup>1</sup>) Les nombres entre crochets se rapportent à la bibliographie donnée à la fin.

encore inconnu, on ne s'intéresse tout naturellement qu'aux observations elles-mêmes, sans en tirer des conclusions, parce qu'autrement des idées fausses et d'anciens préjugés s'opposent à l'intelligence des relations physiques. Le nouveau système de concepts donne en même temps le contenu intuitif de la nouvelle théorie. D'une théorie intuitive en ce sens on doit donc demander uniquement qu'elle soit en elle-même sans contradiction et qu'elle permette de prédire sans ambiguïté les résultats de toutes les expériences imaginables dans son domaine. La mécanique des quanta sera dans ce sens une théorie intuitive et complète des processus micromécaniques [47].

Deux espèces de discontinuités sont caractéristiques pour la physique de l'atome : l'existence de corpuscules (électrons, quanta de lumière) d'une part, l'existence d'états stationnaires séparés (valeurs déterminées de l'énergie, valeurs de l'impulsion etc.) d'autre part. Les deux espèces de discontinuités ne peuvent être introduites dans la théorie classique que par des hypothèses auxiliaires fort artificielles. Pour la mécanique des quanta l'existence d'états stationnaires et de valeurs d'énergie déterminés est tout aussi naturelle que l'est, par exemple, l'existence de vibrations caractéristiques déterminées dans un problème de vibrations classique [4]. Il est possible que plus tard l'existence des corpuscules pourra être ramenée d'une façon tout aussi peu forcée à des états stationnaires séparés des processus ondulatoires (quantification des ondes électromagnétiques d'une part, des ondes de de Broglie d'autre part) [4], [54].

Ainsi que le montre déjà la notion de « probabilités de transformation », les discontinuités introduisent dans la physique de l'atome un élément statistique. Cet élément statistique constitue une partie *essentielle* des bases de la mécanique des quanta (voir spécialement [4, 30, 38, 39, 46, 61, 62]); d'après celle-ci l'allure d'une expérience ne peut, dans beaucoup de cas, être déduite des conditions initiales que d'une manière statistique; du moins, si l'on considère, pour établir les conditions initiales, uniquement les expériences imaginables en principe jusqu'ici. Cette conséquence de la mécanique des quanta peut être contrôlée empiriquement. Malgré son caractère statistique la théorie rend compte de la détermination en apparence tout à fait causale des processus

microscopiques. En particulier les principes de conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement sont exacts même dans la mécanique des quanta. Il semble donc qu'il n'y ait aucun argument d'ordre empirique qui s'oppose à ce qu'on admette en principe l'indétermination du microcosme.

I. — LES MÉTHODES MATHÉMATIQUES DE LA MÉCANIQUE DES QUANTA.

Le phénomène, à l'étude duquel le formalisme mathématique de la mécanique des quanta doit son premier développement, est le rayonnement libre d'un atome excité. Lorsque d'innombrables tentatives faites en vue d'expliquer par des modèles empruntés à la mécanique classique la structure des spectres de raies se furent montrées infructueuses, on en revint à la description immédiate du phénomène basée sur ses lois empiriques les plus simples (Heisenberg [1]). En tête de ces lois se trouve le principe de combinaison de Ritz, d'après lequel la fréquence de chaque raie spectrale d'un atome se présente comme différence de deux termes :  $\nu_{ik} = T_i - T_k$ ; l'ensemble de toutes les raies de l'atome se décrit donc le mieux au moyen d'un schéma en forme de carré, et comme chaque raie possède en dehors de sa fréquence encore une intensité et une phase, on doit écrire à chaque place du schéma une fonction vibratoire élémentaire à amplitude complexe :

$$(1) \quad \begin{vmatrix} q_{11} e^{2\pi i\nu_{11}t} & q_{12} e^{2\pi i\nu_{12}t} & \dots \\ q_{21} e^{2\pi i\nu_{21}t} & q_{22} e^{2\pi i\nu_{22}t} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{vmatrix}$$

Ce schéma définit une coordonnée  $q$  comme fonction du temps de la même manière, à peu près, que dans la théorie classique l'ensemble des termes de la série de Fourier

$$q(t) = \sum_n q_n e^{2\pi i\nu_n t} \quad \text{avec } \nu_n = n\nu_0;$$

seulement, à cause des deux indices, la sommation n'a maintenant plus aucun sens.

On peut se demander quelles configurations correspondent à des fonctions des coordonnées classiques, par exemple au carré  $q^2$ . Or, en mathématiques de pareils schémas ordonnés suivant deux indices se présentent dans la théorie des formes quadratiques et des transformations linéaires comme *matrices*; à la composition de deux transformations linéaires,

$$x_k = \sum_l a_{kl} y_l, \quad y_l = \sum_j b_{lj} z_j$$

en une nouvelle

$$x_k = \sum_j c_{kj} z_j$$

correspond alors la composition ou la multiplication des matrices

$$(2) \quad ab = c, \quad \text{c'est-à-dire} \quad \sum_l a_{kl} b_{lj} = c_{kj}.$$

En général, cette multiplication *n'est pas* commutative.

Il est tout indiqué d'appliquer cette recette au schéma des vibrations atomiques (Born et Jordan [2], Dirac [3]); on trouve alors immédiatement qu'en vertu de la formule  $\nu_{ik} = T_i - T_k$  il n'apparaît pas de nouvelles fréquences, pas plus que dans la théorie classique, lorsqu'on multiplie entre elles deux séries de Fourier, et c'est là une première justification du procédé. Par une application répétée d'additions et de multiplications, on peut définir des fonctions de matrices quelconques.

L'analogie avec la théorie classique conduit ensuite à considérer comme représentants de grandeurs réelles uniquement ces matrices là qui sont « hermitiques », c'est-à-dire dont les éléments passent, par permutation des indices, dans les nombres complexes conjugués. Ici la nature discontinue des processus atomiques est introduite dès le début dans la théorie comme un fait établi par l'expérience.

Mais, par là n'est pas encore établie la relation avec la théorie des quanta et sa constante caractéristique  $h$ . Or, cela aussi réussit par une extension logique des conditions de quanta de Bohr et Sommerfeld sous une forme donnée par Kuhn et Thomas, dans laquelle ces conditions sont écrites sous forme de relation entre les coefficients de Fourier des coordonnées  $q$  et des quantités

de mouvement  $p$ . On obtient de cette manière l'équation de matrices :

$$(3) \quad pq - qp = \frac{h}{2\pi i} 1,$$

où 1 représente la matrice unité. La matrice  $p$  n'est donc pas permutable avec  $q$ . Dans le cas d'un nombre plus grand de degrés de liberté la relation de commutation (3) est valable pour chaque paire de grandeurs conjuguées, tandis que les  $q_k$  sont permutable entre eux ainsi que les  $p_k$  entre eux et aussi les  $p_k$  avec les  $q_k$  non correspondants.

Pour édifier sur ces bases la nouvelle mécanique (Born, Heisenberg et Jordan [4]), on étend le plus possible les notions de la théorie classique. On parvient à définir la différentiation d'une matrice par rapport au temps et celle d'une fonction de matrices par rapport à une matrice argument. On peut donc étendre à la théorie des matrices les équations canoniques

$$\frac{dq}{dt} = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial p}, \quad \frac{dp}{dt} = -\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial q},$$

on doit alors entendre par  $\mathcal{H}(p, q)$  la même fonction des matrices  $p$  et  $q$  qui se présente dans la théorie classique comme fonction des nombres  $p$  et  $q$  (1). Ce procédé fut vérifié en l'appliquant à des exemples simples (oscillateurs harmonique et anharmonique). Ensuite, on peut démontrer le principe de l'énergie, qui prend ici, pour des systèmes non dégénérés (tous les termes  $T_k$  sont différents les uns des autres, ou bien toutes les fréquences  $\nu_{ik}$  sont différentes de zéro), la forme suivante. Pour les solutions  $p, q$  des équations canoniques la fonction hamiltonienne  $\mathcal{H}(p, q)$  devient une matrice diagonale  $W$ . Il en résulte alors tout naturellement que les éléments de cette matrice diagonale représentent les termes  $T_n$ , multipliés par  $h$ , de la formule de Ritz (condition de fréquence de Bohr). Particulièrement importante est la constatation qu'inversement la condition

$$\mathcal{H}(p, q) = W \quad (\text{matrice diagonale})$$

---

(1) Il peut évidemment se présenter une ambiguïté à cause de la non-commutativité de la multiplication, c'est ainsi que  $p^2q$  n'est pas la même chose que  $pqp$ .

est un remplaçant parfait des équations canoniques du mouvement et conduit à des solutions déterminées sans ambiguïté même dans le cas où l'on admet des dégénérescences (égalité de termes, disparition de fréquences).

Au moyen d'une matrice dont les éléments sont des fonctions harmoniques du temps, on ne peut évidemment représenter que des grandeurs (coordonnées) qui correspondent à des grandeurs périodiques dans le temps de la théorie classique. Des coordonnées cycliques (angles), qui croissent proportionnellement au temps, ne peuvent donc pas encore être traitées de cette façon pour le moment. On réussit néanmoins aisément à soumettre à la méthode des matrices des systèmes tournants en représentant par des matrices les composantes rectangulaires de la quantité de mouvement de rotation. On obtient alors pour l'énergie des expressions qui s'écartent d'une manière caractéristique des expressions classiques correspondantes; ainsi, par exemple, l'impulsion de rotation totale n'est pas égale à

$$\frac{h}{2\pi} j \quad (j = 0, 1, 2, \dots),$$

mais à

$$\frac{h}{2\pi} \sqrt{j(j+1)},$$

en concordance avec les règles empiriques que Landé et d'autres déduisirent des décompositions de termes dans l'effet Zeeman. Ensuite, on obtient pour les changements des nombres quantiques de rotation, les bonnes règles de sélection et les formules d'intensité, telles qu'elles furent déjà établies antérieurement par des considérations de correspondance, et vérifiées par les observations faites à Utrecht.

Pauli [6] réussit même, en évitant les variables angulaires, à faire au moyen de la mécanique des matrices le calcul complet pour l'atome d'hydrogène, du moins pour ce qui concerne les valeurs de l'énergie et quelques traits des intensités.

La question de savoir quelles sont les coordonnées les plus générales pour lesquelles les lois de la mécanique quantique sont valables conduit à la généralisation des notions de variables canoniques et de transformations canoniques de la théorie clas-

sique. Dirac [3] a observé que les expressions comme

$$\frac{2\pi i}{h} (p_k q_l - q_l p_k) - \delta_{kl},$$

qui figurent dans les relations de commutation du type (3), sont des extensions logiques des symboles à parenthèses de Poisson, dont la disparition caractérise dans la mécanique classique un système de variable comme canonique. Voilà pourquoi, on doit aussi qualifier de canoniques dans la mécanique des quanta tout système de paires de matrices  $q$  et  $p$  qui satisfait aux relations de commutation, et toute transformation qui laisse cette relation invariante est une transformation canonique. Au moyen d'une matrice quelconque  $S$  de pareilles transformations peuvent être mises sous la forme

$$(4) \quad \mathcal{X} = S^{-1} p S, \quad \mathcal{Q} = S^{-1} q S$$

et dans un certain sens on a ainsi la transformation canonique la plus générale. On a, d'ailleurs, pour une fonction quelconque

$$f(\mathcal{X}, \mathcal{Q}) = S^{-1} f(p, q) S.$$

Maintenant, on peut passer aussi à l'extension de l'idée fondamentale de la théorie de Hamilton-Jacobi [4]. En effet, si la fonction hamiltonienne  $\mathcal{H}$  est donnée comme fonction de certaines matrices canoniques connues  $p_0$  et  $q_0$ , la solution du problème mécanique défini par  $\mathcal{H}$  revient à trouver une matrice  $S$  qui satisfait à l'équation

$$(5) \quad S^{-1} \mathcal{H}(p_0, q_0) S = W.$$

C'est l'analogie de l'équation différentielle de Hamilton-Jacobi de la mécanique classique.

Tout comme dans cette mécanique classique la théorie des perturbations peut être traitée ici de la manière la plus intuitive à l'aide de l'équation (5). Si  $\mathcal{H}$  est développé en une série de puissances par rapport à un petit paramètre

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \lambda \mathcal{H}_1 + \lambda^2 \mathcal{H}_2 + \dots$$

et si le problème mécanique est résolu pour  $\lambda = 0$ , c'est-à-dire si  $\mathcal{H}_0 = W_0$  est connu comme matrice diagonale, la solution

de (5) peut s'obtenir aisément sous forme d'une série de puissances

$$\mathcal{S} = 1 + \lambda \mathcal{S}_1 + \lambda^2 \mathcal{S}_2 + \dots$$

par approximations successives. Parmi les nombreuses applications de ce procédé, je ne rappellerai ici que la déduction de la formule de dispersion de Kramers, que l'on obtient en supposant que le système émetteur de lumière et le système diffusant sont faiblement couplés et en calculant la perturbation du dernier système sans tenir compte de sa réaction sur le premier [4].

La théorie des transformations canoniques conduit à une conception plus profonde, qui plus tard devint essentielle pour l'intelligence de la signification physique du formalisme.

A chaque matrice  $a = (a_{nm})$  on peut associer une forme quadratique (plus exactement, hermitique) (1)

$$\sum_{n,m} a_{nm} \bar{\varphi}_n \bar{\varphi}_m$$

d'une série de variables  $\varphi_1, \varphi_2, \dots$ , ou aussi une transformation linéaire de la série de variables  $\varphi_1, \varphi_2, \dots$ , en une autre  $\psi_1, \psi_2, \dots$

$$(6) \quad \psi_n = \sum_n a_{nm} \bar{\varphi}_m$$

La signification de ces variables  $\varphi_n$  et  $\psi_n$  reste provisoirement indéterminée; nous y reviendrons.

Une transformation (6) est dite « orthogonale » lorsqu'elle transforme en elle-même la forme

$$(7) \quad \sum_n \varphi_n \bar{\varphi}_n = \sum_n \psi_n \bar{\psi}_n$$

Or, on reconnaît immédiatement que ces transformations orthogonales des variables auxiliaires  $\varphi_n$  sont en réalité identiques aux transformations canoniques des matrices  $q, p$ ; le caractère hermitique et les relations de commutation sont conservées. Ensuite, on peut remplacer l'équation de matrices (5) par la

(1)  $\bar{\varphi}$  signifie le nombre complexe conjugué de  $\varphi$ .

condition équivalente [4]. La forme

$$\sum_{nm} \partial \mathcal{C}_{nm}(q_0, p_0) \varphi_n \overline{\varphi_m}$$

doit être transformée orthogonalement en une somme de carrés

$$(8) \quad \sum_n W_n \psi_n \overline{\psi_n}.$$

Le problème mécanique fondamental n'est donc autre chose que le problème des axes principaux des surfaces de second degré dans l'espace à infinité de dimensions, qui se rencontre partout dans les mathématiques pures et appliquées et qui fut souvent étudié. On sait que ce problème équivaut à la recherche des valeurs du paramètre  $W$  pour lequel les équations linéaires

$$(9) \quad W \varphi_n = \sum_m \partial \mathcal{C}_{nm} \varphi_m$$

ont une solution qui n'est pas identiquement nulle. Ces valeurs  $W = W_1, W_2, \dots$  sont ce qu'on appelle les valeurs caractéristiques de la forme  $\mathcal{C}$ ; ce sont les valeurs de l'énergie (termes) du système mécanique. A chaque valeur caractéristique  $W_n$  correspond une solution caractéristique  $\varphi_k = \varphi_{kn}$ . L'ensemble de ces solutions caractéristiques constitue évidemment une nouvelle matrice, et l'on voit aisément que celle-ci est identique à la matrice de transformation  $\mathfrak{S}$  qui figure dans (5).

On sait que les valeurs caractéristiques sont invariantes vis-à-vis des transformations orthogonales  $\varphi_k$ , et comme celles-ci correspondent aux substitutions canoniques des matrices  $p, q$ , on comprend immédiatement l'invariance canonique des valeurs d'énergie  $W_n$ .

Il est vrai que les matrices de la théorie des quanta n'appartiennent pas à la classe des matrices (finies et partiellement infinies), étudiées par les mathématiciens (spécialement par Hilbert et ses élèves), mais on peut néanmoins étendre au cas plus général les traits principaux de la théorie connue. La formulation précise de ces principes fut donnée récemment par J. v. Neumann [42], dans un travail sur lequel nous n'avons pas à revenir.

Le résultat le plus important auquel on arriva de cette manière est ce théorème, qu'une forme ne peut pas du tout être décomposée toujours en une somme de carrés (8), mais qu'il se présente en outre des intégrales invariantes

$$(10) \quad \int W \psi(W) \overline{\psi(W)} dW,$$

où la série de variables  $\psi_1, \psi_2, \dots$  doit être complétée par la distribution continue  $\psi(W)$ .

De cette façon les spectres continus entrent dans la théorie de la manière la plus naturelle. Mais cela ne signifie pas du tout que dans ce domaine la théorie classique soit de nouveau rendue exactement. Ici encore subsistent les discontinuités caractéristiques de la théorie des quanta; un changement d'état (spontané) consiste, dans le spectre continu aussi, en un « saut » du système d'un point  $W'$  à un autre  $W''$ , avec émission d'une onde  $q(W, W') 2\pi i \nu t$  de fréquence  $\nu = \frac{1}{h} (W' - W'')$ .

Le défaut principal de la mécanique des matrices consiste dans sa difficulté, voire même son impuissance à traiter des grandeurs non périodiques, comme des variables angulaires ou des coordonnées qui atteignent des valeurs infiniment grandes (trajectoires hyperboliques, par exemple). Pour surmonter cette difficulté on a suivi deux voies essentiellement différentes, le calcul des opérateurs de Born et Wiener [21], et la théorie du nombre  $q$  de Dirac [7].

Cette dernière part de l'idée qu'une grande partie des relations de matrices peuvent s'obtenir sans qu'il soit nécessaire de représenter explicitement les matrices, simplement en se basant sur les règles du calcul au moyen des symboles des matrices. Ces règles ne s'écartent de celles du calcul des nombres qu'en ceci qu'en général la multiplication n'est pas commutative. Dirac considère pour cette raison des grandeurs abstraites, qu'il appelle des nombres  $q$  (par opposition aux nombres ordinaires  $c$ ), et avec lesquels il opère suivant les règles de l'algèbre non commutative. Il s'agit donc d'une espèce de système hypercomplexe. Les relations de commutation sont évidemment conservées. Cette théorie

devient d'une ressemblance extraordinaire à la théorie classique; c'est ainsi qu'on peut introduire des variables d'angle et d'action  $\omega$ ,  $\mathcal{F}$ , et développer un nombre quelconque  $q$  en une série de Fourier par rapport à  $\omega$ ; les coefficients sont des fonctions de  $\mathcal{F}$  et se montrent identiques aux éléments des matrices, lorsqu'on remplace les  $\mathcal{F}$  par des multiples entiers de  $h$ . Par sa méthode, Dirac est arrivé à des résultats importants; il a, par exemple, indépendamment de Pauli, soumis l'atome d'hydrogène au calcul [7], et déterminé les rapports d'intensité dans l'effet Compton [12]. Un inconvénient de ce formalisme — abstraction faite de l'application fort laborieuse de l'algèbre non commutative — est la nécessité de remplacer à un certain endroit du calcul les nombres  $q$  par des nombres ordinaires (par exemple  $\mathcal{F} = hn$ ), afin d'obtenir des résultats comparables aux résultats expérimentaux. Il faut donc de nouveau des « conditions de quanta » spéciales, qui avaient disparu de la théorie des matrices.

Le calcul par opérateurs se distingue de la méthode du nombre  $q$  en ceci qu'il introduit des nombres hypercomplexes non point abstraits, mais concrets, des configurations mathématiques constructibles, qui obéissent aux mêmes lois, savoir des opérateurs ou des fonctions dans l'espace à une infinité de variables. La méthode est d'Eckart [22] et, comme suite à la mécanique ondulatoire de Schrödinger, elle fut développée par plusieurs autres auteurs, spécialement par Dirac [38] et Jordan [39], et mise sous une forme mathématique irréprochable par J. v. Neumann [42]; elle repose sur l'idée suivante, à peu près.

Une série de variables peut être représentée par un point dans un espace à  $\infty$  dimensions. Si la somme de carrés  $\sum_n |\varphi_n|^2$  est convergente, elle représente une mesure de distance, une mesure euclidienne dans cet espace; cet espace métrique à  $\infty$  dimensions est appelé brièvement un espace hilbertien. Les transformations canoniques de la mécanique des matrices correspondent donc aux rotations de l'espace hilbertien. Or, un point de cet espace peut être fixé d'une autre manière encore que par l'indication de coordonnées séparées  $\varphi_1, \varphi_2, \dots$ . Prenons, par exemple, un système orthogonal complet, normé, de fonctions  $f_1(q), f_2(q), \dots$ ,

c'est-à-dire un système pour lequel

$$(11) \quad \int f_n(q) \overline{f_m(q)} dq = \delta_{nm} = \begin{cases} 1 & \text{pour } n = m, \\ 0 & \text{pour } n \text{ différent de } m; \end{cases}$$

la variable  $q$  est supposée pouvoir parcourir un domaine quelconque, également à plusieurs dimensions.

Si l'on pose alors (Lauozos [23])

$$(12) \quad \left\{ \begin{array}{l} \varphi(q) = \sum_n \varphi_n f_n(q), \\ \mathcal{H}(q', q'') = \sum_{nm} \mathcal{H}_{nm} f_n(q') \overline{f_m(q'')}. \end{array} \right.$$

les équations linéaires (9) se transforment en l'équation intégrale

$$W \varphi(q') = \int \mathcal{H}(q', q'') \varphi(q'') dq''.$$

Cette relation, obtenue au moyen de (12), ne signifie donc autre chose qu'un changement du système de coordonnées dans l'espace de Hilbert, déterminé par la matrice de transformation orthogonale  $f_n(q)$  avec un indice discontinu et un indice continu.

On voit donc que la favorisation de systèmes de coordonnées « séparés » dans la conception originale de la théorie des matrices n'a absolument rien d'essentiel. On peut se servir tout aussi bien de « matrices continues », comme  $\mathcal{H}(q', q'')$ . Il ne s'agit donc pas du tout de représenter d'une façon spéciale un point dans l'espace hilbertien par sa projection sur des axes de coordonnées orthogonaux déterminés; il s'agit bien plutôt de pouvoir réunir les équations (9) et (13) en une seule, plus générale,

$$(14) \quad W \varphi = \mathcal{H} \varphi,$$

où  $\mathcal{H}$  représente un opérateur linéaire, qui transforme le point  $\varphi$  de l'espace hilbertien en un autre. L'équation pose l'exigence de trouver les points  $\varphi$  qui par l'opération  $\mathcal{H}$  ne subissent qu'un déplacement de leur droite de jonction avec l'origine. Les points qui satisfont à cette condition déterminent un système d'axes orthogonal, le système d'axes principaux de l'opérateur  $\mathcal{H}$ ; le

nombre de ces axes est fini ou infini; dans le dernier cas ces axes sont distribués d'une façon séparée ou d'une façon continue et les valeurs propres  $W$  sont les longueurs des axes principaux. Les opérateurs linéaires dans l'espace de Hilbert sont donc le concept général qui peut servir à représenter mathématiquement une grandeur physique. Le calcul au moyen des opérateurs s'effectue évidemment suivant les mêmes règles que pour les nombres  $q$  de Dirac; ces règles représentent une réalisation de cette notion abstraite.

Nous avons fait jusqu'ici l'exposé en prenant comme exemple la fonction d'Hamilton, mais nos considérations s'appliquent à toute grandeur de la mécanique quantique. Toute coordonnée  $q$  peut, au lieu d'être mise sous la forme d'une matrice à indices déterminés  $q_{nm}$ , être écrite, par projection sur un système orthogonal de fonctions, comme fonction de deux variables continues  $q(q', q'')$  ou, d'une manière générale, être considérée comme un opérateur linéaire dans l'espace hilbertien; elle possède alors des valeurs caractéristiques invariantes et des solutions caractéristiques par rapport à chaque système de coordonnées orthogonales. Il en est de même pour une impulsion  $p$  et pour toute fonction de  $q$  et  $p$ , en somme pour toute « grandeur » de la mécanique des quanta. Alors que dans la théorie classique des grandeurs physiques sont représentées par des variables qui peuvent prendre des valeurs numériques dans n'importe quel domaine de valeurs, une grandeur physique de la théorie des quanta est représentée par un opérateur linéaire et la collection de valeurs qu'elle peut prendre est constituée par les valeurs caractéristiques du problème des axes principaux correspondant dans l'espace hilbertien.

Dans cette manière de voir la mécanique de Schrödinger [24] se montre formellement comme cas particulier. L'opérateur le plus simple, dont les valeurs caractéristiques sont tous les nombres réels, est, notamment, la multiplication d'une fonction  $\mathcal{F}(q)$  par le nombre réel  $q$  : on l'écrit simplement  $q$ . Les fonctions caractéristiques sont donc à vrai dire des fonctions « non véritables », car elles doivent, d'après (14), avoir la propriété d'être toujours nulles, sauf quand  $W = q$ . Pour représenter de pareilles fonctions impropres, Dirac [38] a introduit la « fonction unité »,  $\delta(s)$ , qui

doit être toujours nulle lorsque  $s$  est différent de zéro, mais pour laquelle il faut néanmoins

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(s) ds = 1.$$

Les fonctions caractéristiques (normées) appartenant à l'opérateur  $q$  peuvent alors s'écrire

$$(15) \quad \varphi(q, W) = q \delta(W - q).$$

A cet opérateur  $q$  est conjugué l'opérateur différentiel

$$(16) \quad p = \frac{h}{2\pi i} \frac{\partial}{\partial q};$$

car, on a la relation de commutation (3), qui ne signifie pas autre chose que la simple identité

$$(pq - qp) \bar{\varphi}(q) = \frac{h}{2\pi i} \left[ \frac{d}{dq} (q \bar{\varphi}) - q \frac{d\bar{\varphi}}{dq} \right] = \frac{h}{2\pi i} \bar{\varphi}(q).$$

Si maintenant on construit au moyen de  $p$ ,  $q$  (ou de plusieurs paires conjuguées de ce genre) une fonction hamiltonienne, l'équation (14) devient une équation différentielle pour la grandeur  $\varphi(q)$ ,

$$(17) \quad \mathcal{H} \left( q, \frac{h}{2\pi i} \frac{\partial}{\partial q} \right) \varphi(q) = W \varphi(q).$$

C'est l'équation des ondes de Schrödinger, qui apparaît ici comme cas particulier de la théorie des opérateurs. Le caractère le plus important de cette manière de formuler les lois des quanta (sans parler du grand avantage du raccordement à des méthodes mathématiques connues) est le remplacement de toutes les « conditions des quanta », qui étaient encore nécessaires dans la théorie des nombres  $q$  de Dirac, par la simple exigence que la fonction caractéristique  $\varphi(q) = \varphi(q, W)$  soit finie en tout point du domaine de définition de la variable  $q$  : par là il se produit tout naturellement, dans certaines circonstances, un spectre discontinu de valeurs caractéristiques  $W_n$  (à côté d'un spectre continu).

Mais au fond, la fonction caractéristique de Schrödinger  $\varphi(q, W)$  n'est autre chose que la matrice de transformation  $\mathcal{S}$  de l'équa-

tion (5), que l'on peut mettre encore sous la forme

$$\mathcal{H}\mathcal{C}\mathcal{S} = \mathcal{S}\mathcal{W},$$

analogue à (17).

Dirac [38] a rendu ce rapport plus clair encore en écrivant les opérateurs  $q$  et  $p$ , et par suite aussi  $\mathcal{H}$ , sous forme d'opérateurs intégraux comme dans (13); on a alors

$$(18) \quad \begin{cases} q \mathcal{F}(q') = \int q'' \delta(q' - q'') \mathcal{F}(q'') dq'' = q' \mathcal{F}(q'), \\ p \mathcal{F}(q') = \int \frac{h}{2\pi i} \delta'(q' - q'') \mathcal{F}(q'') dq'' = \frac{h}{2\pi i} \frac{d\mathcal{F}}{dq'}, \end{cases}$$

où la présence de la dérivée de la fonction singulière  $\delta$  doit évidemment être prise par-dessus le marché. Alors l'équation (17) de Schrödinger prend la forme (13).

Le passage direct à la représentation par matrices dans le sens restreint se fait par renversement des formules (12), dans lesquelles le système orthogonal  $f_n(q)$  est identifié aux fonctions caractéristiques  $\varphi(q, W_n)$  appartenant au spectre discontinu. Si  $T$  est un opérateur quelconque (composé de  $q$  et  $p = \frac{h}{2\pi i} \frac{\partial}{\partial q}$ ), on définit la matrice  $T_{nm}$  correspondante au moyen des coefficients du développement

$$(19) \quad T \varphi_n(q) = \sum_m T_{nm} \varphi_m(q)$$

ou

$$(19^a) \quad T_{nm} = \int \overline{\varphi_m(q)} T \varphi_n(q) dq;$$

on reconnaît alors aisément que l'équation (17) est équivalente à (9).

La suite du développement de la théorie formelle s'est faite en relation étroite avec son interprétation physique; c'est pourquoi nous allons maintenant nous occuper de celle-ci.

## II. — L'INTERPRÉTATION PHYSIQUE DE LA THÉORIE.

Le défaut le plus apparent de la mécanique des matrices originale consiste en ceci qu'elle ne semble pas donner directement des renseignements sur des phénomènes réels, mais seulement sur des états et des processus possibles. Elle permet de calculer

les états stationnaires possibles d'un système; ensuite, elle se prononce au sujet de la vibration harmonique qui peut se manifester sous forme d'onde lumineuse, lors d'un saut quantique. Mais elle ne nous apprend pas quand un état déterminé existe, ni quand un changement peut être attendu. La raison en est claire : la mécanique des matrices ne s'occupe que de systèmes fermés, périodiques, et dans ceux-ci il ne se produit pas en réalité de changements. Pour avoir de véritables phénomènes on doit, aussi longtemps qu'on reste dans le domaine de la mécanique des matrices, porter son attention sur une *partie* du système; alors celle-ci n'est plus un système fermé, mais entre en interaction avec le reste du système. La question est de savoir ce que la mécanique des matrices peut apprendre à ce sujet.

Considérons par exemple deux systèmes 1 et 2 faiblement couplés l'un à l'autre (Heisenberg [35], Jordan [36]). Le principe de l'énergie vaut alors pour le système tout entier, c'est-à-dire que  $\mathcal{H}$  est une matrice diagonale. Mais pour un système partiel, 1 par exemple,  $\mathcal{H}_1$  n'est pas constant et la matrice a des membres en dehors de la diagonale. Or, l'échange d'énergie peut être interprété de deux manières. Dans l'une des manières de voir les membres périodiques de la matrice de  $\mathcal{H}_1$  (ou de  $\mathcal{H}_2$ ) représentent un long battement, un va-et-vient continu de l'énergie; mais on peut aussi décrire le processus au moyen des notions de la théorie du discontinu et dire que le système 1 effectue des sauts quantiques et transporte l'énergie libérée dans ces sauts sous forme de quanta sur le système 2, et inversement. Or, on peut démontrer que ces deux manières de voir, en apparence si différentes, ne sont aucunement contradictoires. Cela repose sur un théorème de mathématiques, qui dit ce qui suit :

Soit  $f(W_n^{(1)})$  une fonction des valeurs d'énergie  $W_n^{(1)}$  du système isolé 1; si l'on forme la même fonction de la matrice  $\mathcal{H}^{(1)}$ , qui représente l'énergie du système 1 dans le cas d'existence d'un couplage au système 2,  $f(\mathcal{H}^{(1)})$  est une matrice qui ne se compose pas uniquement de membres diagonaux  $f[\mathcal{H}^{(1)}]_{nn}$ . Mais ceux-ci représentent la valeur moyenne dans le temps de la grandeur  $f(\mathcal{H}^{(1)})$ . L'action du couplage est donc mesurée par la différence

$$\overline{\delta f_n} = f[\mathcal{H}^{(1)}]_{nn} - f[W_n^{(1)}].$$

Or, la première partie du théorème en question dit que  $\overline{\delta f_n}$  peut être mise sous la forme :

$$(20) \quad \overline{\delta f_n} = \sum_m [f(W_n) - f(W_m)] \Phi_{nm}.$$

Cela peut s'interpréter ainsi : La moyenne dans le temps du changement de  $f$  par suite du couplage est la moyenne arithmétique de tous les sauts possibles de  $f$  dans le système isolé, ces sauts étant affectés de certains poids  $\Phi_{nm}$ . Ces  $\Phi_{nm}$  devront être appelés des « probabilités de transition ».

La seconde partie du théorème détermine ces  $\Phi_{nm}$  par les propriétés du couplage. Si, notamment,  $p_1^0, q_1^0, p_2^0, q_2^0$  sont des coordonnées qui satisfont aux équations de mouvement des systèmes non couplés, pour lesquels  $\mathcal{H}_1$  et  $\mathcal{H}_2$  sont donc eux-mêmes des matrices diagonales, on peut se représenter l'énergie, y compris l'action mutuelle, comme exprimée par une fonction de ces grandeurs. Alors la solution du problème mécanique aboutit d'après (2) à la formation d'une matrice  $\mathcal{S}$ , qui satisfait à l'équation

$$\mathcal{S}^{-1} \mathcal{H}(p_1^0, q_1^0, p_2^0, q_2^0) \mathcal{S} = W.$$

Si l'on représente les états du système 1 par  $n_1$ , ceux du système 2 par  $n_2$ , un état du système total est donné par  $n_1, n_2$  et à tout passage  $n_1 n_2 \rightarrow m_1 m_2$  correspond un élément de  $\mathcal{S}$ ,  $\mathcal{S}_{n_1 n_2, m_1 m_2}$ . Le résultat est alors

$$(21) \quad \Phi_{nm} = \sum_{n_2 m_2} |\mathcal{S}_{n_1 n_2, m_1 m_2}|^2.$$

Les carrés des éléments de la matrice  $\mathcal{S}$  déterminent donc les probabilités de transition. Chaque terme  $|\mathcal{S}_{n_1 n_2, m_1 m_2}|^2$  de la somme (21), pris individuellement, représente évidemment la partie de la probabilité de transition pour le saut  $n_1 \rightarrow m_1$  du système 1, qui est induit par le saut  $n_2 \rightarrow m_2$  du système 2.

Ces résultats lèvent la contradiction entre les deux points de vue d'où nous sommes partis. Car pour les valeurs moyennes seulement observables la représentation du battement continu conduit toujours au même résultat que la représentation des sauts quantiques.

Si l'on demande *quand* se produit un saut quantique, la théorie reste sans réponse à cette question. Il semblait d'abord qu'il y avait là une lacune qui se comblerait lorsqu'on approfondirait la théorie. Mais bientôt on dut reconnaître qu'il n'en était pas ainsi et qu'il s'agit ici plutôt d'une impuissance essentielle, profondément ancrée dans la nature de notre pouvoir de comprendre les phénomènes physiques.

On voit que la mécanique des quanta fournit des valeurs moyennes avec exactitude, mais ne peut prédire la venue d'un événement isolé. Le déterminisme qui jusqu'ici a été admis comme base des sciences exactes de la nature semble ne plus pouvoir être admis sans conteste. Chaque nouveau progrès dans l'interprétation des formules a montré que le système des formules de la mécanique des quanta ne peut être interprété sans contradiction que du point de vue d'un indéterminisme fondamental, mais qu'en même temps aussi l'ensemble des faits qui peuvent être établis par l'expérience peut être rendu par le système de la théorie.

En fait, presque toutes les observations dans le domaine de la physique de l'atome ont un caractère statistique; ce sont des numérations, par exemple d'atomes dans un état déterminé. La détermination du processus individuel est bien admise par la physique classique, mais pratiquement elle ne joue aucun rôle, parce que les microcoordonnées qui fixent exactement un processus atomique ne peuvent jamais être données toutes; c'est pourquoi on les élimine des formules par le calcul d'une moyenne, et par là ces formules deviennent des déclarations statistiques. On a reconnu que la mécanique des quanta représente un fusionnement de la mécanique et de la statistique, d'où les microcoordonnées non observables sont chassées.

La lourdeur de la théorie des matrices dans sa description de processus qui se déroulent dans le temps peut être évitée en recourant au formalisme plus général décrit ci-dessus. Dans l'équation générale (14) on peut aisément introduire le temps explicitement en invoquant ce principe de la mécanique classique, que l'énergie  $W$  et le temps  $t$  se comportent l'un vis-à-vis de l'autre comme des grandeurs canoniquement conjuguées; à cela correspond qu'on doit avoir dans la mécanique des quanta une

relation de commutation

$$Wt - tW = \frac{h}{2\pi i}.$$

On peut donc affecter  $W$  de l'opérateur  $\frac{h}{2\pi i} \frac{\partial}{\partial t}$ . L'équation (14) devient alors

$$(22) \quad \frac{h}{2\pi i} \frac{\partial \varphi}{\partial t} = \mathcal{H} \varphi,$$

où l'on peut considérer  $\mathcal{H}$  comme dépendant explicitement du temps. Un cas particulier de cette équation est l'équation suivante, donnée par Schrödinger :

$$(22^a) \quad \left[ \mathcal{H} \left( q, \frac{h}{2\pi i} \frac{\partial}{\partial q} \right) - \frac{h}{2\pi i} \frac{\partial}{\partial t} \right] \varphi(q) = 0,$$

qui est à (17) ce que (22) est à (14), et l'équation

$$(22^b) \quad \frac{h}{2\pi i} \frac{\partial \varphi(q')}{\partial t} = \int \mathcal{H}(q', q'') \varphi(q'') dq'',$$

qui est souvent employée par Dirac et qui se rattache à la formule intégrale (13).

Au fond l'introduction du temps comme variable numérique a pour conséquence qu'on se figure le système considéré comme couplé à un autre et qu'on néglige la réaction sur ce dernier. Mais ce formalisme est très commode et conduit à un nouveau développement de la conception statistique, notamment par considération du cas où s'ajoute à une fonction d'énergie  $\mathcal{H}^0$ , qui est indépendante du temps, une perturbation  $V(t)$  qui dépend explicitement du temps, de sorte qu'on a l'équation (Dirac, Born)

$$(23) \quad \frac{h}{2\pi i} \frac{\partial \varphi}{\partial t} = [\mathcal{H}^0 + V(t)] \varphi.$$

Si maintenant  $\varphi_n^0$  sont les fonctions caractéristiques de l'opérateur  $\mathcal{H}^0$ , que pour plus de simplicité nous supposons discontinues, la grandeur cherchée  $\varphi$  peut être développée en série comme suit :

$$(24) \quad \varphi(t) = \sum_n c_n(t) \varphi_n^0.$$

Les  $c(t)$  sont alors les coordonnées de  $\varphi$  dans l'espace hilbertien

rapportées au système orthogonal  $\varphi_n^0$ ; elles peuvent être déduites par calcul de l'équation différentielle (23), lorsque leurs valeurs initiales  $c_n(0)$  sont données. Le résultat peut encore se traduire ainsi :

$$(25) \quad c_n(t) = \sum_m \mathcal{S}_{nm}(t) c_m(0),$$

où  $\mathcal{S}_{nm}(t)$  est une matrice orthogonale indépendante de  $t$ , déterminée par  $V(t)$ .

Le processus temporaire est donc représenté par une rotation de l'espace de Hilbert ou par une transformation canonique (4) avec la matrice  $\mathcal{S}$  qui dépend du temps.

Comment cela doit-il être interprété ?

Du point de vue de la théorie de Bohr un système ne peut jamais être que dans un seul état quantique. A chacun de ces états appartient une solution caractéristique du système  $\varphi_n^0$  non perturbé. Or, si l'on veut calculer ce que devient un système qui se trouve au début dans un certain état, disons-le  $k$ -ième, on doit choisir comme condition initiale pour l'équation (23)  $\varphi = \varphi_k^0$ , c'est-à-dire  $c_n(0) = 0$  pour  $n$  différent de  $k$  et  $c_k(0) = 1$ . Mais alors on a à la fin du trouble  $c_n(t) = \mathcal{S}_{nk}(t)$  et la solution se compose d'une superposition de solutions caractéristiques. D'après les principes de Bohr cela n'a aucun sens que de dire qu'un système se trouve à la fois dans plusieurs états. La seule interprétation possible paraît être l'interprétation statistique :

La superposition de plusieurs solutions caractéristiques exprime que l'état initial peut passer par la perturbation à un autre état quantique et il est clair que l'on doit prendre comme mesure de la probabilité de transition la grandeur

$$\Phi_{nk} = |\mathcal{S}_{nk}(t)|^2;$$

car on retrouve ainsi pour le changement moyen d'une fonction d'état quelconque l'équation (20).

Cette interprétation est confirmée par le fait qu'on démontre l'exactitude du principe adiabatique d'Ehrenfest (Born [34]); on peut dire que dans le cas d'une action infiniment lente

$$\Phi_{nn} \rightarrow 1, \quad \Phi_{nk} \rightarrow 0 \quad (n \text{ différent de } k).$$

c'est-à-dire que la probabilité d'un saut tend vers zéro.

Cette thèse conduit d'ailleurs immédiatement à une interprétation du  $c_n(t)$  même : les  $|c_n(t)|^2$  doivent être les probabilités d'état.

On se heurte cependant ici à une difficulté, qui a une grande importance en principe, dès qu'on part d'un état initial pour lequel tous les  $c_n(0)$  ne disparaissent pas à l'exception d'un seul. En physique ce cas se présenterait si l'on donnait un système dont on ne sait pas exactement dans quel état quantique il se trouve, mais dont on connaît uniquement la probabilité  $|c_n(0)|^2$  de chaque état quantique. Alors évidemment, les arguments des grandeurs complexes  $c_n(0)$  restent encore indéterminés ; si l'on pose

$$c_n(0) = |c_n(0)| e^{i\gamma_n},$$

les  $\gamma_n$  représentent des phases, dont le sens doit être établi. La distribution des probabilités à la fin de la perturbation est alors, d'après (25),

$$(26) \quad |c_n(t)|^2 = \left| \sum_m \mathcal{S}_{nm}(t) c_m(0) \right|^2$$

et non

$$(24) \quad \sum_m |\mathcal{S}_{nm}(t)|^2 |c_m(0)|^2,$$

ainsi qu'on pourrait le supposer d'après le calcul des probabilités ordinaire.

La formule (26) peut être appelée, d'après Pauli, le théorème de *l'interférence des probabilités* ; sa signification a été rendue claire par la mécanique ondulatoire de de Broglie et de Schrödinger ; nous y reviendrons tantôt. Mais avant d'en parler je voudrais faire remarquer que cette « interférence » ne signifie pas une contradiction avec les règles du calcul des probabilités, c'est-à-dire avec l'idée que les  $|\mathcal{S}_{nk}|^2$  sont de simples probabilités. La règle de combinaison (27) se déduit notamment, pour le problème traité ici, de la notion de probabilité lorsque — et alors seulement — le nombre relatif [c'est-à-dire la probabilité  $(c_{nk})^2$ ] des atomes dans l'état  $nk$  a été préalablement établi par l'expérience. Dans ce cas les phases  $p_{nk}$  sont essentiellement inconnues, de sorte (26) se transforme alors tout naturellement en (27) [46].

Je ferai remarquer ensuite que la formule (26) se transforme en (27) lorsque la fonction de perturbation est une fonction du

temps tout à fait irrégulière. Tel est, par exemple, le cas lorsque le trouble est produit par de la « lumière blanche ». Alors les termes excédents de (26) disparaissent en faisant la moyenne et l'on obtient (27). De cette façon il est aisé de trouver le coefficient  $B_{nm}$  d'Einstein pour la probabilité par unité de rayonnement des sauts quantiques déterminés par l'absorption de lumière (Dirac [37], Born [30]). Mais en général il ne suffit pas du tout, d'après (26), de connaître les probabilités  $|c_n(0)|^2$  pour calculer la marche de la perturbation; on doit connaître encore les phases  $\gamma_n$ .

Cette circonstance rappelle vivement ce qui arrive dans les phénomènes d'interférence. L'intensité d'éclairement d'un écran n'est pas du tout toujours égale à la somme des intensités lumineuses des divers faisceaux de rayons qui frappent l'écran, ou bien, comme on peut le dire à bon droit, elle n'est pas égale à la somme des quanta de lumière qui se meuvent dans les divers faisceaux; elle dépend essentiellement des phases des ondes. A cet endroit se manifeste donc une analogie entre la mécanique quantique des corpuscules et la théorie ondulatoire de la lumière.

Mais en réalité cette relation a été trouvée par de Broglie d'une toute autre manière. Il ne m'appartient pas d'entrer dans des détails à ce sujet. Il suffira que j'aie formulé le résultat des considérations de de Broglie et de leur développement par Schrödinger et que j'aie mis ce résultat en rapport avec la mécanique des quanta.

A la nature dualiste de la lumière — ondes, quanta de lumière — correspond la nature dualiste analogue des particules matérielles. Celles-ci aussi se comportent à un certain point de vue comme des ondes. Schrödinger a établi les lois de la propagation de ces ondes [24] et est arrivé à l'équation (11), qui a été déduite ici d'autre façon. Son idée, que ces ondes constituent l'essence même de la matière, que les particules ne sont que des paquets d'ondes, n'est pas seulement en contradiction avec les principes de la théorie de Bohr, si bien fondée, mais elle conduit aussi à des conséquences impossibles; c'est pourquoi nous n'en parlerons pas ici. En revanche, nous attribuons à la matière aussi une double nature: leur description exige que nous parlions de corpuscules (discontinuités) aussi bien que d'ondes (processus continus). Du point de vue de la conception statistique de la mécanique des

quanta on voit clairement comment cela est conciliable : Les ondes sont des ondes de probabilité. Ce ne sont pas, à vrai dire, les probabilités elles-mêmes, mais certaines « amplitudes de probabilité » qui se propagent continûment et satisfont à des équations différentielles ou intégrales, comme dans la physique du continu classique. Mais à côté de cela il y a des discontinuités, des corpuscules, dont la fréquence est réglée par le carré de ces amplitudes.

La confirmation la meilleure de cette manière de voir se trouve dans les phénomènes de choc entre les particules matérielles (Born [30]). Einstein [16], en déduisant de la théorie hardie de de Broglie la possibilité d'une « diffraction » de particules matérielles, avait déjà admis tacitement que c'est le nombre des particules qui est déterminé par l'intensité des ondes. On retrouve cette manière de voir dans l'interprétation qu'Elsasser [17] donne des expériences de Davisson et Kunsman [18, 19] sur la réflexion d'électrons par des cristaux; ici encore on admet, sans plus, que dans les maxima de diffraction le nombre des électrons est maximum. Il en est de même des expériences de Dymond [20] sur la diffraction d'électrons par des atomes d'hélium.

L'application de la mécanique ondulatoire au calcul de phénomènes de choc prend une forme analogue à la théorie de la diffraction de la lumière par de petites particules. On doit chercher la solution de l'équation des ondes de Schrödinger (17) qui passe à l'infini à une onde incidente plane donnée; cette solution se comporte partout à l'infini comme une onde sphérique. L'intensité de cette onde sphérique dans une direction quelconque, comparée à l'intensité de l'onde incidente, détermine le nombre relatif des particules d'un faisceau de rayons parallèles, déviées dans cette direction. Comme mesure de l'intensité on doit prendre un « vecteur radiant » constructible au moyen de la solution  $\varphi(q, W)$ , qui est tout à fait analogue au vecteur de Poynting de la théorie électromagnétique de la lumière et qui donne la mesure du nombre de particules qui traversent l'unité de surface dans l'unité du temps.

De cette manière Wentzel [31] et Oppenheimer [32] ont déduit par la voie de la mécanique ondulatoire la loi de Rutherford, de la diffusion de particules  $\alpha$  par des noyaux lourds.

Si l'on veut calculer les probabilités d'excitation et d'ionisation d'atomes [30], on doit introduire les coordonnées des électrons atomiques à côté de celles de l'électron choquant comme variables ayant les mêmes droits. Les ondes ne se propagent donc plus dans l'espace à trois dimensions, mais dans un espace de configuration polydimensionnel. On voit par là que les ondes de la mécanique quantique sont tout à fait autre chose que les ondes lumineuses de la théorie classique, par exemple.

Si l'on construit le vecteur radiant, défini ci-dessus, pour une solution de l'équation de Schrödinger généralisée (22), qui représente la variation avec le temps, on voit que la dérivée par rapport au temps de l'intégrale

$$\int |\varphi|^2 dq',$$

étendue à un certain domaine de la variable numérique indépendante  $q'$ , se laisse transformer dans l'intégrale de surface du vecteur radiant étendue aux limites de ce domaine. Il s'ensuit que  $|\varphi|^2$  doit être considéré comme densité des particules ou plutôt comme densité de probabilité. La solution  $\varphi$  elle-même est appelée « amplitude de probabilité ».

L'amplitude  $\varphi(q', W')$  qui appartient à un état stationnaire fournit donc par l'expression  $|\varphi(q', W')|^2$  la probabilité qu'à énergie donnée  $W'$  la coordonnée  $q'$  est située dans un élément  $dq'$  donné d'avance.

Mais cela est susceptible d'une généralisation immédiate. En effet,  $\varphi(q', W')$  est la projection de l'axe principal  $W'$  de l'opérateur  $\mathcal{H}$  sur l'axe principal  $q'$  de l'opérateur  $q$ . On peut donc dire en toute généralité (Jordan [39]) : Si l'on donne deux grandeurs physiques par les opérateurs  $q, Q$  et si l'on connaît les axes principaux de l'un, par exemple en grandeur et en direction, on peut déterminer, au moyen de l'équation

$$Q\varphi(q', Q') = Q'\varphi(q', Q'),$$

les axes principaux  $Q'$  et  $Q$  et leurs projections  $\varphi(q', Q')$  sur les axes de  $q$ . Alors

$$|\varphi(q', Q')|^2 dQ'$$

est la probabilité que pour une valeur donnée de  $Q'$  la valeur de  $q'$  se trouve dans un intervalle donné  $dq'$ .

Si, inversement, on suppose que les axes principaux de  $Q$  soient donnés, ceux de  $q'$  s'obtiennent par la rotation inverse; par là on reconnaît aisément que  $\varphi(Q', q')$  est l'amplitude correspondante, de sorte que

$$|\varphi(Q', q')|^2 dQ'$$

représente la probabilité que,  $q'$  étant donné, la valeur de  $Q'$  se trouve dans  $dQ'$ . Prend-on par exemple pour  $Q$  l'opérateur

$$P = \frac{h}{2\pi i} \frac{\partial}{\partial q},$$

on a alors l'équation

$$\frac{h}{2\pi i} \frac{\partial \varphi}{\partial q'} = P' \varphi,$$

c'est-à-dire

$$(28) \quad \varphi = C e^{\frac{2\pi i}{h} q' P'}.$$

Telle est donc l'amplitude de probabilité pour une paire de grandeurs conjuguées. Pour la densité de probabilité on obtient

$$|\varphi|^2 = C,$$

c'est-à-dire que pour une valeur donnée de  $q'$  toutes les valeurs de  $p'$  sont également probables.

C'est là un résultat important, car il permet de conserver la notion de « grandeurs conjuguées », même lorsque la définition différentielle n'existe plus, c'est-à-dire quand la grandeur  $q$  n'a qu'un spectre discontinu ou n'admet qu'un nombre fini de valeurs. Ce dernier cas se présente, par exemple, lorsqu'on a affaire à des angles quantifiés quant à la direction, pour l'électron magnétique par exemple, ou dans les expériences de Stern et Gerlach. On peut alors, avec Jordan, dire, par définition, qu'une grandeur  $p$  est conjuguée à  $q$ , lorsque l'amplitude de probabilité correspondante est donnée par l'expression (28).

Comme les amplitudes sont les éléments de la matrice de rotation d'un système orthogonal dans un autre, elles se composent suivant la règle des matrices :

$$(29) \quad \varphi(q', Q') = \int \psi(q', \beta') \chi(\beta', Q') d\beta';$$

dans le cas de spectres discontinus on a, à la place de l'intégrale,

des sommes finies ou infinies. C'est là la façon générale de formuler le théorème de l'interférence des probabilités.

Comme application nous considérons de nouveau la formule (24). Dans cette formule  $c_n(t)$  était l'amplitude de la probabilité que le système a à l'instant l'énergie  $W_n$ ;  $\varphi_n^0(q')$  est l'amplitude de la probabilité qu'à énergie donnée  $W_n$  la coordonnée  $q'$  ait une valeur donnée d'avance.

$$\varphi(q', t) = \sum_n c_n(t) \varphi_n^0(q')$$

représente donc l'amplitude de la probabilité que  $q'$  ait à l'instant  $t$  une valeur donnée.

A côté de la notion de probabilité d'état relative  $|\varphi(q', Q')|^2$  vient encore se placer celle de probabilité de transformation, et cela notamment chaque fois que l'on considère un système comme fonction d'un paramètre extérieur, que ce paramètre soit le temps ou une propriété quelconque d'un système extérieur faiblement couplé au premier. Alors le système d'axes principaux d'une grandeur quelconque devient dépendant de ce paramètre; il subit une rotation, représentée par une transformation orthogonale  $\mathcal{S}(q', q'')$ , dans laquelle entre le paramètre [comme dans la formule (25)]. Les grandeurs  $|(q', q'')|^2$  sont les « probabilités de transformation »; en général, elles ne sont pas indépendantes, car les « amplitudes de transformation » se composent d'après la règle des interférences.

### III. — FORMULATION DES PRINCIPES ET DÉLIMITATION DE LEUR PORTÉE.

Maintenant que par l'analyse des faits établis par l'expérience ont été développées les notions générales de la théorie, nous sommes placés devant la double tâche, d'abord d'indiquer un système de principes les plus simples possibles et directement rattachés aux observations, d'où la théorie tout entière puisse être déduite comme d'un système d'axiomes mathématiques, ensuite d'examiner d'un œil critique toute notre connaissance empirique, pour nous assurer qu'aucune expérience faite par les moyens actuels n'est en contradiction avec ces principes.

Jordan [39] a formulé un pareil « système d'axiomes », qui est à la base des théorèmes suivants :

1° Il faut que pour chaque paire de grandeurs  $q, Q$  de la mécanique quantique il existe une amplitude de probabilité  $\varphi(q', Q')$  telle que  $\varphi^2$  indique la densité de la probabilité que pour une valeur donnée de  $Q'$  la valeur de  $q'$  tombe dans un intervalle infinitésimal donné.

2° En permutant  $q$  et  $Q$  on doit trouver l'amplitude correspondante  $\overline{\varphi(Q', q')}$ .

3° Le théorème (29) de la combinaison des amplitudes des probabilités.

4° A chaque grandeur  $q$  doit appartenir une grandeur cano- nique conjuguée  $p$ , définie par l'amplitude (28). C'est là le seul endroit où apparaît la constante quantique  $h$ .

Enfin, on admet encore comme évident que, si les grandeurs  $q$  et  $Q$  sont identiques, l'amplitude  $\varphi(q', q'')$  devient égale à la « matrice unité »  $\delta(q' - q'')$ , c'est-à-dire est toujours nulle, sauf quand  $q' = q''$ . Cette hypothèse caractérise avec le théorème de multiplication (3) les amplitudes ainsi définies comme les coefficients d'une transformation orthogonale; on obtient les conditions d'orthogonalité simplement en exprimant que la composition de l'amplitude appartenant à  $q, Q$  avec celle appartenant à  $Q, q$  doit fournir l'identité.

On peut alors ramener à des amplitudes toutes les grandeurs qui se présentent, même les opérateurs, en les écrivant sous forme d'opérateurs intégraux, comme dans la formule (13). La multiplication d'opérateurs non commutative est alors une conséquence des axiomes et perd toute la singularité qu'elle présentait dans la théorie des matrices originale.

La méthode de Dirac [38] est tout à fait équivalente à la façon de formuler de Jordan, sauf que Dirac ne met pas les principes sous forme axiomatique.

Cette théorie résume en effet toute la mécanique des quanta en un système dans lequel la simple notion de la probabilité calculable joue le rôle principal pour un événement déterminé. Mais elle présente aussi quelques inconvénients. Un inconvénient formel est la présence de fonctions impropres, comme la fonction

$\delta$  de Dirac, dont on a besoin pour représenter la matrice unité pour des domaines de variables continus. Plus grave est cette circonstance que les amplitudes ne sont pas des grandeurs directement mesurables, mais leurs carrés; les facteurs de phase sont bien essentiels pour la relation entre les divers phénomènes, mais ils ne peuvent être établis qu'indirectement, tout à fait comme en optique les phases sont déduites par combinaison des mesures d'intensité. Or c'est précisément un principe auquel on tient beaucoup en mécanique quantique, d'introduire autant que possible comme notions fondamentales d'une théorie uniquement des grandeurs directement observables. Ce défaut tient mathématiquement à ce fait que la définition de la probabilité au moyen des amplitudes ne traduit pas l'invariance pour des transformations orthogonales de l'espace hilbertien (transformations canoniques).

Ces lacunes de la théorie ont été comblées par von Neumann [41, 42]. Cet auteur donne une définition invariante du spectre des valeurs caractéristiques pour un opérateur quelconque et des probabilités relatives, sans présupposer l'existence de fonctions caractéristiques ni même employer des fonctions impropres. Bien que cette théorie n'ait pas encore été élaborée dans toutes les directions, on peut cependant dire avec certitude qu'il est possible d'établir une mécanique des quanta parfaite au point de vue mathématique.

Et maintenant la réponse à la seconde question : Cette théorie est-elle d'accord avec l'ensemble de nos faits d'expérience ? En particulier comment, vu la détermination uniquement statistique des processus individuels dans les phénomènes macroscopiques compliqués, l'ordre déterministe auquel nous sommes accoutumés peut-il être conservé ?

Le pas le plus important dans la voie de la vérification du nouveau système de concepts dans ce sens consiste dans la fixation des limites dans lesquelles est permise l'application des termes et concepts anciens (classiques), tels que « lieu, vitesse, impulsion, énergie d'une particule (électrons) » (Heisenberg [46]). Or, on trouve que toutes ces grandeurs, prises *séparément*, peuvent être mesurées et définies avec précision, comme dans la théorie classique, mais que quand on veut mesurer simultanément des grandeurs

canoniquement conjuguées (plus généralement : des grandeurs dont les opérateurs ne sont pas permutables) on ne peut pas descendre au-dessous d'une limite d'indétermination caractéristique. Pour déterminer cette limite on peut, avec Bohr [47], partir d'une façon très générale du dualisme empiriquement établi entre ondes et corpuscules. Au fond, on a déjà le même phénomène à chaque diffraction de la lumière à travers une fente. Lorsqu'une onde vient frapper normalement une fente (infiniment étendue) de largeur  $q_1$ , la distribution de lumière comme fonction de l'angle de déviation  $\varphi$  est donnée, d'après Kirchhoff, par le carré de la valeur de la grandeur

$$a \int_{-\frac{q_1}{2}}^{+\frac{q_1}{2}} e^{\frac{2\pi i}{\lambda} \sin \varphi \cdot y} dy = 2a \frac{\sin \left( \frac{\pi q_1}{\lambda} \sin \varphi \right)}{\frac{\pi q_1}{\lambda} \sin \varphi};$$

elle s'étend donc sur un domaine dont l'ordre de grandeur est donné par  $\sin \varphi_1 = \frac{q_1}{\lambda}$  et qui devient de plus en plus grand à mesure que la largeur  $q_1$  de la fente diminue. Si l'on considère ce phénomène du point de vue de la théorie corpusculaire et si les relations établies par de Broglie entre la fréquence et la longueur des ondes et l'énergie et l'impulsion du quantum de lumière

$$h\nu = W, \quad \frac{h}{\lambda} = \mathcal{E},$$

sont exactes, la composante de l'impulsion perpendiculaire à la direction de la fente est

$$p = \mathcal{E} \sin \varphi = \frac{h}{\lambda} \sin \varphi.$$

On voit donc qu'après le passage à travers la fente les quanta de lumière ont une distribution dont l'amplitude est donnée par

$$e^{\frac{2\pi i}{h} \sin \varphi \cdot y} = e^{\frac{2\pi i}{h} p y},$$

tout comme la mécanique des quanta l'exige pour deux variables canoniquement conjuguées, et la largeur du domaine de la variable  $p$

qui contient le nombre principal des quanta de lumière est

$$p_1 = \mathcal{E} \sin \varphi_1 = \frac{\mathcal{E} \lambda}{q_1} = \frac{h}{q_1}$$

Par des raisonnements généraux de ce genre on arrive à cette idée que les inexactitudes (erreur moyenne) de deux variables canoniquement conjuguées  $p$  et  $q$  sont toujours liées entre elles par la relation

$$(30) \quad p_1 q_1 \geq h.$$

En rétrécissant le domaine d'une des variables qui constitue l'essence d'une mesure, on élargit inévitablement le domaine de l'autre. Cela résulte immédiatement du formalisme mathématique de la mécanique des quanta d'après la formule (28). Le véritable sens de la constante  $h$  de Planck est donc celui-ci, qu'elle constitue la mesure universelle de l'indétermination qui est introduite dans les lois naturelles par le dualisme des ondes et corpuscules.

Que la théorie des quanta est un mélange de principes strictement mécaniques et de principes statistiques, on peut le considérer comme une conséquence de cette indétermination. Dans la théorie classique on fixerait notamment l'état d'un système mécanique par exemple ainsi, qu'on mesure les valeurs initiales de  $p$  et  $q$  à un instant déterminé. Dans la mécanique des quanta une pareille mesure de l'état initial n'est possible qu'avec la précision (30). Les valeurs de  $p$  et  $q$  ne sont donc également connues que statistiquement aux instants suivants.

Le rapport entre l'ancienne théorie et la nouvelle peut donc être décrit comme suit :

Dans la mécanique classique on admet la déterminabilité précise de l'état initial; ce qui se passe dans la suite est alors déterminé par les lois elles-mêmes.

Dans la mécanique des quanta on peut, en se basant sur la relation d'imprécision, exprimer le résultat de chaque mesure par le choix des valeurs initiales convenables de fonctions de probabilité; les lois de la mécanique quantique déterminent la variation (propagation ondulatoire) de ces fonctions de probabilité. Mais le résultat d'expériences futures reste en général indéterminé et seule l'attente de ce résultat est statistiquement restreinte.

Chaque nouvelle expérience met à la place des fonctions de probabilité valables jusqu'alors de nouvelles fonctions, qui correspondent au résultat de l'observation; elle partage les grandeurs physiques, d'une façon qui est caractéristique pour l'expérience, en grandeurs connues et en grandeurs inconnues (connues avec grande ou faible précision).

Le fait que dans cette manière de voir certaines lois, comme les principes de conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement, sont encore strictement valables, provient de ce qu'il s'agit de relations entre grandeurs permutable (uniquement d'espèce  $q$  ou d'espèce  $p$ ).

Le passage de la micromécanique à la macromécanique résulte tout naturellement de la relation d'imprécision à cause de la petitesse de la constante  $h$  de Planck. Le fait de l'extension, de la « fusion » d'un « paquet d'ondes ou de probabilités » est essentiel pour cela. Dans quelques systèmes mécaniques simples (électron libre dans un champ magnétique ou dans un champ électrique) (Kennard [50]), oscillateur harmonique (Schrödinger [25]), l'extension du paquet d'ondes en mécanique quantique est d'accord avec l'extension des trajectoires du système, qui se présenterait dans la théorie classique si les conditions initiales n'étaient connues qu'avec la restriction de précision (30). Par là le traitement purement classique des particules  $\alpha$  et  $\beta$ , comme dans la discussion des épreuves de Wilson, par exemple, trouve immédiatement sa justification. Mais en général les lois statistiques de l'extension d'un « paquet » sont différentes pour la théorie classique et la théorie des quanta; on en a des exemples particulièrement extrêmes dans les cas de « diffraction » ou d'« interférence » de rayons matériels, comme dans les expériences déjà mentionnées de Davisson, Kunsman et Germer [18, 19] sur la réflexion des électrons par des cristaux métalliques.

Que l'ensemble des faits d'expérience cadre dans le système de cette théorie, on ne peut évidemment le prouver qu'en calculant et discutant tout les cas accessibles à l'expérience. Des essais isolés, dans lesquels on pourrait soupçonner une contradiction avec la limite de précision (30), ont été discutés [46, 47]; chaque fois on a pu montrer nettement la cause de l'impossibilité d'établir exactement toutes les parties déterminantes.

Il ne reste plus qu'à jeter un coup d'œil sur les déductions les plus importantes de la théorie et leur vérification expérimentale.

#### IV. — APPLICATIONS DE LA MÉCANIQUE DES QUANTA.

Je traiterai rapidement, dans ce chapitre, ces applications-là de la mécanique des quanta qui sont en relation étroite avec les questions de principe. Je mentionnerai d'abord la théorie de l'électron magnétique de Uhlenbeck et Goudsmit.

Il n'y a aucune difficulté à formuler cette théorie ni à traiter l'effet Zeeman anormal par le calcul des matrices [41]; le calcul par la méthode des vibrations propres ne réussit qu'à l'aide de la théorie générale de Dirac-Jordan (Pauli [45]). On associe alors à chaque électron deux fonctions ondulatoires tridimensionnelles. Il est tout indiqué, de cette façon, de chercher dans les ondes matérielles une analogie avec les ondes lumineuses polarisées, ce qu'on peut faire, d'ailleurs, jusqu'à un certain point (Darwin [49], Jordan [53]). Ce qu'il y a de commun aux deux phénomènes, c'est que le nombre des termes est fini, de sorte que la matrice représentative est également finie (deux positions de l'électron, deux directions de polarisation de la lumière). Ici est donc en défaut la définition des grandeurs conjuguées par la différentiation; on doit recourir à la définition de Jordan à l'aide des amplitudes de probabilité [formule (28)].

Parmi les autres applications je citerai la mécanique quantique du problème de plusieurs corps [28, 29, 40]. Dans un système qui contient un grand nombre de particules toutes égales, il se produit une espèce de « résonance » entre ces particules et cela donne lieu à une décomposition du système des termes en systèmes partiels qui ne se combinent pas (Heisenberg, Dirac [28, 37]). Wigner a étudié ce phénomène systématiquement en se servant de méthodes basées sur la théorie des groupes et a établi l'ensemble des systèmes de termes qui ne se combinent pas [40]; Hund a réussi à déduire la plupart de ces résultats par des moyens relativement élémentaires [48]. Un rôle particulier est joué par les systèmes partiels « symétrique » et « antisymétrique » des termes; dans le premier une fonction caractéristique ne change pas

lorsqu'on permute deux particules semblables, tandis que dans le dernier le signe change par une pareille permutation. En appliquant cette théorie aux spectres d'atomes à plusieurs électrons on trouve que la règle d'équivalence ne permet pas le système antisymétrique. En se basant sur cette constatation on peut établir, par la mécanique des quanta, la systématique des spectres de raies et le groupement des électrons dans tout le système périodique des éléments.

Quand on a un grand nombre de particules toutes pareilles, qui doivent être soumises à un traitement statistique (théorie des gaz), on obtient des statistiques différentes suivant qu'on choisit la fonction ondulatoire correspondante conformément à l'un ou à l'autre de ces systèmes partiels. Le système symétrique est caractérisé par ceci que par permutation des particules dans un état représenté par une fonction caractéristique symétrique on n'obtient pas un nouvel état; toutes les permutations qui appartiennent au même système de nombres quantiques (qui se trouvent dans la même « cellule ») ont donc toujours ensemble le poids total 1. Cela correspond à la statistique de Bose-Einstein [56, 16]. Dans le système de termes antisymétriques deux nombres quantiques ne peuvent jamais devenir égaux, parce qu'autrement la fonction caractéristique disparaît; à un système de nombres quantiques correspond donc ou bien pas de fonction caractéristique ou bien une tout au plus; le poids d'un état est donc 0 ou 1. C'est la statistique de Fermi-Dirac [57, 37].

La statistique de Bose-Einstein est valable pour les quanta de lumière, comme il résulte de la validité de la formule du rayonnement de Planck. La statistique de Fermi-Dirac est certainement applicable aux électrons (négatifs), comme il résulte de la systématique des spectres, ci-dessus mentionnée, basée sur la règle d'équivalence de Pauli, et selon toute probabilité aussi à des particules élémentaires positives (protons); on peut le conclure des observations sur les spectres de bandes [28, 43], et en particulier de la chaleur spécifique de l'hydrogène à basse température [56]. L'application de la statistique de Fermi-Dirac aux particules élémentaires positives et négatives de la matière a pour conséquence qu'à toutes les configurations neutres (molécules, par exemple) s'applique la statistique de Bose-Einstein

(symétrie des fonctions caractéristiques dans le cas de permutation d'un nombre entier de particules matérielles. Dans la mécanique des quanta, dans laquelle on traite un problème de plusieurs corps dans l'espace de configuration, la nouvelle statistique de Bose-Einstein et celle de Fermi-Dirac ont une place tout indiquée, contrairement à la théorie classique, où un changement arbitraire de la statistique normale est impossible; cependant, les restrictions faites quant à la forme des fonctions caractéristiques se présentent comme des hypothèses additionnelles arbitraires. En particulier, l'exemple des quanta de lumière indique que la nouvelle statistique est essentiellement liée aux propriétés ondulatoires de la matière et de la lumière. Lorsqu'on décompose les vibrations électromagnétiques d'un corps noir en composantes harmoniques spatiales, chacune d'elles se comporte vis-à-vis du temps comme un oscillateur harmonique; or, on trouve qu'en quantifiant ce système d'oscillateurs il vient une solution qui se comporte exactement comme un système de quanta de lumière obéissant à la statistique de Bose-Einstein [4]. Dirac s'est servi de cette circonstance pour traiter d'une manière conséquente des problèmes d'électrodynamique [51, 52]; nous y reviendrons un moment.

La structure corpusculaire de la lumière se présente donc comme une quantification des ondes lumineuses, tout comme inversement la nature ondulatoire de la matière se manifeste dans la « quantification » du mouvement corpusculaire. Jordan a montré [54] qu'on peut faire une chose analogue pour les électrons; on doit alors décomposer la fonction de Schrödinger du corps noir en vibrations fondamentales et harmoniques, et chacune de ces vibrations doit être quantifiée comme un oscillateur harmonique et cela notamment de telle manière qu'on trouve la statistique de Fermi-Dirac. Les nouveaux nombres quantiques, qui représentent les « poids » dans la théorie ordinaire du problème de plusieurs corps, n'ont donc que les valeurs 0 et 1. On a donc ici de nouveau un cas de matrices finies, qui ne peut être traité que par le théorie générale de Jordan. L'existence des électrons joue donc dans l'édification formelle de la théorie le même rôle que celle des quanta de lumière; tous deux sont des discontinuités de même espèce que les états stationnaires d'un

système quantifié. Lorsque les particules matérielles exercent des actions les unes sur les autres, des difficultés plus profondes pourraient évidemment s'opposer au développement de cette idée.

Les résultats des recherches de Dirac [51, 52] sur l'électrodynamique des quanta consistent avant tout en une déduction rigoureuse des probabilités de transformation einsteinienne pour le rayonnement libre. On y considère le champ électromagnétique (décomposé en vibrations harmoniques quantifiées) et l'atome comme système couplé et l'on applique la mécanique des quanta sous la forme de l'équation intégrale (13). On trouve l'énergie d'action mutuelle qui s'y présente par l'application de formules classiques. Conformément à cela on peut expliquer la nature de l'absorption et de la diffusion de la lumière par des atomes. Finalement, Dirac [52] réussit à déduire une formule de dispersion avec terme d'amortissement; il donna en même temps l'interprétation par la mécanique des quanta des expériences de Wien sur la cessation de la luminescence des rayons canaux. Sa méthode consiste en ceci qu'il considère le processus de la diffusion de la lumière par des atomes comme un phénomène de choc de quanta de lumière. Comme on peut bien attribuer à un quantum de lumière une énergie et une quantité de mouvement, mais qu'il est difficile de lui attribuer une situation géométrique, on ne réussit pas à baser la théorie des chocs sur la mécanique ondulatoire (Born [30]), dans laquelle on suppose la connaissance des actions réciproques entre les corps qui s'entre-choquent comme fonction de leur situation relative. Il est donc nécessaire de considérer l'impulsion comme une variable indépendante et d'employer à la place de l'équation des ondes de Schrödinger une équation d'opérateurs ayant le caractère de matrices. On a ici un cas où l'application des points de vue généraux, que nous avons relevés dans ce rapport, ne saurait être évitée. En même temps cette théorie de Dirac prouve de nouveau la profonde analogie entre électrons et quanta de lumière.

### *Conclusion.*

En résumé, nous voudrions faire observer que nous ne considérons pas les recherches mentionnées en dernier lieu, qui sont

en rapport avec le traitement du champ électromagnétique par la mécanique des quanta, comme terminées, il est vrai, mais que nous tenons la *mécanique des quanta* pour une théorie complète, dont les hypothèses fondamentales physiques et mathématiques ne sont plus susceptibles de modification. Des suppositions au sujet de la signification physique des grandeurs de la mécanique quantique, qui seraient en contradiction avec les postulats de Jordan ou d'autres équivalents, seraient aussi, à notre avis, en contradiction avec les faits expérimentaux. (De pareilles contradictions peuvent se présenter, par exemple, lorsqu'on interprète le carré de la valeur de la fonction caractéristique comme densité électrique.) Dans la question de la « validité de la loi de causalité » notre opinion est celle-ci : Aussi longtemps qu'on ne considère que des expériences qui tombent dans le domaine de nos connaissances physiques et mécaniques acquises jusqu'ici, notre hypothèse fondamentale de l'indéterminisme essentiel est d'accord avec l'expérience. Le développement ultérieur de la théorie du rayonnement ne changera rien à cet état de choses. Car le dualisme entre corpuscules et ondes, qui dans la mécanique des quanta apparaît comme une partie d'une théorie complète, sans contradictions, existe d'une façon tout à fait semblable pour le rayonnement. La relation entre les quanta de lumière et les ondes électromagnétiques doit être tout aussi statistique que celle entre les ondes de de Broglie et les électrons. Les difficultés, qui s'opposent encore aujourd'hui au développement complet de la théorie du rayonnement, ne résident donc *pas* dans le dualisme entre quanta de lumière et ondes — dualisme parfaitement compréhensible, d'ailleurs — mais elles ne se présentent que lorsqu'on essaie d'arriver à une façon parfaite, invariante en relativité, de formuler les lois électromagnétiques; toutes les questions, dans lesquelles une pareille formulation est inutile, peuvent être traitées par la méthode de Dirac [51, 52]. Mais déjà les premiers pas ont été faits dans la voie de la répression de ces difficultés.

---

## Bibliographie.

1. W. HEISENBERG, *Ueber quantenmechanische Umdeutung kinematischer and mechanischer Beziehungen* (Z. f. Phys., 33, 1925, p. 879).
2. M. BORN et P. JORDAN, *Zur Quantenmechanik*, I (Z. f. Phys., 34, 1925, p. 858).
3. P. DIRAC, *The fundamental equations of quantum mechanics* (Proc. Roy. Soc., A, 109, 1925, p. 642).
4. M. BORN, W. HEISENBERG et P. JORDAN, *Zur Quantenmechanik*, II (Z. f. Phys., 35, 1926, p. 557).
5. N. BOHR, *Atomtheorie und Mechanik* (Naturwiss., 14, 1926, p. 1).
6. W. PAULI, *Ueber das Wasserstoffspektrum vom Standpunkt der neuen Quantenmechanik* (Z. f. Phys., 36, 1926, p. 336).
7. P. DIRAC, *Quantum mechanics and a preliminary investigation of the hydrogen atom* (Proc. Roy. Soc., A, 110, 1926, p. 561).
8. G. E. UHLENBECK et S. GOUDSMIT, *Ersetzung der Hypothese vom unmechanischen Zwang durch eine Forderung bezüglich des inneren Verhaltens jedes einzelnen Elektrons* (Magnetelektron) (Nature, 113, 1925, p. 953).
9. L. H. THOMAS, *The motion of the spinning electron* (Nature, 117, 1926, p. 514).
10. J. FRENKEL, *Die Elektrodynamik des rotierenden Elektrons* (Z. f. Phys., 37, 1926, p. 243).
11. W. HEISENBERG et P. JORDAN, *Anwendung der Quantenmechanik auf das Problem der anomalen Zeemaneffekte* (Z. f. Phys., 37, 1926, p. 263).
12. P. DIRAC, *Relativity quantum mechanics with an application to Compton scattering* (Proc. Roy. Soc., 111, 1926, p. 405).
13. P. DIRAC, *The elimination of the nodes in quantum mechanics* (Proc. Roy. Soc., 111, 1926, p. 281).
14. P. DIRAC, *On quantum algebra* (Proc. Cambridge Phil. Soc., 23, 1926, p. 412).
15. J. DIRAC, *The Compton effect in wave mechanics* (Proc. Cambridge Phil. Soc., 23, 1926, p. 500).
16. A. EINSTEIN, *Quantentheorie des einatomigen idealen Gases*, II (Berl. Ber., 1925, p. 5).
17. W. ELSASSER, *Bemerkungen zur Quantentheorie freier Elektronen* (Naturw., 13, 1925, p. 711).
18. C. DAVISSON et KUNSMAN, *Scattering of low speed electrons by Pt and Mg* (Phys. Rev., 22, 1923, p. 243).
19. C. DAVISSON et L. GERMER, *The scattering of electrons by a single crystal of Nickel* (Nature, 119, 1927, p. 558).
20. E. G. DYMOND, *On electron scattering in Helium* (Phys. Rev., 29, 1927, p. 433).

21. M. BORN et N. WIENER, *Eine neue Formulierung der Quantengesetze für periodische und nicht periodische Vorgänge* (Z. f. Phys., 36, 1926, p. 174).
22. C. ECKART, *Operator calculus and the solution of the equation of quantum dynamics* (Phys. Rev., 28, 1926, p. 711).
23. K. LAUCZOS, *Ueber eine feldmässige Darstellung der neuen Quantenmechanik* (Z. f. Phys., 33, 1926, p. 812).
24. E. SCHRÖDINGER, *Quantisierung als Eigenwertproblem*, I à IV (I. Ann. d. Phys., 79, 1926, p. 361; II. Ibid., p. 489; III. Ibid., 80, 1926, p. 437; IV, Ibid., 81, 1926, p. 109).
25. E. SCHRÖDINGER, *Der stetige Uebergang von der Mikro zur Makromechanik* (Naturw., 14, 1926, p. 664).
26. E. SCHRÖDINGER, *Ueber das Verhältnis der Heisenberg-Born-Jordanschen Quantenmechanik zu der meinen* (Ann. d. Phys., 79, 1926, p. 734).
27. P. JORDAN, *Bemerkung über einem Zusammenhang zwischen Duanes Quantentheorie der Interferenz und den de Broglieschen Wellen* (Z. f. Phys., 37, 1926, p. 376).
28. W. HEISENBERG, *Mehrkörperproblem und Resonanz in der Quantenmechanik*, I et II (Z. f. Phys., 38, 1926, p. 411; II, Ibid., 41, 1927, p. 239).
29. W. HEISENBERG, *Ueber die Spektren von Atomsystemen mit zwei Elektronen* (Z. f. Phys., 39, 1926, p. 499).
30. M. BORN, *Zur Quantenmechanik der Stossvorgänge* (Z. f. Phys., 37, 1926, p. 863; 38, 1926, p. 803).
31. G. WENTZEL, *Zwei Bemerkungen über die Zerstreuung korpuskularer Strahlen als Beugungserscheinung* (Z. f. Phys., 40, 1926, p. 590).
32. J. R. OPPENHEIMER, *Bemerkung zur Zerstreuung der  $\alpha$ -Teilchen* (Z. f. Phys., 43, 1927, p. 413).
33. W. ELSASSER, *Diss. Göttingen*, Z. f. Phys.
34. M. BORN, *Das Adiabatenprinzip in den Quanten* (Z. f. Phys., 40, 1927, p. 167).
35. W. HEISENBERG, *Schwankungserscheinungen und Quantenmechanik* (Z. f. Phys., 40, 1926, p. 501).
36. P. JORDAN, *Ueber quantenmechanische Darstellung von Quantensprüngen* (Z. f. Phys., 40, 1926, p. 661).
37. P. DIRAC, *On the theory of quantummechanics* (Proc. Roy. Soc., A, 112, 1926, p. 661).
38. P. DIRAC, *The physical interpretation of quantum dynamics* (Proc. Roy. Soc., A, 113, 1926, p. 621).
39. P. JORDAN, *Ueber eine neue Begründung der Quantenmechanik* (Z. f. Phys., 40, 1926, p. 899; Zweiter Teil : Z. f. Phys., 44, 1927, p. 1).
40. E. WIGNER, *Ueber nichtkombinierende Terme in der neueren Quantentheorie* (Erster Teil : Z. f. Phys., 40, 1926, p. 492; Zweiter Teil : 40, 1927, p. 883).
41. D. HILBERT, I. V. NEUMANN et L. NORDHEIM, *Mathem. Ann.*, 98, 1927, p. 1.

42. I. v. NEUMANN, *Gött. Nachr.*, 20 mai 1927.
43. F. HUND, *Zur Deutung der Molekelspektren* (*Z. f. Phys.*, 40, 1926, p. 742; 42, 1927, p. 93; 43, 1927, p. 805).
44. W. PAULI, *Ueber Gasentartung u. Paramagnetismus* (*Z. f. Phys.*, 41, 1927, p. 81).
45. W. PAULI, *Zur Quantenmechanik des magnetischen Elektrons* (*Z. f. Phys.*, 43, 1927, p. 601).
46. W. HEISENBERG, *Ueber den anschaulichen Inhalt der Quantenmechanik* (*Z. f. Phys.*, 43, 1927, p. 172).
47. N. BOHR, *Ueber den begrifflichen Aufbau der Quantentheorie* (Im Erscheinen).
48. F. HUND, *Symmetriecharaktere von Termen bei Systemen mit gleichen Partikeln in der Quantenmechanik* (*Z. f. Phys.*, 43, 1927, p. 788).
49. DARWIN, *The electron as a vector wave* (*Nature*, 119, 1927, p. 282).
50. E. KENNARD, *Zur Quantenmechanik einfacher Bewegungstypen* (*Z. f. Phys.*, 44, 1927, p. 326).
51. P. DIRAC, *The quantum theory of emission and absorption of radiation* (*Proc. Roy. Soc., A*, 114, 1927, p. 243).
52. P. DIRAC, *The quantum theory of dispersion* (*Proc. Roy. Soc., A*, 114, 1927, p. 710).
53. P. JORDAN, *Ueber die Polarisation der Lichtquanten* (*Z. f. Phys.*, 44, 1927, p. 292).
54. P. JORDAN, *Zur Quantenmechanik der Gasentartung* (*Z. f. Phys.*, Im Erscheinen).
55. D. DENNISON, *A note on the specific heat of hydrogen* (*Proc. Roy. Soc., A*, 114, 1927, p. 483).
- Zur Statistik noch :
56. N. S. BOSE, *Plancks Gesetz und Lichtquantenhypothese* (*Z. f. Phys.*, 26, 1924, p. 178).
57. E. FERMI, *Lincei Rend.*, 3, 1926, p. 145.
- Allgemeine zusammenfassende Darstellungen :
58. M. BORN (Theorie des Atombaus?), *Vorlesungen gehalten am Massachusetts Institute of Technology* (Springer, 1927).
59. W. HEISENBERG, *Quantentheoretische Kinematik u. Mechanik* (*Math. Ann.*, 95, 1926, p. 683).
60. W. HEISENBERG, *Quantenmechanik* (*Naturw.*, 14, 1926, p. 990).
61. M. BORN, *Quantenmechanik und Statistik* (*Naturw.*, 15, 1927, p. 238).
62. P. JORDAN, *Kausalität und Statistik in der modernen Physik* (*Naturw.*, 15, 1927, p. 105).
63. P. JORDAN, *Die Entwicklung der neuen Quantenmechanik* (*Naturw.*, 15, 1927, p. 636).

## DISCUSSION DU RAPPORT DE MM. BORN ET HEISENBERG.

M. DIRAC. — Je voudrais faire ressortir nettement la nature de la correspondance entre la mécanique des matrices et la mécanique classique. En mécanique classique on peut traiter un problème par deux méthodes : 1<sup>o</sup> en considérant toutes les variables comme des nombres et en calculant le mouvement, par exemple par les lois de Newton; 2<sup>o</sup> en considérant les variables comme des fonctions des  $J$  (les variables d'action) et employant la théorie générale de transformation de la dynamique. Par la première méthode on calcule le mouvement qui résulte d'un système particulier de valeurs numériques pour les coordonnées et quantités de mouvement initiales, tandis que par la seconde on détermine en même temps le mouvement qui résulte de toutes les conditions initiales possibles.

La théorie des matrices correspond à cette seconde méthode classique. Elle donne des renseignements à la fois sur tous les états du système. Il y a cependant une différence entre la méthode des matrices et la seconde méthode classique en ce sens que dans cette dernière on demande de traiter en même temps uniquement tous les états qui ont à peu près le même  $J$  (comme cela arrive, par exemple, quand on fait usage de l'opérateur  $\frac{d}{dJ}$ ), tandis que dans la théorie des matrices on doit traiter simultanément des états dont les  $J$  diffèrent de quantités finies.

Afin d'obtenir des résultats comparables à ceux fournis par l'expérience, on doit remplacer par des valeurs numériques les  $J$  dans les fonctions des  $J$  obtenues par le traitement général. On doit faire la même chose dans la théorie des matrices. Cela donne lieu à une difficulté, parce que les résultats du traitement général sont maintenant des éléments de matrices, dont chacun se rapporte en général à deux systèmes différents de valeurs de  $J$ . Ce sont uniquement les éléments diagonaux, pour lesquels ces deux systèmes de valeurs coïncident, qui sont susceptibles d'une interprétation physique directe.

M. LORENTZ. — J'ai été fort surpris de voir que les matrices satisfont à des équations de mouvement. En théorie cela est très beau, mais c'est pour moi un grand mystère, qui, je l'espère, s'éclaircira. On me dit que par toutes ces considérations on est parvenu à former des matrices qui représentent ce que l'on peut observer dans l'atome, par exemple les fréquences des radiations émises. Toutefois, la circonstance que les coordonnées, l'énergie potentielle, etc., sont maintenant représentées par des matrices, indique que ces grandeurs ont perdu leur sens initial et qu'on a fait un pas énorme dans la voie de l'abstraction.

Permettez-moi d'attirer l'attention sur un autre point qui m'a frappé. Considérons les éléments des matrices qui représentent les coordonnées d'une particule dans un atome, un atome d'hydrogène par exemple, et qui satisfont aux équations du mouvement. On peut alors changer la phase dans chaque élément des matrices sans que celles-ci cessent de satisfaire aux équations du mouvement; on peut, par exemple, changer le temps. Mais on peut aller plus loin encore et changer les phases, non pas d'une façon arbitraire, mais en multipliant chaque élément par un facteur de la forme  $e^{i(\delta_m - \delta_n)}$ , et c'est encore autre chose qu'un changement de l'origine du temps.

Maintenant ces éléments des matrices devraient signifier des radiations émises. Si ces radiations émises étaient ce qu'il y a au fond de tout cela, on pourrait s'attendre à ce que toutes les phases puissent être changées d'une manière arbitraire. Le fait mentionné nous conduit alors tout naturellement à l'idée que ce ne sont pas ces radiations qui sont la chose fondamentale; il nous conduit à penser que derrière ces vibrations émises se cachent des vibrations véritables, dont les vibrations émises sont des vibrations de différence.

Ainsi donc, au fond il y aurait des vibrations dont les vibrations émises sont les différences, comme dans la théorie de Schrödinger, et il me semble que cela est contenu dans les matrices. Cette circonstance indique l'existence d'un substratum ondulatoire plus simple.

M. BORN. — M. Lorentz s'étonne de ce que les matrices satisfont aux équations de mouvement; je voudrais signaler à ce

propos l'analogie avec les nombres complexes. Ici aussi nous avons un cas où dans une extension du système des nombre les lois formelles se conservent presque complètement. Les matrices sont une espèce de nombres hypercomplexes, qui se distinguent des nombres ordinaires par le fait que la loi de commutativité n'est plus valable.

M. DIRAC. — Les phases arbitraires qui se présentent dans la méthode des matrices trouvent une analogie dans la seconde méthode classique, où les variables sont des fonctions des  $J$  et des  $\omega$  (variables d'action et d'angle). Il y a dans les  $\omega$  des phases arbitraires, qui peuvent avoir des valeurs différentes pour chaque système différent de valeurs des  $J$ . Ceci est tout à fait analogue à la théorie des matrices, dans laquelle chaque phase arbitraire est associée à une rangée et à une colonne et par conséquent à une série de valeurs pour les  $J$ .

M. BORN. — Les phases  $\alpha_n$  dont M. Lorentz vient de parler sont associées aux divers niveaux d'énergie, tout à fait comme dans la mécanique classique. Je ne pense pas qu'il se cache derrière tout cela quelque chose de mystérieux.

M. BOHR. — La question de la signification des phases arbitraires, soulevée par M. Lorentz, est d'une très grande importance, je pense, dans la discussion de la cohérence des méthodes de la théorie des quanta. Bien que la notion de phase soit indispensable dans le calcul, c'est à peine si elle intervient dans l'interprétation des observations.

---

LA

# MÉCANIQUE DES ONDES

PAR M. E. SCHRÖDINGER

---

## INTRODUCTION.

On développe actuellement sous ce nom, l'une à côté de l'autre, deux théories qui sont, il est vrai, étroitement liées, mais ne sont pas cependant identiques. Dans l'une, qui se rattache directement aux importantes thèses de M. de Broglie, il s'agit d'ondes dans l'espace à trois dimensions. Eu égard au traitement strictement relativiste, qui est suivi dès le début dans cette façon d'envisager le problème, nous l'appellerons la mécanique ondulatoire *quadridimensionnelle*. L'autre théorie s'écarte davantage des idées originales de M. de Broglie, en ce sens qu'elle prend comme base un phénomène ondulatoire dans l'espace des coordonnées de situation (espace  $q$ ) d'un système mécanique quelconque. C'est pourquoi nous l'appellerons la mécanique ondulatoire *polydimensionnelle*. Il va de soi que cet emploi de l'espace  $q$  ne doit être considéré que comme un artifice mathématique, qui trouva, d'ailleurs, souvent son application dans l'ancienne mécanique; en dernière analyse on décrira ici aussi un événement dans l'espace et dans le temps. Mais en réalité on n'a pas encore réussi à établir une conciliation parfaite des deux points de vue. Tout ce qui dépasse le mouvement d'un électron unique n'a pu être traité jusqu'ici que dans la manière de voir *polydimensionnelle*; aussi est-ce cette dernière manière de voir qui fournit la solution mathématique des problèmes posés par la mécanique des matrices

de Heisenberg et Born. C'est pourquoi je place cette manière de voir en première ligne et j'espère pouvoir mieux mettre en lumière de cette façon les difficultés caractéristiques qui sont inhérentes à la conception quadridimensionnelle, plus belle en elle-même.

### I. — THÉORIE POLYDIMENSIONNELLE.

La mécanique classique, placée en face d'un système dont la configuration est déterminée par les coordonnées de situation généralisées  $q_1, q_2, \dots, q_n$ , se pose comme problème de déterminer les coordonnées  $q_k$  comme fonctions du temps, c'est-à-dire d'indiquer *tous* les systèmes de fonctions  $q_1(t), q_2(t), \dots, q_n(t)$ , qui correspondent à un mouvement dynamiquement possible du système. D'après la mécanique ondulatoire, par contre, il répond au problème du mouvement non pas un système de  $n$  fonctions de la seule variable  $t$ , mais *une seule* fonction  $\psi$  des  $n$  variables  $q_1, q_2, \dots, q_n$  et peut être aussi du temps (*voir plus loin*). Cette fonction  $\psi$  est déterminée par une équation *aux dérivées partielles* avec  $q_1, q_2, \dots, q_n$  (et peut-être aussi  $t$ ) comme variables *indépendantes*. Ce changement de rôle des  $q_k$ , qui de variables dépendantes deviennent des variables indépendantes, se présente comme le point saillant dans la théorie. Nous parlerons plus loin de la signification de la fonction  $\psi$ , au sujet de laquelle on n'est pas encore d'accord. Nous commencerons par décrire la nature de sa détermination, c'est-à-dire ce qui correspond aux équations de mouvement de l'ancienne mécanique.

Supposons d'abord que le système soit *conservatif*. Nous partons de sa fonction hamiltonienne

$$H = T + V,$$

c'est-à-dire de l'énergie totale, exprimée comme fonction des  $q_k$  et des quantités de mouvement  $p_k$  canoniquement conjuguées. Nous envisageons  $H$  comme une fonction quadratique *homogène* des  $q_k$  et de l'unité et nous y remplaçons chaque  $p_k$  par  $\frac{h}{2\pi} \frac{\partial \psi}{\partial q_k}$  et l'unité par  $\psi$ . La fonction des  $q_k, \frac{\partial \psi}{\partial q_k}$  et  $\psi$  ainsi obtenue, nous l'appelons  $L$  (parce qu'en mécanique ondulatoire elle joue le

rôle d'une fonction de Lagrange). Donc

$$(1) \quad L = T \left( q_k, \frac{h}{2\pi} \frac{\partial \psi}{\partial q_k} \right) + V \psi^2.$$

Nous déterminons maintenant  $\psi(q_1, q_2, \dots, q_n)$  par la condition que lors d'une variation de  $\psi$

$$(2) \quad \delta \int L d\tau = 0 \quad \text{pour} \quad \int \psi^2 d\tau = 1.$$

L'intégration doit être étendue à tout l'espace  $q$  (au bord, peut-être infiniment éloigné, duquel  $\delta\psi$  doit disparaître). Toutefois,  $d\tau$  n'est pas simplement le produit des  $dq_k$ , c'est plutôt l'élément de volume « rationnellement mesuré » de l'espace des  $q$  :

$$(3) \quad d\tau = dq_1 dq_2 \dots dq_n \left| \frac{\partial^2 T}{\partial p_i \partial p_i} \right|^{-\frac{1}{2}}$$

(c'est l'élément de volume d'un espace  $q$  riemannien, dont la *métrique* est déterminée par l'énergie cinétique, comme c'est par exemple le cas aussi dans la mécanique de Hertz). En effectuant la variation on trouve, quand on considère la condition accessoire normale avec le facteur  $-E$ , l'équation d'Euler

$$(4) \quad \Delta \psi + \frac{8\pi^2}{h^2} (E - V) \psi = 0$$

( $\Delta$  est l'analogue de l'opérateur de Laplace dans le sens riemannien généralisé). On sait que pour une fonction qui satisfait à l'équation d'Euler (4) et à la condition accessoire de (2), on a

$$\int L d\tau = E.$$

Or, on trouve que l'équation (4) n'a pas pour chaque valeur de  $E$  une solution univoque et partout finie et continue en même temps que ses dérivées premières et secondes; dans tous les cas examinés jusqu'ici il n'en est ainsi précisément que pour ces valeurs  $E$  là que la théorie de Bohr qualifierait de niveaux d'énergie stationnaires (dans le cas de désaccords les valeurs fournies par le nouveau calcul expliquent les faits d'expérience mieux que celles fournies par l'ancien calcul). Le mot « station-

naire » employé par Bohr prend donc par le problème de variation (4) une signification très importante.

Nous désignons ces valeurs comme valeurs caractéristiques (Eigenwerte)  $E_k$  et les solutions correspondantes  $\psi_k$  comme fonctions caractéristiques (Eigenfunktionen) <sup>(1)</sup>. Nous numérotons les valeurs caractéristiques toujours dans l'ordre croissant et celles auxquelles appartiennent plusieurs solutions caractéristiques sont affectées de plusieurs indices. Les  $\psi_k$  forment un système orthogonal complet normé dans l'espace  $q$ ; toute fonction raisonnable des  $q_k$  peut être développée en série d'après ces  $\psi_k$ . Cela ne signifie évidemment pas que toute fonction raisonnable résout l'équation homogène (4) et en même temps le problème de variation, car (4) est un *groupe* d'équations; chaque solution caractéristique  $\psi_k$  satisfait à un membre correspondant du groupe, savoir à celui où  $E = E_k$ .

On peut se placer à ce point de vue de se contenter en principe de ce qui vient d'être dit et de ses multiples applications spéciales. Les divers états stationnaires de la théorie de Bohr seraient alors décrits jusqu'à un certain point par les fonctions caractéristiques  $\psi_k$ , qui *ne contiennent pas du tout le temps*. On trouverait qu'on peut encore en déduire beaucoup de choses utiles à savoir, et avant tout qu'on peut en déduire suivant des règles fixes et générales des grandeurs qui sont appropriées pour être considérées comme des *probabilités de saut* entre les divers états stationnaires. On peut notamment montrer que l'intégrale

$$(5) \quad \int q_i \psi_k \psi_{k'} d\tau,$$

par exemple, étendue à tout l'espace  $q$ , fournit exactement l'élément affecté des indices  $k$  et  $k'$  de la « matrice  $q$  » dans la théorie de Heisenberg-Born, et l'on peut de même calculer à partir des fonctions caractéristiques de la mécanique ondulatoire tous les éléments des matrices qui se présentent dans cette théorie.

---

<sup>(1)</sup> En règle générale le spectre des valeurs caractéristiques est continu dans certains domaines de la série des énergies, et alors l'indice  $k$  est remplacé par un paramètre continu. Mais en général nous ne tiendrons pas compte de cette circonstance dans nos notations.

Même l'action mutuelle entre deux ou plusieurs systèmes se laisserait déjà traiter par cette théorie limitée à des systèmes conservatifs, si l'on considérait ces systèmes comme un système unique, en y ajoutant dans l'énergie potentielle un terme convenable dépendant des coordonnées de tous les systèmes partiels. Et même l'interaction entre un système matériel et le champ de rayonnement n'est pas en dehors de notre portée, si l'on se figure le système comme réuni en un seul système conservatif avec certains oscillateurs d'éther (vibrations propres du rayonnement noir), moyennant addition de termes d'interaction convenables.

Dans cette manière de voir la *variable temps* ne jouerait absolument aucun rôle pour un système isolé, une possibilité sur laquelle N. Campbell attira récemment (*Phil. Mag.*, 1926) l'attention. En bornant notre attention à un système isolé nous ne constaterions pas plus l'avancement du temps que nous ne constaterions, par exemple, le déplacement de ce système dans l'espace; il y a là une analogie entre le temps et l'espace qui est fort conforme à l'esprit de la théorie de la relativité. Ce que nous observerions serait uniquement une succession de transformations discontinues, en quelque sorte une image cinématographique, mais sans la possibilité d'évaluer la longueur des intervalles entre les transformations successives. Ce n'est que secondairement que nous arriverions, et cela avec une précision d'autant plus grande que le système est plus étendu, à une définition *statistique* du temps par une *numération* des transformations produites (« horloge radioactive » de Campbell). Il va de soi que la probabilité des sauts ne peut pas être définie alors de la manière ordinaire, comme étant la probabilité d'une transition rapportée à l'unité du temps. Une probabilité de saut *isolée* est alors tout à fait dénuée de signification; ce n'est que dans le cas où il y a *deux* possibilités de saut que la probabilité que l'un des sauts se produise *avant* l'autre est égale à la probabilité de saut du premier divisée par la somme des probabilités des deux.

Je tiens cette manière de voir comme la seule qui permette de développer d'une façon conséquente l'idée de « sauts quantiques ». Ou bien tous les changements dans la nature sont discontinus, ou bien il n'y en a aucun qui le soit. La première idée peut offrir beaucoup d'attraits, pour le moment elle présente

encore de grandes difficultés. Si l'on ne veut pas être aussi radical et ne pas renoncer en principe à l'emploi de la *variable temps* même pour un système atomique pris individuellement, il est tout naturel de supposer que cette variable est contenue implicitement dans l'équation (4). On voudra voir dans le groupe d'équations (4) une équation d'*amplitude* d'une équation vibratoire, d'où le temps a été éliminé en posant

$$(6) \quad \psi \sim e^{2\pi i \nu t}.$$

Il faut alors que  $E$  soit proportionnel à une puissance de  $\nu$  et il est tout indiqué de poser  $E = h\nu$ . Alors l'équation vibratoire qui par la condition (6) donne (4) est

$$(7) \quad \Delta\psi - \frac{8\pi^2}{h^2} V\psi - \frac{i\pi^2}{h} \frac{\partial\psi}{\partial t} = 0.$$

Cette équation n'est pas seulement satisfaite par un seul

$$\psi_k e^{2\pi i \nu_k t} \quad \left( \nu_k = \frac{E_k}{h} \right),$$

mais par un système linéaire quelconque

$$(8) \quad \psi = \sum_{k=1}^{\infty} c_k \psi_k e^{2\pi i \nu_k t}$$

à constantes  $c_k$  arbitraires (mêmes complexes). Si l'on considère ce  $\psi$  comme la définition d'une certaine suite d'événements dans le système, ce dernier est donné par une fonction (complexe) des  $q_1, q_2, \dots, q_n$  et aussi du temps; et pour  $t = 0$  cette fonction peut même être donnée arbitrairement (à cause de la perfection et de l'orthogonalité des  $\psi_k$ ); l'équation de vibration (7), ou sa solution (8), prise avec un  $c_k$  convenablement choisi, règle alors ce qui se passe dans le temps. Les états stationnaires de Bohr correspondent alors aux *vibrations caractéristiques* du système (un des  $c_k = 1$ , tous les autres sont nuls).

Il semble maintenant que rien ne s'oppose à ce que l'on considère l'équation (7) comme valable sans restriction même pour les systèmes non conservatifs (c'est-à-dire que  $V$  contient le temps explicitement). Dans ce cas la solution n'a évidemment plus la forme simple (8). Une application particulièrement intéressante

de ce fait est la perturbation d'un système atomique par un champ électrique alternatif. Elle conduit à une théorie de la *dispersion*, mais nous devons renoncer à entrer ici dans des détails à ce sujet.

De (7) résulte dans *tous* les cas

$$(9) \quad \frac{d}{dt} \int d\tau \psi \psi^* = 0 \quad (1).$$

À la place de l'ancienne condition de normation (2) on peut donc poser la nouvelle condition

$$(10) \quad \int d\tau \psi \psi^* = 1,$$

ce qui, dans le cas d'un système conservatif, où s'applique l'équation (8), signifie

$$(11) \quad \sum_{k=1}^{\infty} c_k c_k^* = 1.$$

Que signifie maintenant la fonction  $\psi$ , c'est-à-dire *quel est en réalité l'aspect du système décrit par cette fonction dans un espace à trois dimensions*? Beaucoup de physiciens sont actuellement d'avis qu'ils ne décrivent pas du tout ce qui se passe dans un système déterminé, mais qu'ils décrivent uniquement les processus qui se déroulent dans un ensemble d'un très grand nombre de systèmes identiquement constitués et tous placés dans les mêmes conditions. Je ne considère pas cette manière de voir, parce qu'elle sera défendue par d'autres (2). Pour ma part j'ai trouvé que la manière suivante, peut-être un peu naïve, mais facilement saisissable de se représenter les choses, est utile. Le système classique de points matériels n'existe pas réellement, mais il existe quelque chose qui remplit continûment tout l'espace et dont on obtiendrait une « photographie instantanée » si, en laissant ouvert l'obturateur de la chambre noire, on faisait passer le système classique par *toutes* ses configurations, en laissant l'image dans l'espace  $q$  séjourner dans chaque élément de

(1) L'astérisque indiquera toujours la grandeur complexe conjuguée.

(2) Voir le rapport de MM. Born et Heisenberg.

volume  $d\tau$  pendant un temps qui est proportionnel à la valeur instantanée de  $\psi\psi^*$ . (On n'a donc besoin que de la valeur de  $\psi\psi^*$  pour une seule valeur de l'argument  $t$ .) Autrement dit : le système réel est une image composite du système classique dans tous ses états possibles, obtenue en employant  $\psi\psi^*$  comme « fonction de poids ».

Les systèmes auxquels on applique la théorie se composent classiquement d'un grand nombre de points matériels chargés. Ainsi que nous venons de le voir, la charge de chacun de ces points est distribuée d'une façon continue à travers l'espace et chaque point à charge  $e$  fournit à la charge dans l'élément de volume tridimensionnel  $dx dy dz$  la contribution

$$e \int \psi\psi^* d\tau \quad (1),$$

Comme  $\psi\psi^*$  dépend en général du temps, ces charges varient; ce n'est que dans le cas particulier d'un système conservatif, qui ne vibre que dans une seule vibration caractéristique, que les charges sont distribuées d'une façon permanente, pour ainsi dire statique.

Je dois faire remarquer maintenant qu'en disant : ces densités de charge sont données (ainsi que les densités de courant qui se présentent lors de leur variation), nous pouvons tout au plus vouloir dire *la moitié* de ce que l'électrodynamique classique entend par là. Classiquement les densités de charge et de courant sont des points *d'application*, des *sources* du champ électromagnétique. Or, ici elles ne jouent aucun rôle comme *points d'application*; l'hypothèse que ces charges et ces courants agissent directement les uns sur les autres suivant la loi de Coulomb ou celle de Biot-Savart, ou sont directement influencées de cette façon par des champs extérieurs, est superflue ou fausse (et en fait elle est fausse), parce que les variations de la fonction  $\psi$ , et par là celles des charges, doivent être déterminées par l'équation vibratoire (7); il n'est donc pas permis de supposer qu'elles sont

---

(1) L'apostrophe qui affecte le signe d'intégration signifie que l'intégrale ne doit être étendue qu'à cette partie-là de l'espace  $q$ , qui correspond à une situation du point matériel considéré dans l'élément  $dx dy dz$ .

encore déterminées d'une autre façon, par des forces qui agissent sur elles. Un champ électrique extérieur doit figurer dans (7) dans la fonction potentielle  $V$ , un champ magnétique extérieur doit intervenir d'une manière semblable, dont nous parlerons plus loin; c'est là la façon dont s'exprime dans notre théorie leur participation à la distribution des charges.

Par contre, nos charges distribuées dans l'espace peuvent être parfaitement considérées comme des *sources* du champ, du moins pour ce qui concerne l'action du système à l'extérieur, en particulier pour ce qui concerne son *rayonnement*. Au sujet de la fréquence, de l'intensité et de la polarisation de ce dernier elles donnent, considérées comme sources dans le sens de l'électrodynamique ordinaire, des renseignements tout à fait exacts. Dans la plupart des cas, la charge est pratiquement limitée à un domaine qui est petit en comparaison des longueurs d'onde de la lumière émise. Le rayonnement est alors déterminé par le *moment électrique* résultant de la distribution de charge. D'après les principes établis ci-dessus ce moment électrique se déduit du moment électrique classique d'une configuration quelconque par le calcul d'une moyenne à l'aide de  $\psi\psi^*$  :

$$(13) \quad M_{qu} = \int M_{cl} \psi \psi^* d\tau.$$

Un coup d'œil jeté sur (8) apprend que dans  $M_{qu}$  doivent figurer les différences des  $\nu_k$  comme fréquences d'émissions; étant donné que les  $\nu_k$  sont les valeurs des termes spectroscopiques, notre image fournit une *interprétation de la condition des fréquences de Bohr*. Les intégrales qui se présentent comme amplitudes des diverses vibrations partielles du moment électrique représentent, d'après ce qui a été remarqué à propos de (5), les éléments de la « matrice moment électrique » de Born et Heisenberg. Par calcul de ces intégrales on obtint dans beaucoup de cas spéciaux les bonnes valeurs de polarisation et d'intensité de la lumière émise, en particulier l'intensité nulle dans tous les cas où l'expérience apprend qu'une raie permise par la condition des fréquences manque (signification du principe de sélection). Bien que tous ces résultats puissent, si on le désire absolument, être affranchis de l'image des charges variables et être mis sous une forme plus

abstraite, ils mettent hors de doute l'extraordinaire utilité de cette image pour ceux qui ont besoin d'intuition.

Nous ne voulons pas du tout prétendre que le couplage classique-électrodynamique du champ aux charges qui le produisent, couplage fait provisoirement à titre d'essai, a déjà donné la réponse définitive à la question. Il existe des raisons intimes d'en douter. Il y a tout d'abord une sérieuse difficulté dans la question de la *réaction* du rayonnement émis sur le système émetteur, réaction qui n'est pas du tout encore exprimée dans l'équation des ondes (7); d'après cette équation des formes de vibration du système qui émettent continuellement du rayonnement, pourraient et devraient même continuer à se produire sans affaiblissement. Ensuite on doit songer à ceci. Nous n'observons jamais le rayonnement émis par un atome autrement que par son action sur un autre atome ou molécule. Or, d'après la manière de voir de la mécanique ondulatoire, nous ne pouvons pas considérer deux points matériels électrisés qui appartiennent au *même* atome, comme agissant directement l'un sur l'autre sous leur forme ponctuelle (ce qui est la manière de voir de la mécanique classique) et nous ne pouvons pas l'admettre davantage pour les distributions de charge obtenues, en mécanique ondulatoire, par étalement des charges ponctuelles (l'idée fausse rejetée tantôt). Nous devons plutôt envisager son énergie potentielle classique, considérée comme fonction dans l'espace  $q$ , dans le coefficient  $V$  de l'équation ondulatoire (7). Mais alors il n'est pas exact, en principe, quand nous avons deux atomes *différents*, d'introduire dans l'équation ondulatoire d'un des atomes les champs produits par les charges *diffuses* de l'autre à l'endroit où se trouve le premier. C'est cependant ce que nous faisons, lorsque nous calculons de la manière décrite ci-dessus le rayonnement de l'un des atomes et que nous examinons par la mécanique ondulatoire comment l'autre atome se conduit dans ce champ de ce rayonnement. A mon avis, cette façon de calculer l'action mutuelle des charges d'atomes différents peut être tout au plus approximative; en principe elle est inexacte. En effet, elle est certainement fautive à l'intérieur d'un système. Mais, si nous rapprochons les deux atomes, la distinction entre les charges de l'un et de l'autre atome disparaît peu à peu, mais elle n'est à proprement parler jamais

essentielle. La manière logique de traiter la question en mécanique ondulatoire serait bien de réunir en un seul les deux systèmes, le système émetteur et le système récepteur, et de les décrire par *une seule* équation d'ondes avec des termes de couplage appropriés, quelque grande que fût la distance entre le radiateur et le récepteur. On pourrait alors faire entièrement abstraction des processus qui s'effectuent dans le champ de rayonnement. Mais quels seraient les bons termes de couplage ? Si la distance comporte plusieurs longueurs d'onde, ce ne sont évidemment pas les potentiels de Coulomb ordinaires. (On reconnaît par là que sans d'importants perfectionnements *toute* la théorie ne saurait réellement être appliquée qu'à de tous *petits* systèmes.) Peut-être pourrait-on employer les potentiels *retardés*. Mais ceux-ci ne sont pas des fonctions dans l'espace  $q$  (commun); ils sont quelque chose de beaucoup plus compliqué. Nous nous trouvons donc ici aux limites provisoires de la théorie et nous devons être satisfaits de posséder dans le procédé esquissé ci-dessus un traitement approximatif, qui semble être très utile.

## II. — THÉORIE A QUATRE DIMENSIONS.

Quand on applique la conception polydimensionnelle de la mécanique ondulatoire à un seul électron de masse  $m$  et de charge  $e$ , qui se meut dans un espace à potentiel électrostatique  $\varphi$  et est localisé par les trois coordonnées rectangulaires  $x, y, z$ , l'équation des ondes (7) devient

$$(14) \quad \frac{1}{m} \left( \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right) - \frac{8\pi^2}{h^2} e \varphi \psi - \frac{4\pi i}{h} \frac{\partial \psi}{\partial t} = 0 \quad (1).$$

On constate que cette équation n'est autre chose que l'équation ondulatoire tridimensionnelle ordinaire, qui appartient aux « ondes de phases » de de Broglie de l'électron, sauf que sous la forme ci-dessus elle est abrégée ou tronquée d'une façon que l'on pourrait appeler « faire abstraction de l'influence de la relativité ». En effet,

---

(1) Le facteur  $\frac{1}{m}$  provient de ce que, d'après la métrique convenue de l'espace  $q$  par l'énergie cinétique, ce ne sont pas à proprement parler  $x, y, z$ , mais  $x\sqrt{m}, y\sqrt{m}, z\sqrt{m}$  qui devraient être employés comme coordonnées.

dans le champ électrostatique, de Broglie donne l'expression suivante pour la vitesse de propagation  $u$  de ses ondes de phases en fonction du potentiel  $\varphi$  (c'est-à-dire du lieu) et de la fréquence  $\nu$  :

$$u = c \frac{h\nu}{\sqrt{(h\nu - e\varphi)^2 - h^2\nu_0^2}} \quad \left( \nu_0 = \frac{mc^2}{h} \right).$$

Substitue-t-on cette expression dans l'équation tridimensionnelle ordinaire des ondes :

$$(15) \quad \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} - \frac{1}{u^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = 0,$$

en introduisant (6) pour chasser la fréquence  $\nu$  on obtient (1)

$$(16) \quad \Delta \psi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} + \frac{4\pi i e \varphi}{hc^2} \frac{\partial \psi}{\partial t} - \frac{4\pi^2}{c^2} \left( \frac{e^2 \varphi^2}{h^2} - \nu_0^2 \right) \psi = 0.$$

Si l'on songe maintenant que dans le cas d'un « mouvement lent des électrons » :

a. Les fréquences qui se présentent sont toujours voisines de la fréquence de repos  $\nu_0$ , de sorte que dans (16) la différentielle par rapport au temps équivaut à une multiplication par  $2\pi i \nu_0$  et que :

b. Dans ce cas  $e \frac{e\varphi}{h}$  sera toujours très petit par rapport à  $\nu_0$ ,

et si l'on pose dans l'équation (16),

$$(17) \quad \psi = e^{2\pi i \nu_0 t} \bar{\psi},$$

on trouve pour  $\bar{\psi}$ , en négligeant les carrés des petites grandeurs, exactement l'équation (14) déduite de la conception polydimensionnelle de la mécanique ondulatoire. Cette équation est donc réellement, ainsi que je l'ai dit, l'« approximation classique » de l'équation ondulatoire qui est valable pour les ondes de phase de de Broglie. La transformation (17) nous apprend, en outre, que, considérée du point de vue de de Broglie, la théorie polydi-

(1)  $\Delta$  représente l'opérateur laplacien

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}.$$

mensionnelle donne, pour ainsi dire, une idée tronquée de la fréquence, en ce sens qu'une fois pour toutes elle retranche de toutes les fréquences la fréquence de repos  $\nu_0$  (1).

Tenons-nous-en dorénavant à la forme (16) de l'équation des ondes. Elle a encore besoin d'une généralisation importante. Pour qu'elle soit réellement relativiste elle doit être invariante vis-à-vis d'une transformation de Lorentz. Or, si nous effectuons une pareille transformation avec notre champ électrique considéré jusqu'ici comme statique, il perd cette propriété et tout naturellement il vient s'y ajouter un champ magnétique. On arrive de cette façon, d'une manière presque toute naturelle, à la forme de l'équation ondulatoire dans un champ électromagnétique *quelconque*. Le résultat peut se mettre sous la forme intuitive suivante, qui met en évidence la parfaite équivalence du temps et des trois coordonnées spatiales :

$$(18) \quad \left[ \left( \frac{\partial}{\partial x} + \frac{2\pi ie}{hc} a_x \right)^2 + \left( \frac{\partial}{\partial y} + \frac{2\pi ie}{hc} a_y \right)^2 + \left( \frac{\partial}{\partial z} + \frac{2\pi ie}{hc} a_z \right)^2 - \left( \frac{1}{ic} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{2\pi ie}{hc} i\varphi \right)^2 - \frac{4\pi^2 \nu_0^2}{c^2} \right] \psi = 0,$$

où  $a$  est le potentiel vecteur (2).

Cette équation des ondes offre de l'intérêt à un grand nombre de points de vue. D'abord, comme Gordon (3) l'a montré, on peut la déduire, d'une façon toute semblable à celle dont nous avons trouvé plus haut l'équation d'amplitude d'un système conservatif, d'un principe de variation, qui maintenant s'applique dans un espace à quatre dimensions, où le temps prend une position tout à fait symétrique par rapport aux trois coordonnées spatiales. Ensuite, si l'on ajoute à la *fonction de Lagrange* du principe de variation de Gordon la fonction de Lagrange bien connue du

(1) Pour le calcul de la densité de charge  $\psi\psi^*$  le facteur additionnel est évidemment sans importance, puisqu'il a la valeur 1.

(2) En effectuant les carrés on doit tenir compte, comme il s'agit d'opérateurs, de l'ordre de succession des facteurs et de la relation de Maxwell :

$$(19) \quad \frac{\partial a_x}{\partial x} - \frac{\partial a_y}{\partial y} - \frac{\partial a_z}{\partial z} + \frac{1}{ic} \frac{\partial(i\varphi)}{\partial t} = 0.$$

(3) W. GORDON, *Zeitschr. f. Phys.*, 40, 1926, p. 117.

champ maxwellien dans le vide (c'est-à-dire la demi-différence des carrés des intensités des champs magnétique et électrique) et que l'on varie dans l'intégrale, étendue à l'espace-temps, de la nouvelle fonction de Lagrange ainsi obtenue non pas seulement  $\psi$ , mais aussi les composantes  $\varphi$ ,  $a_x$ ,  $a_y$ ,  $a_z$  du potentiel, on obtient comme cinq équations eulériennes à côté de l'équation ondulatoire (18) les quatre équations du potentiel retardé pour  $\varphi$ ,  $a_x$ ,  $a_y$ ,  $a_z$  (1).

Comme densités de charge et de courant y figurent dans  $\psi$  et ses premières dérivées des formes quadratiques qui sont parfaitement d'accord avec les préceptes donnés dans la théorie à plusieurs dimensions pour le calcul de la vraie distribution des charges à partir de la fonction  $\psi$ . Ensuite, on peut définir (2) un tenseur *énergie-impulsion-tension* des charges, dont les dix composantes sont également des formes quadratiques de  $\psi$  et de ses dérivées premières, et qui, avec le tenseur de Maxwell bien connu, satisfait aux lois de la conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement (c'est-à-dire que la somme des tenseurs a une divergence nulle).

Mais je n'entrerai pas ici dans le détail des calculs mathématiques, d'autant plus que cette conception contient encore une grande inconséquence. D'après elle, en effet, ce seraient les mêmes composantes du potentiel  $\varphi$ ,  $a_x$ ,  $a_y$ ,  $a_z$  qui d'une part agissent sur l'équation ondulatoire (18) (on pourrait dire : s'appliquent aux charges par le mouvement) et qui d'autre part sont déterminées en retour, par l'intermédiaire des équations des potentiels retardés, par ces mêmes charges, qui font fonctions de sources dans ces dernières équations [c'est-à-dire : l'équation (18) détermine la fonction  $\psi$ , de cette dernière on déduit les densités de charge et de courant qui déterminent, à la façon d'une source, les composantes du potentiel]. Mais en réalité on opère autrement dans l'application de l'équation ondulatoire (18) à l'électron d'hydrogène et l'on doit opérer autrement pour obtenir le bon résultat : on introduit dans l'équation (18) les potentiels, donnés d'avance,

(1) E. SCHRÖDINGER, *Ann. d. Phys.*, 82, 1927, p. 365. On pourrait dire encore : le deuxième groupe de quatre équations de Maxwell, dont la première est, comme on sait, une identité pour les potentiels.

(2) E. SCHRÖDINGER, *loc. cit.*

du noyau et de champs extérieurs éventuels (effets Stark, effet Zeeman). De la solution ainsi trouvée pour  $\psi$  on déduit ces fluctuations des densités de charge dont il a été question plus haut et qu'on doit certainement employer pour une détermination du *rayonnement émis* à la façon d'une source; mais on ne pourrait pas, par exemple, ajouter encore dans l'équation (8) au champ nucléaire et aux champs extérieurs éventuels les champs produits par ces charges à l'endroit même où se trouve l'atome; en agissant ainsi on trouverait un résultat tout à fait faux.

Ici s'ouvre donc une grande lacune. La pure théorie du champ ne suffit pas; elle doit être complétée par ceci, qu'on entreprend une espèce d'*individualisation* des densités électriques provenant des diverses charges ponctuelles du modèle classique, mais dans cette individualisation chaque « individu » peut être distribué sur tout l'espace, de façon que les individus s'entre-pénètrent. Dans l'équation ondulatoire d'un seul individu on devrait alors introduire uniquement les champs produits par les autres individus, et non le champ propre de l'individu même. Mais ces mots ne doivent caractériser que la nature générale des perfectionnements à apporter et ne constituent pas un programme à prendre à la lettre.

Jé mentionne encore le résultat spécial remarquable que la forme relativiste (18) de l'équation ondulatoire fournit pour l'atome d'hydrogène. On s'attendrait à trouver — on l'espérerait même — pour la structure fine des termes la formule de Sommerfeld bien connue. Et effectivement on *obtient* une structure fine et l'on *obtient* la formule de Sommerfeld, mais cependant le résultat est contredit par l'expérience, car on trouve exactement la même chose que ce que l'on trouverait dans la théorie de Bohr-Sommerfeld, si l'on donnait au nombre quantique radial et aussi au nombre quantique azimutal une valeur égale à la moitié d'un nombre impair. Actuellement, ce fait ne nous effraie plus autant que quand il se présenta pour la première fois (1). Nous savons, en effet, que le perfectionnement de la théorie de Bohr dans le sens du tournoiement électronique d'Uhlenbeck-Goudsmit, exigé par beaucoup d'autres faits d'expérience, doit être complété à son

---

(1) E. SCHRÖDINGER, *Ann. d. Phys.*, 79, 1926, p. 372.

tour par le passage à des nombres quantiques accessoires « entiers et demi » pour donner de bons résultats. Comment le tournoiement doit se représenter dans la mécanique des ondes, on ne le sait pas encore; mais des essais pleins de promesses <sup>(1)</sup> semblent montrer qu'à la place du scalaire  $\psi$  il faudra introduire un vecteur. Mais nous ne pouvons pas encore insister sur cette dernière tournure que prend la théorie.

### III. — LE PROBLÈME DE PLUSIEURS ÉLECTRONS.

Les essais <sup>(2)</sup> faits en vue de déduire par des méthodes d'approximation des résultats numériques pour l'atome à plusieurs électrons, dont l'équation des amplitudes (4) ou l'équation des ondes (7) n'est pas directement soluble, ont conduit à cette conclusion remarquable que par ce procédé, malgré la polydimensionnalité de l'équation initiale, on ne calcule toujours, à proprement parler, qu'avec les fonctions caractéristiques tridimensionnelles bien connues de l'hydrogène; on a notamment à calculer certaines distributions de charges tridimensionnelles qui, d'après les principes exposés plus haut, résultent des fonctions caractéristiques de l'hydrogène; on a à calculer d'après les principes de l'électrostatique classique les self-potentiels et les potentiels d'action mutuelle de ces distributions de charges; ces constantes entrent alors comme coefficients dans un système d'équations, qui détermine d'une façon *essentiellement* simple la façon dont se comporte l'atome polyélectronique. Il me semble qu'il y a une indication que, quand nos connaissances auront suffisamment progressé, tout redeviendra finalement compréhensible dans un espace à trois dimensions. C'est pourquoi je désire développer quelque peu ce qui vient d'être dit.

Soient

$$\psi_k(x, y, z) \quad \text{et} \quad E_k \quad (\text{avec } k = 1, 2, 3, \dots)$$

les fonctions caractéristiques normées (supposées *réelles* pour

<sup>(1)</sup> C. G. DARWIN, *Nature*, 119, 1927, p. 282; *Proc. Roy. Soc.*, A, 116, 1927, p. 227.

<sup>(2)</sup> Voir A. UNSOLD, *Ann. d. Phys.*, 82, 1927, p. 355.

plus de simplicité) et les valeurs caractéristiques correspondantes de l'atome *monoélectronique* à noyau positif  $Z$ -uple; c'est ce que nous appellerons pour abrégé le problème de l'hydrogène. Ces fonctions satisfont l'équation des amplitudes tridimensionnelles [voir équation (4)]

$$(20) \quad \left\{ \begin{aligned} \frac{1}{m} \left( \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right) + \frac{8\pi^2}{h^2} \left( E + \frac{Ze^2}{r} \right) \psi = 0 \\ (r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}). \end{aligned} \right.$$

S'il n'existe qu'une seule vibration caractéristique, on a la distribution de charge statique

$$\rho_{kk} = -e\psi_k^2.$$

Si l'on se figure que deux vibrations caractéristiques soient excitées au maximum d'intensité, il vient s'ajouter à  $\rho_{kk} + \rho_{ll}$  une distribution de charge vibrant avec la fréquence  $\frac{|E_l - E_k|}{h}$  et dont la distribution des *amplitudes* est donnée par

$$(22) \quad 2\rho_{lk} = -2e\psi_k\psi_l.$$

L'intégrale d'espace de  $\rho_{kl}$  disparaît lorsque  $k$  diffère de  $l$  (à cause de l'orthogonalité des  $\psi_k$ ) et est égale à  $-e$  pour  $k=l$ . La distribution de charges qui résulte de la coexistence de deux vibrations caractéristiques a donné à chaque instant une somme nulle.

On peut maintenant former les énergies potentielles électrostatiques :

$$(23) \quad \rho_{k,l,k',l'} = \iiint \iiint dx dy dz dx' dy' dz' \times \frac{\rho_{kl}(x, y, z) \rho_{k'l'}(x', y', z')}{r'}$$

avec

$$r' = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2};$$

les indices  $k, l, k', l'$  peuvent présenter des coïncidences quelconques (d'ailleurs, dans le cas où  $k=k', l=l'$ ,  $p$  signifie le double de l'énergie potentielle propre de la distribution de charge  $\rho_{kl}$ ; mais cela est sans importance). Ce sont les constantes  $p$  qui régissent aussi le comportement de l'atome à plusieurs électrons.

Donnons-en l'esquisse. Le modèle classique se compose donc, par exemple, de  $n$  électrons et d'un noyau portant  $Z$  charges positives, placé à l'origine. Nous emploierons l'équation des ondes sous la forme (7). Elle devient tridimensionnelle et s'écrit à peu près comme ceci :

$$(24) \quad \frac{1}{m} (\Delta_1 + \Delta_2 + \dots + \Delta_n) \psi - \frac{8\pi^2}{h^2} (V_n - V_e) \psi - \frac{4\pi i}{h} \frac{\partial \psi}{\partial t} = 0,$$

où

$$(25) \quad \Delta_\sigma = \frac{\partial^2}{\partial x_\sigma^2} + \frac{\partial^2}{\partial y_\sigma^2} + \frac{\partial^2}{\partial z_\sigma^2} \quad (\sigma = 1, 2, 3, \dots, n).$$

Nous nous représentons la fonction d'énergie potentielle comme décomposée en deux parties,  $V_n$  et  $V_e$ ;  $V_n$  correspond à l'interaction entre les  $n$  électrons et le noyau,  $V_e$  à l'interaction des électrons entre eux, donc

$$(26) \quad V_n = -Ze^2 \sum_{\sigma=1}^n \frac{1}{r_\sigma},$$

$$(27) \quad V_e = + e^2 \sum_{\substack{\sigma, \tau \\ \sigma < \tau}} \frac{1}{r_{\sigma\tau}}$$

$$[r_\sigma = \sqrt{x_\sigma^2 + y_\sigma^2 + z_\sigma^2}, \quad r_{\sigma\tau} = \sqrt{(x_\sigma - x_\tau)^2 + (y_\sigma - y_\tau)^2 + (z_\sigma - z_\tau)^2}].$$

Comme point de départ d'un procédé d'approximation nous choisirons maintenant les solutions caractéristiques de l'équation (24) avec  $V_e = 0$ , c'est-à-dire que nous négligeons les actions réciproques entre les électrons. Les fonctions caractéristiques sont alors des *produits* de fonctions caractéristiques de l'hydrogène, les valeurs caractéristiques sont les *sommes* des valeurs caractéristiques de l'hydrogène correspondantes. On démontre, en effet, aisément que

$$(28) \quad \psi_{k_1, k_2, \dots, k_n} = \psi_{k_1}(x_1, y_1, z_1) \psi_{k_2}(x_2, y_2, z_2) \dots \psi_{k_n}(x_n, y_n, z_n) \\ \times e^{\frac{2\pi i t}{h}} (E_{k_1} + E_{k_2} + \dots + E_{k_n})$$

satisfait toujours l'équation (24) (avec  $V_e = 0$ ). Et si l'on prend pour les  $k_1, k_2, \dots, k_n$  toutes les combinaisons de nombres possibles, ces produits de  $\psi_k$  forment un système orthogonal complet dans l'espace à  $3n$  dimensions. On a donc intégré complètement l'équation approximative.

On cherche maintenant à résoudre l'équation complète (24) (avec  $V_e$  différent de zéro) par un *développement* par rapport à ce système orthogonal complet, c'est-à-dire qu'on commence par poser

$$(29) \quad \psi = \sum_{k_1=1}^{\infty} \sum_{k_2=1}^{\infty} \dots \sum_{k_n=1}^{\infty} a_{k_1 k_2 \dots k_n} \psi_{k_1 k_2 \dots k_n}.$$

Mais les coefficients  $a$  ne peuvent évidemment pas être des *constantes*, car autrement cette somme ne serait de nouveau qu'une solution de l'équation tronquée avec  $V_e = 0$ . On constate cependant qu'il suffit de considérer les  $a$  uniquement comme fonctions du *temps* (méthode par variation des constantes) <sup>(1)</sup>. En substituant (29) dans (24) on trouve que pour que  $a$  dépende du temps les conditions suivantes doivent être satisfaites :

$$(30) \quad \left\{ \begin{aligned} \frac{da_{k_1 k_2 \dots k_n}}{dt} &= \frac{2\pi i}{h} \sum_{l_1=1}^{\infty} \sum_{l_2=1}^{\infty} \dots \sum_{l_n=1}^{\infty} \nu_{k_1 k_2 \dots k_n; l_1 l_2 \dots l_n} a_{l_1 l_2 \dots l_n} \\ &\times e^{\frac{2\pi i t}{h}} (E_{l_1 l_2 \dots l_n} - E_{k_1 k_2 \dots k_n}) \\ &(k_1, k_2, \dots, k_n = 1, 2, 3, \dots, n), \end{aligned} \right.$$

où l'on a posé, pour abréger,

$$(31) \quad E_{k_1} + E_{k_2} + \dots + E_{k_n} = E_{k_1 k_2 \dots k_n}.$$

Les  $\nu$  sont des *constantes* et ce sont, à vrai dire, des intégrales 3  $n$ -uples étendues à l'espace  $q$  tout entier <sup>(2)</sup>.

En écrivant tout au long on a :

$$(32) \quad \nu_{k_1 k_2 \dots k_n; l_1 l_2 \dots l_n} = \int \dots \int^{3n \text{ fois}} dx_1 \dots dz_n V_e \\ \times \psi_{k_1}(x_1, y_1, z_1) \psi_{k_2}(x_2, y_2, z_2) \dots \psi_{k_n}(x_n, y_n, z_n) \\ \times \psi_{l_1}(x_1, y_1, z_1) \psi_{l_2}(x_2, y_2, z_2) \dots \psi_{l_n}(x_n, y_n, z_n).$$

<sup>(1)</sup> P. A. M. DIRAC, *Proc. Roy. Soc., A*, 412, 1926, p. 674.

<sup>(2)</sup> D'où viennent ces intégrales multiples? Elles résultent de ce qu'après substitution de (29) dans (24) on remplace cette dernière équation par la condition équivalente, que son premier membre doit être perpendiculaire dans l'espace à 3  $n$  dimensions à toutes les fonctions du système orthogonal complet. C'est cette considération qui est exprimée par le système d'équations (30).

Mais quand on réfléchit à la structure simple de  $V_e$ , donnée par (27), on reconnaît que les  $\nu$  peuvent être réduits à des intégrales sextuples, et que notamment chacun de ces coefficients est une somme finie de quelques-unes des énergies potentielles de Coulomb définies dans (23). Car, si dans la somme finie qui représente  $V_e$  nous fixons notre attention sur un des nombres, par exemple  $\frac{e^2}{r_{\sigma\tau}}$ , celui-ci ne contient que les six variables  $x_\sigma, y_\sigma, z_\sigma, x_\tau, y_\tau, z_\tau$ . On peut donc effectuer immédiatement sur ce terme dans (32) exactement  $3n - 6$  intégrations, qui fournissent (à cause de l'orthogonalité et de la normation des  $\psi_k$ ) le facteur 1, lorsque  $k_\rho = l_\rho$  pour tous les indices  $\rho$  qui ne coïncident ni avec  $\sigma$  ni avec  $\tau$ , par contre le facteur 0 quand  $k_\rho$  diffère de  $l_\rho$  ne fût-ce que pour un seul indice différent de  $\sigma$  ou  $\tau$ . (On voit donc qu'un très grand nombre de termes disparaissent.) On reconnaît aisément que les termes qui ne disparaissent pas coïncident avec un des  $p$  définis dans (23). C'est ce qu'il fallait démontrer.

Considérons maintenant d'un peu plus près le système des équations (30), dont les coefficients ont, comme nous l'avons vu, une structure relativement simple et qui détermine comme fonction du temps les amplitudes variables de notre expression fondamentale (29). Nous pouvons bien nous permettre d'introduire une manière d'écrire symbolique un peu plus simple, en remplaçant par un index *unique*  $k$  la combinaison d'indices  $k_1, k_2, \dots, k_n$ , et de même par  $l$  la combinaison  $l_1, l_2, \dots, l_n$ . On a alors <sup>(1)</sup>

$$(33) \quad \frac{da_k}{dt} = \frac{2\pi i}{h} \sum_{l=1}^{\infty} \nu_{kl} a_l e^{\frac{2\pi i t}{h} (E_l - E_k)}$$

Or, c'est là un système d'équations différentielles *en nombre infini*, qu'il n'est pas possible de résoudre ainsi sans plus; il semble donc que pratiquement nous ne sommes pas plus avancés. Mais aussi, nous n'avons encore *rien négligé*; avec des solutions *exactes*  $a_k$  de (33) l'expression (29) donnerait une solution *exacte* de (24). C'est là-dessus que je voudrais mettre le plus de poids,

---

<sup>(1)</sup> On ne doit pas confondre  $E_l, E_k$  avec les *diverses* valeurs caractéristiques du problème de l'hydrogène, où nous avons employé ces mêmes notations.

plus que sur l'élaboration pratique du procédé d'approximation, qui ne sera indiqué ci-après que pour que l'exposé soit complet. *En principe* les équations (33) déterminent la solution du problème des électrons nombreux; et elles ne contiennent plus rien de polydimensionnel; leurs coefficients sont de simples énergies de Coulomb de distribution de charge, qui se présentent déjà dans le problème de l'hydrogène. Ensuite, les équations (33) déterminent, d'après (29), les solutions du problème à plusieurs électrons comme un ensemble de produits des fonctions caractéristiques de l'hydrogène. Ces produits, indiqués ci-dessus par  $\psi(k_1, k_2, \dots, k_n)$ , sont, il est vrai, encore des fonctions dans l'espace  $q$  à  $3n$  dimensions, mais dans le calcul de la distribution des charges tridimensionnelles dans l'atome polyélectronique deux d'entre eux produisent, comme on le reconnaît aisément, une distribution de charge qui, si elle n'est pas identiquement nulle, correspond de nouveau à une distribution d'hydrogène (indiquée ci-dessus par  $\rho_{kl}$  ou  $\rho_{kl}$ ).

Ces réflexions sont analogues à celles que l'on fait dans la construction des atomes supérieurs à partir des trajectoires d'hydrogène dans la théorie de Bohr. Elles renforcent l'espoir qu'en pénétrant plus profondément dans la question nous pourrions interpréter et *comprendre* les résultats de la théorie polydimensionnelle dans un espace à trois dimensions.

Quant à la méthode d'approximation, elle consiste en ceci que l'on considère autant que possible comme *petite* vis-à-vis de l'action du noyau la contribution  $V_e$  que l'action des électrons entre eux fournit à la fonction d'énergie potentielle  $V$ . Les  $\nu_{kl}$  sont alors considérés comme petits par rapport aux différences  $E_l - E_k$  des valeurs caractéristiques, sauf quand  $E_l = E_k$ . Alors les  $c_k$  varient *lentement* en comparaison des puissances de  $e$  qui figurent dans le second membre de l'équation (33), *pour autant que ces puissances ne soient pas égales à l'unité*, et tous les termes du second membre pour lesquels il n'en est pas ainsi ne produisent que de petites fluctuations, à courte période, de  $c_k$  et pourront être laissés de côté en première approximation. Par là, en premier lieu, les sommes du second membre deviennent *finies*, parce qu'il n'y a jamais qu'un nombre fini de valeurs caractéristiques qui coïncident. En second lieu, les équations

en nombre infini se décomposent en groupes dont chacun ne contient qu'un nombre fini de  $c_l$  et peut être aisément intégré. C'est là le premier pas du procédé d'approximation, qui théoriquement peut être continué aussi loin qu'on veut, mais devient évidemment de plus en plus pénible. Nous ne nous en occuperons pas davantage.

On peut également transformer le système non encore tronqué d'équations différentielles (33) *d'un coup* en un système d'équations linéaires ordinaires (avec une infinité d'inconnues!) en posant

$$(34) \quad a_l = c_l e^{\frac{2\pi i l t}{h} (E - E_l)}$$

où la grandeur  $E$  et les grandeurs  $c_l$  sont des *constantes* inconnues. Par substitution dans (33) on trouve

$$(35) \quad (E - E_k) c_k = \sum_{l=1}^{\infty} v_{kl} c_l \quad (k = 1, 2, 3, \dots).$$

Ce système d'équations coïncide avec le problème des axes principaux de Heisenberg et Born. Si les  $v_{kl}$  sont des grandeurs très petites il faut que, pour que *tous* les  $c_l$  ne soient pas très petits,  $E$  soit très voisin de l'un des  $E_l$ , disons de  $E_k$ . En première approximation ce n'est alors que  $c_k$  qui diffère de zéro ainsi que tous les  $c_l$  pour lesquels  $E_l = E_k$ . Le problème se décompose donc, en première approximation en un système dénombrable de problèmes d'axes principaux *finis*.

---

## DISCUSSION DU RAPPORT DE M. SCHRÖDINGER.

M. SCHRÖDINGER. — Il semble que ma description à l'aide d'une photographie instantanée n'ait pas été très heureuse, puisqu'elle a été mal comprise. Peut-être l'explication suivante est-elle plus claire. On connaît l'interprétation de Born, qui considère  $\psi\psi^* d\tau$  comme la probabilité que le système se trouve dans l'élément de volume  $d\tau$  de l'espace de configuration. Distribuez un très grand nombre  $N$  de systèmes dans l'espace de configuration en prenant la probabilité ci-dessus comme « fonction de fréquence ». Imaginez que ces systèmes soient superposés dans l'espace réel, en divisant toutefois par  $N$  la charge de chaque point matériel dans chaque système. Dans le cas limite où  $N = \infty$  on obtient de cette façon l'image du système en mécanique ondulatoire.

M. BOHR. — Vous avez dit que par la distribution  $\psi\psi^* d\tau$  des charges et par les lois classiques vous obtenez la fréquence et l'intensité de la lumière, mais les remarques que vous avez faites plus tard au sujet de difficultés indiquent-elles que ce que vous aviez obtenu avant n'était pas exact ?

M. SCHRÖDINGER. — La difficulté dont je parlais est la suivante. Si l'on développe la solution générale en série suivant les fonctions caractéristiques

$$\psi = \sum_k c_k \psi_k$$

et que l'on calcule l'intensité du rayonnement qui résulte de la coopération de  $\psi_k$  et  $\psi_l$ , on trouve qu'elle devient proportionnelle à  $c_k^2 c_l^2$ . Or, d'après l'ancienne théorie, il ne devrait se trouver ici que le carré de l'amplitude de la vibration caractéristique qui correspond au « niveau initial »; celle du « niveau final » devrait être remplacée par 1.

M. BOHR. — Dirac n'a-t-il pas trouvé la solution de la difficulté ?

M. SCHRÖDINGER. — Les résultats de Dirac sont certainement très intéressants et tracent la voie vers une solution, s'ils ne la contiennent déjà. Seulement, nous devons d'abord nous entendre en langage physique. Il ne m'est pas encore possible, pour le moment, de voir une réponse à une question physique dans l'assertion que certaines grandeurs sont soumises à une algèbre non commutative, surtout quand il s'agit de grandeurs qui doivent représenter des nombres d'atomes. La relation entre les densités spatiales continues, décrites auparavant, et les intensités et polarisations observées des raies spectrales est trop peu naturelle pour que je doive refuser toute signification à ces densités, uniquement parce qu'il se présente des difficultés qui ne sont pas encore levées.

M. BORN. — Il me semble que l'interprétation de la grandeur  $\psi\psi^*$  comme densité électrique donne lieu à des difficultés dans le cas de moments quadripolaires. On doit, en effet, tenir compte de ces derniers pour trouver le rayonnement, non seulement pour des raisons théoriques, mais encore pour des raisons expérimentales.

Posons pour abrégier

$$e^2\psi\psi^* = e^2|\psi|^2 = \Psi$$

et considérons, par exemple, le cas de deux particules;  $\Psi$  devient une fonction de  $x_1$  et  $x_2$ , où pour abrégier  $x_1$  est mis à la place de toutes les coordonnées de la première particule;  $x_2$  a une signification analogue. La densité électrique est alors, d'après Schrödinger,

$$\rho(x) = \int \Psi(x, x_2) dx_2 + \int \Psi(x_1, x) dx_1.$$

En mécanique ondulatoire le moment du quadripôle

$$\int \int x_1 x_2 \Psi(x_1, x_2) dx_1 dx_2$$

ne peut pas, à ce qu'il me semble, être exprimé à l'aide de la fonc-

tion  $\rho(x)$ . Je désirerais savoir comment on peut, dans ce cas, ramener le rayonnement du quadropôle au mouvement d'une distribution de charge  $\rho(x)$  dans l'espace à trois dimensions ordinaire.

M. SCHRÖDINGER. — Je puis vous assurer que le calcul des moments des dipôles est parfaitement exact et logique, et que cette objection de M. Born n'est pas fondée. L'accord entre la mécanique des ondes et la mécanique des matrices existe-t-il encore pour le rayonnement éventuel d'un quadropôle ? C'est là une question que je n'ai pas examinée. D'ailleurs, nous ne disposons pas à ce sujet d'observations qui pourraient nous permettre de profiter d'un désaccord possible entre les deux conceptions pour décider entre les deux.

M. FOWLER demande des explications sur la méthode de résoudre les équations dans les cas où le problème est à plusieurs électrons.

M. DE DONDER. — L'équation (24) du Rapport de M. Schrödinger peut être étendue au cas où les  $n$  particules électrisées sont *différentes* et où les actions extérieures ainsi que les interactions sont représentables, dans l'espace-temps, par un champ gravifique (1). L'équation quantique ainsi obtenue est la somme des équations quantiques relatives aux  $n$  particules prises séparément, chacune de ces équations étant divisée par la masse (au repos) de la particule correspondante. Ainsi, par exemple, l'équation quantique relative au noyau n'interviendra pas si l'on admet, en première approximation, que la masse du noyau est infiniment grande par rapport à celle d'un électron.

Quand il y a interaction, le problème est beaucoup plus compliqué. On peut, comme l'indique M. Schrödinger, considérer l'action du noyau comme une action *extérieure* agissant sur les électrons de la couronne, et les actions (électrostatiques) *entre* les électrons de cette couronne comme *une perturbation*; mais ce

---

(1) Th. DE DONDER, *L'équation fondamentale de la Chimie quantique* [Comptes rendus Acad. Sci., Paris, séance du 10 octobre 1927, p. 698-700. Voir spéc. éq. (10)].

n'est là qu'une première approximation. Afin de tenir compte des effets relativistes et électromagnétiques, j'ai admis que les systèmes moléculaires ont un caractère *additif* <sup>(1)</sup>. On peut ainsi retrouver, comme cas particulier, le mode de quantification susmentionné de Schrödinger.

M. BORN. — Nous avons entrepris à Göttingen un calcul systématique des éléments de matrice qui interviennent dans la théorie des perturbations, dans le but de les mettre ensemble dans des tables jusqu'au nombre quantique principal 10. Une partie de ces calculs, qui sont fort étendus, sont déjà faits. Mon collaborateur M. Biemüller s'en est servi pour calculer les termes inférieurs de l'atome d'hélium d'après la méthode ordinaire des perturbations jusqu'à des perturbations du second ordre. La concordance du terme fondamental avec la valeur empirique est, malgré les défauts du procédé, à peine moins bonne que dans le travail, récemment paru, de Kellner, qui a appliqué une méthode plus précise (procédé de Ritz).

M. LORENTZ. — Considérez-vous les résultats de ce long travail comme satisfaisants ?

M. BORN. — Le calcul n'a pas encore atteint la précision des mesures. Les calculs que nous avons effectués en appliquant la méthode des perturbations ordinaires consistent en un développement en série par rapport à l'inverse de la charge nucléaire  $Z$ , de la forme

$$E = Z \left( a + \frac{b}{Z} + \frac{c}{Z^2} + \dots \right).$$

Les trois termes indiqués ont été calculés. Néanmoins, dans le cas de l'hélium ( $Z = 2$ ) la précision n'est pas encore aussi grande que dans les calculs faits par Kellner en se servant de la méthode d'approximation de Ritz.

---

(1) On pourra consulter, pour plus de détails, notre note : *L'équation de quantification des molécules comprenant  $n$  particules électrisées*, parue après cette Réunion, dans les *Bull. Ac. R. Belg., Cl. des Sciences*, séance du 5 novembre 1927.

M. LORENTZ. — Mais vous espérez cependant améliorer vos résultats.

M. BORN. — Oui, seulement la convergence de la série est très lente.

M. HEISENBERG. — A propos de cette méthode d'approximation, M. Schrödinger dit à la fin de son rapport que les considérations qu'il a faites confirment l'espoir que quand nos connaissances se seront approfondies il sera possible d'expliquer et de comprendre en trois dimensions les résultats fournis par la théorie polydimensionnelle. Je ne vois rien dans les calculs de M. Schrödinger qui justifie cet espoir. Ce que fait M. Schrödinger dans sa très belle méthode d'approximation, c'est remplacer les équations différentielles  $n$ -dimensionnelles par une infinité d'équations linéaires. Cela réduit le problème, comme M. Schrödinger le dit lui-même, à un problème de matrices ordinaires, dans lequel les coefficients peuvent être interprétés dans l'espace à trois dimensions. Les équations sont donc « tridimensionnelles » exactement dans le même sens que la théorie ordinaire des matrices. Il me semble donc que dans le sens classique nous sommes tout aussi loin de comprendre la théorie dans trois dimensions que nous le sommes dans la théorie des matrices.

M. SCHRÖDINGER. — Je ne saurais exprimer d'une façon plus précise mon espoir d'une formulation possible dans un espace à trois dimensions. D'ailleurs, je ne crois pas que de cette façon on arriverait à des méthodes de calcul plus simples, et il est probable qu'on calculera toujours au moyen de l'équation des ondes à plusieurs dimensions. Mais on pourra alors saisir mieux sa signification physique. Je ne cherche pas précisément une équation aux dérivées partielles tridimensionnelle. Une formulation aussi simple est certainement impossible. Si je ne suis pas satisfait de l'état actuel du problème, c'est que je ne comprends pas encore la signification physique de sa solution.

Ce qu'a dit M. Heisenberg est mathématiquement incontestable, mais la question dont il s'agit est celle de l'interprétation physique. Celle-ci est indispensable pour le développement ulté-

rieur de la théorie. Or, ce développement est nécessaire. Car il faut convenir que toutes les façons de formuler actuellement les résultats de la nouvelle mécanique des quanta ne correspondent qu'à la mécanique classique des actions à distance. Dès qu'interviennent dans le système des durées-lumière la nouvelle mécanique échoue, parce que la fonction d'énergie potentielle classique n'existe plus.

Permettez-moi, pour prouver que mon espoir d'arriver à une conception tridimensionnelle n'est pas tout à fait utopique, de rappeler ce que M. Fowler nous a dit au sujet de la méthode d'approximation de M. Hartree. Cette méthode fait, il est vrai, abstraction de ce qu'on appelle les « termes d'échange » (qui correspondent, par exemple, à la distance entre les termes ortho et para de l'hélium neutre). Mais, abstraction faite de cela, elle réalise déjà le but tridimensionnel vers lequel je tends. Déclarerait-on d'avance comme impossible que la méthode de Hartree puisse être modifiée ou développée de telle façon qu'elle tienne compte des termes d'échange tout en opérant avec un modèle tridimensionnel satisfaisant ?

M. BORN. — Au sujet de la question de savoir s'il est possible de représenter un problème à plusieurs électrons par une équation du champ à trois dimensions, je voudrais signaler ce qui suit. La quantité des nombres quantiques d'un atome augmente de trois pour chaque électron qui vient s'y ajouter; elle est donc égale à  $3n$  pour  $n$  électrons. Il me paraît douteux qu'il existe un problème ordinaire, tridimensionnel de valeurs caractéristiques, dont la valeur caractéristique ait une multitude de  $\infty^{3n}$  dimensions. Par contre, il résulte des travaux récents de Dirac et Jordan que l'on peut se baser sur une équation de vibration tridimensionnelle quand on considère la fonction caractéristique elle-même non pas comme un nombre ordinaire, mais comme un nombre  $q$  de Dirac, c'est-à-dire si l'on quantifie de nouveau son amplitude comme une fonction du temps. Une vibration à  $n$  quanta ayant cette amplitude donne alors avec les trois nombres quantiques spatiaux la multitude de nombres quantiques nécessaires. Dans cette manière de voir le nombre des électrons dans un système se pré-

sente lui-même comme nombre quantique, c'est-à-dire que les électrons eux-mêmes se présentent comme des discontinuités de même nature que les états stationnaires.

M. SCHRÖDINGER. — La structure du système périodique, précisément, est déjà contenue dans la mécanique du problème tridimensionnel de l'hydrogène. Les degrés de dégénérescence 1, 4, 9, 16, etc., donnent, multipliés par 2, précisément les nombres de périodes. Le facteur 2 que je viens de mentionner provient de la giration (spin). L'« action de Pauli », mystérieuse en apparence, des deux premiers électrons sur le troisième (qu'ils empêchent de se fixer également dans une orbite à un quantum), ne signifie, à proprement parler, du point de vue de la mécanique ondulatoire, pas autre chose que la non-existence d'une troisième fonction caractéristique ayant l'unité comme nombre quantique principal. Cette non-existence est précisément une propriété du modèle tridimensionnel, ou de l'équation tridimensionnelle. L'équation à quatre dimensions a trop de fonctions caractéristiques ; c'est elle qui rend nécessaire l'« interdiction de Pauli » (Pauliverbot) pour écarter ce défaut.

---



---

LE  
POSTULAT DES QUANTA  
ET LE  
NOUVEAU DÉVELOPPEMENT DE L'ATOMISTIQUE (1)

PAR M. N. BOHR

---

En rapport avec la discussion sur la signification physique des méthodes de la théorie des quanta, développées dans ces dernières années, je voudrais présenter les remarques générales suivantes sur la description des principes qui sont à la base de la description des phénomènes atomiques, remarques qui contribueront peut-être à concilier les manières de voir si différentes dans ce domaine.

1. *Postulat des quanta et causalité.* — Un caractère de la théorie des quanta, c'est qu'elle reconnaît une limitation fondamentale des notions physiques, quand celles-ci sont appliquées aux phénomènes atomiques. L'état de choses qui en résulte est de nature spéciale, parce que notre interprétation des données fournies par l'expérience se base essentiellement sur l'application des notions classiques. Abstraction faite des difficultés qui s'opposent par conséquent à une formulation du contenu de la théorie des quanta, il semble, comme nous le verrons, que le sens de la théorie

---

(1) Cet article, qui est la traduction d'une note publiée tout récemment dans *Naturwissenschaften*, t. 16, 1928, p. 245, a été ajouté à la demande de son auteur, pour remplacer l'exposé de ses idées qu'il fit au cours de la discussion générale suivante. Il est essentiellement la reproduction d'une conférence sur l'état actuel de la théorie des quanta qui fut faite à Come le 16 septembre 1927, à l'occasion des fêtes jubilaires en l'honneur de Volta.

peut être exprimé par ce qu'on appelle le postulat des quanta, d'après lequel tout processus atomique contient un trait de discontinuité ou plutôt d'individualité qui manque totalement aux théories classiques et qui est caractérisé par le quantum d'action de Planck.

Ce postulat a pour conséquence le renoncement à la description causale des phénomènes atomiques dans le temps et dans l'espace. En réalité, notre description des phénomènes naturels repose en définitive sur la supposition que les phénomènes en question peuvent être observés sans que, par là, on les influence sensiblement. Cela ressort d'ailleurs nettement de la manière de formuler la théorie de la relativité, qui fut si féconde pour l'éclaircissement des théories classiques. Ainsi qu'Einstein l'a fait remarquer, toute observation ou mesure repose en fin de compte sur la coïncidence de deux événements indépendants au même point de l'espace-temps. Or, cette coïncidence n'est pas modifiée par les différences que peuvent présenter les descriptions faites dans l'espace-temps par divers observateurs. Mais le postulat des quanta exprime précisément que chaque observation de phénomènes atomiques exige une action réciproque, pas du tout négligeable, entre l'objet observé et l'instrument de mesure, de sorte que l'on ne peut attribuer ni aux phénomènes, ni aux moyens d'observation une réalité physique indépendante dans le sens ordinaire. La notion d'observation contient, de fait, quelque chose d'arbitraire, en ce sens qu'elle s'appuie essentiellement sur le choix des objets qui sont considérés comme appartenant au système observé. Évidemment, toute observation peut être ramenée, en fin de compte, à nos impressions sensorielles. Mais la circonstance que, dans l'interprétation des observations, on doit toujours recourir à des représentations théoriques, fait que pour chaque cas c'est une question d'utilité de savoir à quel endroit on introduit la notion d'observation et le trait « irrationnel » de la description, qui est lié au postulat des quanta.

Cet état de choses a des conséquences de grande portée. D'une part, la définition de l'état d'un système physique, telle qu'on la conçoit ordinairement, exige l'exclusion de toutes les influences extérieures; mais cela exclut aussi, d'après le postulat des quanta, toute possibilité d'observation et avant tout les notions de temps

et d'espace perdent leur sens immédiat. Si, d'autre part, pour rendre les observations possibles, nous permettons des interactions éventuelles avec des instruments de mesure extérieurs appropriés, n'appartenant pas au système, par la nature même des choses une définition non équivoque de l'état du système ne peut plus être donnée et il ne peut être question de causalité dans le sens ordinaire. D'après l'essence de la théorie des quanta, nous devons donc nous contenter de considérer la représentation dans l'espace-temps et le principe de causalité, dont la combinaison est caractéristique des théories classiques, comme des traits complémentaires mais s'excluant mutuellement, de la description de l'expérience, qui symbolisent l'idéalisation des possibilités d'observation et de définition. Tout comme on reconnaît d'après la théorie de la relativité que l'utilité de la séparation nette, imposée par nos sens, entre le temps et l'espace, ne repose que sur le fait que les vitesses relatives qui se présentent d'ordinaire sont petites vis-à-vis de la vitesse de la lumière, on peut dire que la découverte de la théorie des quanta a fait reconnaître que l'appropriation de toute notre conception causale dans l'espace-temps n'est régie que par la petitesse du quantum d'action vis-à-vis des actions qui entrent en ligne de compte pour nos sensations ordinaires. En réalité, le postulat des quanta nous place, dans la description des phénomènes atomiques, devant le problème de l'élaboration d'une « théorie de complémentarité », où l'absence de contradictions ne peut être jugée que par une estimation des possibilités de définition et d'observation.

Cette manière de voir se présente déjà dans la question fort controversée de la nature de la lumière et des éléments constitutifs de la matière. Pour ce qui regarde la lumière, sa propagation dans le temps et dans l'espace est représentée logiquement, comme on sait, par la théorie électromagnétique de la lumière. En particulier, les phénomènes d'interférences dans l'espace vide aussi bien que les propriétés optiques des milieux matériels sont régis d'une façon complète par le principe de superposition de la théorie des ondes. Néanmoins, le principe de la conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement dans les actions réciproques entre le rayonnement et la matière, comme elle se manifeste dans la photo-électricité et le phénomène de Compton, est

exprimé logiquement par l'idée des quanta de lumière, développée par Einstein. Le doute opposé d'une part à une application rigoureuse du principe de superposition et d'autre part, celui opposé à la validité des principes de conservation, auxquels cette contradiction apparente a donné lieu, sont réfutés, comme on sait, d'une façon décisive par des expériences directes. Cette circonstance doit indiquer l'impossibilité de donner une description causale des phénomènes lumineux dans l'espace-temps. Aussi loin que nous voulons étudier les lois de la propagation des actions lumineuses dans le temps et dans l'espace, nous sommes obligés, par suite du postulat des quanta, de recourir à des considérations statistiques. Par contre, le maintien du principe de causalité dans les phénomènes lumineux individuels, caractérisés par le quantum d'action, signifie un renoncement au sujet des rapports de temps et d'espace. Évidemment, il ne peut jamais être question d'une application tout à fait indépendante de la description dans l'espace-temps et de la notion de causalité. Les deux conceptions de la nature de la lumière représentent plutôt deux tentatives d'adaptation des faits expérimentaux à notre manière ordinaire de concevoir le monde, par laquelle la limitation des notions classiques est exprimée d'une façon complémentaire.

La considération des propriétés des particules matérielles conduit à une conclusion analogue. L'individualité des particules électrisées élémentaires ressortirait des faits d'expérience les plus généraux. On est cependant obligé, pour expliquer divers faits, notamment celui récemment découvert de la réflexion sélective d'électrons sur des cristaux métalliques, d'invoquer le principe de superposition de la théorie ondulatoire, tel qu'il correspond aux idées originales de L. de Broglie. Tout comme pour la lumière, nous nous trouvons donc, aussi longtemps que nous nous en tenons aux notions classiques, dans la question de la nature de la matière aussi devant un inévitable dilemme, qui serait à considérer précisément comme une expression logique de l'analyse des données de l'expérience. En réalité, il ne s'agit pas ici de conceptions contradictoires des phénomènes, mais de conceptions complémentaires, qui ne fournissent que par leur combinaison une généralisation naturelle du mode de description classique. Dans la discussion de ces questions, on ne doit pas perdre de vue que,

dans le cas du rayonnement dans le vide aussi bien que dans le cas de particules matérielles isolées, en vertu de la manière de voir défendue, il s'agit d'abstractions, parce que leurs propriétés, par suite du postulat des quanta, ne sont susceptibles de définition et d'observation que par leur interaction avec d'autres systèmes. Néanmoins, ces abstractions constituent, comme nous le verrons, un moyen indispensable pour exprimer le contenu de l'expérience d'une façon qui se rattache à notre représentation ordinaire.

Les difficultés qui, dans la théorie des quanta, s'opposent à une description causale dans l'espace-temps et qui, depuis longtemps déjà, ont fait l'objet de discussions, ont, dans ces derniers temps, suscité l'intérêt au plus haut point par le développement des nouvelles méthodes symboliques. Une contribution importante à la question de l'application sans contradiction de ces méthodes fut donnée récemment par Heisenberg <sup>(1)</sup>. Cet auteur a, de cette manière, montré particulièrement l'incertitude réciproque caractéristique qui affecte toute mesure de grandeurs atomiques. Mais avant d'examiner ses considérations de plus près, il sera utile de montrer comment le trait complémentaire de la description, qui se montre dans cette incertitude, apparaît comme inévitable déjà dans une analyse des notions les plus simples qui sont à la base de l'interprétation des faits d'expérience.

2. *Quantum d'action et cinématique.* — L'opposition fondamentale entre le quantum d'action et les notions classiques ressort immédiatement des simples formules qui constituent la base commune de la théorie des quanta de lumière et de la théorie ondulatoire de particules matérielles. Représentant la constante de Planck par  $h$ , on a, comme on sait,

$$(1) \quad E\tau = I\lambda = h,$$

où  $E$  et  $I$  représentent l'énergie et l'impulsion,  $\lambda$  et  $\tau$  la période de vibrations et la longueur d'onde qui y sont associées. Dans ces formules, les deux conceptions mentionnées de la lumière et de

---

(1) *Zeitschr. f. Phys.*, t. 43, 1927, p. 172.

la matière sont nettement opposées l'une à l'autre. Alors que l'énergie et l'impulsion appartiennent à la notion de particule et peuvent donc, conformément à la conception classique, être caractérisées par des coordonnées d'espace et de temps, la durée de vibration et la longueur d'onde se rapportent à un train d'ondes planes harmoniques, illimité sous le rapport de temps et d'espace. Ce n'est qu'en invoquant le principe de superposition qu'il est possible de rattacher la représentation ondulatoire au mode de description ordinaire. En effet, une limitation de l'extension des champs d'ondes dans l'espace-temps peut toujours être considérée comme la conséquence d'interférences dans un groupe d'ondes harmoniques élémentaires. Ainsi que de Broglie l'a démontré <sup>(1)</sup>, la vitesse de translation des particules associées aux ondes se laisse représenter par ce qu'on appelle la vitesse de groupe. Représentons par

$$A \cos 2\pi(t\nu - x\sigma_x - y\sigma_y - z\sigma_z - \delta),$$

où  $A$  et  $d$  sont des constantes déterminant respectivement l'amplitude et la phase, une onde élémentaire plane. La grandeur  $\nu = \frac{1}{T}$  est le nombre vibratoire;  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  et  $\sigma_z$  sont les nombres ondulatoires dans les directions des axes des coordonnées et peuvent être envisagés comme les composantes du nombre d'ondulations  $\sigma = \frac{1}{\lambda}$  dans la direction de propagation. Alors que  $\frac{\nu}{\sigma}$  représente la vitesse des ondes ou de phase, la vitesse de groupe est définie par  $\frac{d\nu}{d\sigma}$ . Or, d'après la théorie de la relativité, pour une particule de vitesse  $\nu$  nous avons

$$I = \frac{h}{c^2} E \quad \text{et} \quad \nu dI = dE,$$

où  $c$  signifie la vitesse de la lumière. D'après la formule (1), la vitesse de phase est donc égale à  $\frac{c^2}{\nu}$  et la vitesse de groupe égale à  $\nu$ . La circonstance que la première est en général plus grande que la vitesse de la lumière prouve directement le caractère

(1) Thèse, Paris, 1924.

symbolique des considérations. D'autre part, la possibilité d'identifier la vitesse des particules avec la vitesse de groupe, donne une indication du domaine d'application de représentations dans le temps et l'espace dans la théorie des quanta. Ici se montre en même temps le caractère complémentaire de la description, car l'emploi de groupes d'ondes entraîne nécessairement une imprécision dans les définitions de durée de vibration et de longueur d'onde, et par conséquent aussi dans la définition des grandeurs énergie et impulsion qui y sont associées d'après les relations (1).

Strictement parlant, un champ ondulatoire limité ne peut être représenté que par la superposition d'une multitude d'ondes élémentaires, qui correspondent à toutes les valeurs possibles de  $\nu$  et  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  et  $\sigma_z$ . Mais d'après l'ordre de grandeur, la moyenne différence de ces valeurs pour deux ondes élémentaires du groupe est donnée, dans le cas le plus favorable, par la condition

$$\Delta t \Delta c = \Delta x \Delta \sigma_x = \Delta y \Delta \sigma_y = \Delta z \Delta \sigma_z = 1,$$

où  $\Delta t$ ,  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$  donnent l'extension du champ ondulatoire dans le temps et dans les directions de l'espace qui correspondent aux axes coordonnés. Ces relations de la théorie des instruments d'optique, bien connues, surtout par les considérations de Rayleigh sur le pouvoir séparateur d'appareils spectraux, expriment la condition que les trains d'onde peuvent s'éteindre par interférence sur la surface limite du champ d'onde dans l'espace-temps. Elles peuvent aussi s'interpréter ainsi, que le système tout entier n'a pas de phase dans le sens dans lequel on l'entend pour les ondes élémentaires prises individuellement. Il résulte donc de la formule (1) que

$$(2) \quad \Delta t \Delta E = \Delta x \Delta I_x = \Delta y \Delta I_y = \Delta z \Delta I_z = h$$

est l'expression de la précision maxima que l'on peut atteindre dans la définition de l'énergie et de l'impulsion des particules associées au champ ondulatoire. En général, évidemment, les conditions pour l'association de valeurs d'énergie et d'impulsion à un champ d'ondes au moyen de la formule (1) seront encore moins favorables. Même lorsque la constitution du groupe d'ondes satisfait au début les relations (2), son développement subira

dans le cours des temps des changements tels qu'il conviendra de moins en moins à la représentation d'une particule. C'est précisément dans cette circonstance que gît le caractère paradoxal de la question de la nature de la lumière et des particules matérielles. D'ailleurs, la limitation des notions classiques exprimées par la relation (2) est étroitement liée à la validité limitée de la mécanique classique qui, dans la théorie ondulatoire de la matière, correspond à l'optique géométrique, où la propagation d'ondes est rendue intuitive par des « rayons ». Ce n'est que dans ce cas limite que l'énergie et l'impulsion se laissent définir sans ambiguïté, de manière à se rattacher aux images dans l'espace-temps. Pour donner une définition générale de ces notions, nous devons nous servir directement des principes de conservation, dont la formulation logique constitue un problème fondamental des méthodes symboliques dont nous parlerons tantôt.

Dans le langage de la théorie de la relativité, le contenu des relations (2) peut être résumé dans la thèse que, d'après la théorie des quanta, il existe une relation réciproque générale entre les nettetés maxima de définition des vecteurs espace-temps et énergie-impulsion appartenant aux particules. Cet état de choses serait à considérer comme une expression symbolique simple de la nature complémentaire de la description dans l'espace-temps et de l'exigence de causalité. Mais, en même temps, le caractère général de cette relation permet de fusionner, jusqu'à un certain point, les principes de conservation avec la représentation des observations dans l'espace-temps, en ce sens qu'il n'est pas question d'événements bien définis coïncidents en un même point de l'espace-temps, mais de la rencontre de particules définies de façon imprécise dans une région finie de l'espace-temps.

Cette circonstance permet d'échapper aux paradoxes bien connus qui caractérisent la description de la diffusion du rayonnement par des particules électrisées libres, ainsi que les collisions entre deux particules. D'après les idées classiques, la description de la diffusion exige une extension du rayonnement dans l'espace et dans le temps, tandis que dans le changement du mouvement de l'électron que veut le postulat des quanta, il semble être question d'une action instantanée s'effectuant en un point de l'espace. Mais, pas plus que dans le cas du rayonnement, on ne

peut définir dans le cas de l'électron une impulsion et une énergie, sans considérer un domaine fini de l'espace-temps. En outre, l'application de la loi de conservation au processus suppose que la précision de la définition du vecteur impulsion-énergie est la même pour le rayonnement et pour l'électron. On peut donc, d'après (2), considérer dans l'interaction entre les deux le même domaine dans l'espace-temps.

Une remarque analogue s'applique au choc entre deux particules matérielles; mais avant qu'on eût reconnu que la représentation ondulatoire est indispensable, on n'avait pas fait attention à l'importance du postulat des quanta pour ce phénomène. En effet, ce postulat remplace ici l'hypothèse de l'individualité des particules, hypothèse qui va au delà de la description dans l'espace-temps et qui est conforme à la loi de causalité. Alors que la représentation des quanta de lumière ne prend une signification compréhensible que par les principes de conservation de l'énergie et de l'impulsion, on doit encore, pour les particules élémentaires d'électricité, considérer à ce point de vue la conservation de la charge électrique. Il est à peine nécessaire de faire observer que, dans la description précise de l'action mutuelle entre individus, nous ne pouvons pas nous contenter des faits exprimés par les formules (1) et (2), mais que nous devons encore recourir à des moyens qui permettent de tenir compte de la liaison qui détermine cette action mutuelle et où apparaît précisément la signification de la charge électrique. Mais, ainsi que nous le verrons plus loin, ces moyens exigent que nous renoncions encore plus à l'intuitivité dans le sens ordinaire.

3. *Mesures dans la théorie des quanta.* — Dans ses recherches déjà mentionnées sur l'absence de contradictions dans les méthodes de la théorie des quanta, Heisenberg a établi la relation (2) comme expression de la précision maxima avec laquelle on peut mesurer du même coup les coordonnées dans l'espace-temps et les valeurs d'impulsion et d'énergie d'une particule. Heisenberg se base, à ce propos, sur la considération suivante. D'une part on peut, au moyen d'un instrument d'optique, par exemple, mesurer avec toute la précision désirée la situation d'une particule, à condition d'employer pour la formation d'images un rayonne-

ment de longueur d'onde suffisamment petite. Mais, d'après la théorie des quanta, la diffusion du rayonnement par l'objet est toujours liée à un changement fini de quantité de mouvement, et ce changement est d'autant plus grand que les ondes sont plus courtes. D'autre part, l'impulsion subie par une particule peut être mesurée avec toute la précision désirée; par exemple en mesurant sa vitesse par l'effet Doppler du rayonnement diffusé, à condition que la lumière employée ait une longueur d'onde si grande que le recul puisse être négligé; mais alors la précision dans la détermination du lieu diminue en conséquence.

La quintessence de ces considérations est la preuve de l'impossibilité d'échapper au postulat des quanta dans l'appréciation des possibilités de mesure. Cependant, un examen précis des possibilités de définition serait nécessaire pour exprimer sous toutes ses faces le caractère complémentaire de la description. Un changement discontinu de l'énergie et de la quantité de mouvement des particules dans le processus de l'observation ne nous empêcherait pas, par lui-même, d'attribuer, avant et après le processus, des valeurs bien déterminées aussi bien aux coordonnées d'espace et de temps qu'aux grandeurs d'impulsion et d'énergie. L'incertitude inverse qui affecte toujours les valeurs de pareilles données est régie, avant tout, comme il ressort des développements précédents, par la précision limitée avec laquelle les changements d'énergie et de quantité de mouvement peuvent être définis, lorsque les champs ondulatoires servant à l'observation doivent avoir une délimitation suffisante pour la fixation des coordonnées d'espace et de temps des particules.

Dans la détermination de la situation au moyen d'un instrument d'optique, il faut songer, sous ce rapport, que la reproduction par image repose toujours sur l'emploi d'un faisceau de rayons convergents. Si  $\lambda$  représente la longueur d'onde de la lumière, le pouvoir séparateur d'un microscope est donné par l'expression bien connue  $\frac{\lambda}{2\varepsilon}$ , où  $\varepsilon$  représente ce qu'on appelle l'ouverture numérique, c'est-à-dire le sinus du demi-angle d'ouverture. Même quand on se sert, pour éclairer l'objet, de lumière parallèle, de sorte que la direction de la quantité de mouvement  $\frac{h}{\lambda}$  du quantum de lumière incidente est connue, la valeur finie de l'ouver-

ture nous empêche de connaître exactement le recul qui se produit dans la diffusion. Si nous connaissions aussi exactement la quantité de mouvement avant le processus de diffusion, notre connaissance de la composante de sa quantité de mouvement dans le plan de l'objet après l'observation serait encore affectée d'une incertitude, qui est évidemment  $\frac{2\varepsilon h}{\lambda}$ . Le produit des précisions avec lesquelles on peut indiquer la coordonnée de situation dans une certaine direction, et la composante conjuguée de la quantité de mouvement est donc précisément exprimé par la formule (2). On pourrait penser que, pour juger du degré de précision de la détermination de situation, ce n'est pas seulement la convergence du faisceau, mais aussi la longueur du train d'ondes qui importe, puisque la particule pourrait changer de place pendant la durée finie de l'illumination. Mais, comme la connaissance précise de la longueur d'onde de la lumière n'est pas essentielle pour cette estimation, on reconnaît aisément que pour toute ouverture on peut choisir un train d'ondes tellement court qu'un changement de place de la particule durant l'observation peut être négligé en comparaison de la limite de précision définie par le pouvoir séparateur.

Dans le cas de la mesure d'une quantité de mouvement au moyen de l'effet Doppler — en tenant compte de l'effet Compton — on se servira d'un train d'ondes parallèles. Mais pour la précision avec laquelle on peut mesurer le changement de longueur d'onde du rayonnement diffusé, l'extension du train d'ondes dans la direction de propagation est essentielle. Si nous admettons que les directions du rayonnement incident et diffusé sont les mêmes que la direction des composantes de situation et de quantité de mouvement à mesurer, ou sont contraires à cette dernière, on peut considérer  $\frac{c\lambda}{2l}$  comme mesure de la précision de la mesure de vitesse,  $l$  représentant la longueur du train d'ondes.

Pour simplifier, nous supposons ici que la vitesse de la lumière est grande par rapport à la vitesse de la particule. Si  $m$  est la masse de la particule, l'incertitude qui affecte l'indication de la quantité de mouvement après l'observation est égale à  $\frac{cm\lambda}{2l}$ . Dans ce cas, la grandeur du recul  $\frac{2h}{\lambda}$  est suffisamment bien définie

pour qu'elle ne donne pas lieu à une incertitude sensible dans l'indication de la quantité de mouvement de la particule après l'observation. La théorie générale de l'effet Compton permet, en effet, de déduire les composantes de la vitesse dans la direction du rayonnement, avant et après le changement de quantité de mouvement, des longueurs d'onde du rayonnement incident et diffusé. Même si, au début, les coordonnées de situation de la particule sont exactement connues, il existe une incertitude dans l'indication de la situation après l'observation. A cause, notamment, de l'impossibilité de déterminer exactement l'instant du recul, nous ne pouvons connaître qu'avec une précision  $\frac{2h}{m\lambda}$  la vitesse moyenne dans la direction d'observation pendant le processus de diffusion. L'incertitude de l'indication de la situation après l'observation est donc  $\frac{2h\lambda}{mc\lambda}$ . Donc, ici encore le produit des précisions des mesures de situation et de quantité de mouvement est donné par la formule générale (2).

Tout comme dans la détermination de la situation, la durée du processus d'observation dans les mesures de quantité de mouvement peut être rendue aussi courte que l'on veut; il suffit d'employer un rayonnement de longueur d'onde suffisamment petite. Le fait que par là le recul devient plus grand ne diminue pas, comme nous l'avons vu, la précision de la mesure. Faisons encore observer que, si nous avons parlé ici à plusieurs reprises de la vitesse d'une particule, ce n'est que dans le but pratique de nous conformer au mode de description ordinaire dans le temps et l'espace. Ainsi qu'il ressort déjà clairement des considérations de de Broglie ci-dessus mentionnées, la notion de vitesse doit toujours être appliquée avec réserve. Une définition non équivoque de cette notion est exclue par le postulat des quanta aussi, chose que l'on ne doit pas perdre de vue, particulièrement quand on a à comparer les résultats de plusieurs observations successives.

La situation d'une particule à deux instants déterminés peut être indiquée avec telle précision que l'on veut. Mais si nous voulons déduire de là de la manière ordinaire la vitesse de la particule dans l'intervalle, nous avons affaire à une idéalisation dont on ne peut tirer aucune conclusion certaine au sujet de ce qu'a fait la particule dans le passé ou de ce qu'elle fera à l'avenir.

Après les développements précédents concernant les possibilités de définition des propriétés des particules, il reviendra évidemment au même que, dans la discussion de la précision avec laquelle on peut mesurer la situation et la quantité de mouvement d'une particule, nous parlions de chocs contre des particules matérielles au lieu de diffusion de rayonnement. Nous voyons, dans les deux cas, que l'incertitude qui entre en question affecte aussi bien la description du moyen de mesure que celle de l'objet. Cette incertitude est réellement inévitable dans la description de la manière dont les particules se comportent vis-à-vis d'un système de coordonnées fixé de la façon ordinaire par des corps rigides et des horloges imperturbables. Les conditions expérimentales — ouverture et fermeture de diaphragmes, etc. — ne permettent, en effet, que de tirer des conclusions relativement à l'extension des champs ondulatoires associés dans l'espace et dans le temps.

Lorsque nous ramenons les observations à nos impressions sensorielles, le postulat des quanta intervient encore une fois dans l'examen du moyen d'observation, soit qu'il s'agisse d'une impression sur l'œil ou d'une action sur un instrument approprié, comme une plaque photographique, de figures de nuage de Wilson, etc. On reconnaît, toutefois, aisément que l'élément statistique qui vient s'y ajouter n'influera pas sur l'incertitude de la description de l'objet. On pourrait même présumer que ce qu'il y a d'arbitraire dans le choix de ce qu'on appelle objet ou moyen d'observation pourrait fournir une possibilité d'échapper à cette incertitude. On pourrait, par exemple, se demander si, dans la détermination de la situation d'une particule au moyen d'un instrument d'optique, l'impulsion donnée dans la diffusion ne pourrait pas être déduite par le principe de conservation d'une mesure des changements de quantité de mouvement que le microscope — avec la source de lumière et la plaque photographique — subit dans le processus de l'observation. Mais un examen approfondi montre qu'une pareille mesure est impossible, si l'on veut connaître en même temps la situation du microscope avec une précision suffisante. Car il résulte de ce que nous a appris la théorie ondulatoire de la matière, que la situation du centre de gravité d'un corps et sa quantité de mouvement totale ne peuvent être définies

que dans les limites de précision données par la formule (2).

Strictement parlant, la notion d'observation appartient au mode de description causal dans l'espace et dans le temps. Mais à cause du caractère général de la relation (2), cette notion peut encore être employée sans contradiction dans la théorie des quanta, pourvu que l'on tienne compte de l'incertitude qui est exprimée dans cette relation. Ainsi que le montre Heisenberg, on obtient surtout une illustration instructive de la description par la théorie des quanta des phénomènes atomiques (microscopiques), en comparant cette incertitude à celle qui, dans le mode de description ordinaire des phénomènes naturels, affecte toute observation à cause de l'imperfection des mesures. Heisenberg fait remarquer, à ce propos, que déjà, dans les phénomènes macroscopiques, on peut dire, jusqu'à un certain point, qu'ils se produisent par des observations répétées. On ne doit pas oublier, toutefois que, d'après les théories classiques, chaque observation suivante permet de prévoir l'allure subséquente des phénomènes avec une certitude de plus en plus grande, parce qu'elle signifie une connaissance de plus en plus précise de l'état initial du système.

Dans la théorie des quanta, il vient s'y ajouter, à chaque observation, précisément à cause de l'interaction non négligeable avec l'appareil de mesure, un élément tout à fait nouveau, dont il est impossible d'estimer la grandeur. Ainsi qu'il résulte de l'exposé ci-dessus, la mesure des coordonnées de situation d'une particule n'est, en effet, pas seulement liée à un changement fini des variables dynamiques, mais la fixation de sa situation signifie une interruption complète dans la description causale de son comportement dynamique, tout comme la connaissance de sa quantité de mouvement s'obtient toujours aux dépens d'une lacune, impossible à combler, dans l'observation suivie de son mouvement dans l'espace et le temps. C'est précisément cette circonstance qui fait apparaître nettement le caractère complémentaire de la description des phénomènes atomiques par la théorie des quanta, caractère qui doit être considéré comme une conséquence immédiate de l'antagonisme entre le postulat des quanta et la distinction entre objet et appareil de mesure, caractéristique pour la notion d'observation.

4. *Principe de correspondance et théorie des matrices.* — Nous n'avons, jusqu'ici, considéré que quelques traits généraux du problème des quanta. Or, il importe naturellement avant tout, de formuler les lois d'interaction entre les objets symbolisés par les abstractions des particules isolées et du rayonnement. Des indications au sujet de la manière dont ces lois doivent être formulées nous sont données en premier lieu par le problème de la structure de l'atome. Dans la résolution de ce problème, il a été possible, comme on sait, d'expliquer, déjà par une simple application des notions classiques, des points essentiels de notre expérience en les mettant en rapport direct avec le postulat des quanta. Cela tient, avant tout, à cette circonstance que dans ces questions on peut se passer d'une description précise de l'allure des phénomènes dans l'espace et le temps. Ainsi, par exemple, les expériences sur l'excitation de spectres par choc électronique ou rayonnement sont expliquées logiquement en admettant des états stationnaires séparés et des processus de transformation individuels.

L'antagonisme avec le mode de description ordinaire se présente ici d'une façon particulièrement nette, parce que des raies spectrales qui, d'après la manière de voir classique, devaient être attribuées à un même état de l'atome, correspondent d'après le postulat des quanta à divers processus de transition entre lesquels l'atome peut choisir après l'excitation. Mais, sans faire attention à cette opposition, on pourrait arriver à une concordance formelle avec les représentations classiques dans les cas limites où la différence relative des propriétés d'états voisins disparaît asymptotiquement et où dans des applications statistiques, les discontinuités peuvent être négligées. Cette concordance permet, en faisant intervenir la théorie des quanta, de mettre les régularités des spectres dans une large mesure en rapport avec nos idées concernant la structure de l'atome.

Les efforts faits pour voir dans la théorie des quanta une généralisation logique des théories classiques conduisirent à l'établissement de ce qu'on appelle le principe de correspondance. L'emploi de ce principe dans l'interprétation des données spectrales repose sur une utilisation symbolique de l'électrodynamique classique, dans laquelle les processus de transition individuels sont associés à l'une des composantes de vibration harmonique du

mouvement des particules atomiques auquel on peut s'attendre d'après la mécanique ordinaire. Mais, en dehors de la limite mentionnée, où la différence relative d'états stationnaires successifs peut être négligée, une pareille application par parties des théories classiques ne permet que dans certains cas de donner une description rigoureusement quantitative des phénomènes. Je rappellerai ici particulièrement la relation établie par Ladenburg et Kramers entre le traitement classique des phénomènes de dispersion et les lois statistiques développées par Einstein pour les processus de transformation associés aux phénomènes de rayonnement. Bien que la façon dont Kramers traite le problème de la dispersion ait donné des points de départ importants pour un développement logique des considérations de correspondance, ce n'est que grâce aux méthodes de la théorie quantique créées dans ces dernières années que les tendances exprimées dans le principe de correspondance ont pu être suivies d'une manière générale.

On sait que ce nouveau développement de la théorie fut introduit par Heisenberg dans un travail fondamental où il réussit à s'affranchir complètement de la notion classique de mouvement, en remplaçant dès le début les grandeurs cinématiques et mécaniques ordinaires par des symboles, qui se rapportaient directement aux processus individuels exigés par le postulat des quanta. Il y parvint en remplaçant le développement en série de Fourier d'une grandeur de la mécanique classique par rapport au temps par un schéma de matrice, dont les éléments symbolisent des vibrations harmoniques pures et sont associées aux transitions possibles entre états stationnaires. En se basant sur la condition que les fréquences associées aux éléments satisfassent toujours au principe de combinaison des raies spectrales, on trouve, pour les symboles, comme Heisenberg a pu le montrer, des règles simples qui permettent de donner des équations fondamentales de la mécanique classique une interprétation immédiatement conforme à la théorie des quanta. Cette attaque hardie et ingénieuse du problème dynamique de la théorie atomique se montra, dès le début, comme un moyen puissant et fertile pour l'interprétation quantitative des résultats expérimentaux. Par la collaboration de Born et Jordan, ainsi que de Dirac, la théorie prit

une forme qui, au point de vue de la cohérence et de la généralité, peut concourir avec la mécanique classique. Un caractère particulier de cette théorie est que l'élément caractéristique de la théorie des quanta, la constante de Planck, n'entre explicitement que dans les règles de calcul auxquelles les symboles sont soumis. En effet, aux matrices qui correspondent à des variables canoniquement conjuguées dans le sens d'Hamilton, ne s'applique pas la loi de multiplication commutative, mais pour deux grandeurs  $p$  et  $q$  de cette espèce on a la règle de permutation

$$(3) \quad pq - qp = \sqrt{-1} \frac{h}{2\pi},$$

une relation qui exprime d'une façon frappante le caractère symbolique de la théorie. On a souvent considéré la théorie des matrices comme un calcul avec des grandeurs directement observables. On doit toutefois songer que le procédé décrit est précisément limité aux problèmes où, dans l'application du postulat des quanta, on peut renoncer dans une forte mesure à une description dans l'espace et le temps et où, par conséquent, la question de l'observation dans le sens proprement dit est rejetée à l'arrière-plan.

Pour l'étude plus approfondie de la correspondance des lois quantiques à la mécanique classique, la démonstration du caractère statistique de la description quantumthéorique, caractère exigé par le postulat des quanta, a été d'une importance fondamentale. Ici un grand progrès fut réalisé par la généralisation de la méthode symbolique par Dirac et Jordan, qui parvinrent à opérer avec des matrices qui ne sont pas classées d'après les états stationnaires, mais où les valeurs permises de certaines variables peuvent figurer comme indices des éléments des matrices. Tout comme dans la forme originale de la théorie les « éléments diagonaux », qui ne se rapportent qu'à un seul état stationnaire, peuvent être interprétés comme valeurs moyennes dans le temps de la grandeur à représenter, la théorie générale de transformation des matrices permet de représenter des valeurs moyennes d'une grandeur mécanique dans le calcul de laquelle un certain nombre de variables caractérisant l'état ont des valeurs données, tandis que les variables canoniquement conjuguées parcourent toutes

les valeurs possibles. Comme suite au procédé développé par ces auteurs et à des idées exposées par Born et Pauli, Heisenberg, dans son travail déjà mentionné, a essayé de donner une analyse approfondie du contenu physique de la théorie des quanta, en prêtant une attention particulière au caractère d'apparence paradoxale de la relation de permutation (3). A ce propos, il a établi la relation

$$(4) \quad \Delta q \Delta p \sim h.$$

qui donnerait d'une façon tout à fait générale la précision la plus grande possible avec laquelle on peut observer à la fois deux variables, canoniquement conjuguées. De cette manière, Heisenberg a réussi à éclaircir d'une façon très intéressante divers paradoxes qui se présentent dans l'application du postulat des quanta et à montrer d'une manière détaillée l'absence de contradiction dans la méthode symbolique.

Conformément à la nature complémentaire, ici démontrée, du mode de description quantumthéorique, on doit toujours, comme nous l'avons déjà dit souvent, envisager ensemble, dans l'appréciation de leur manque de contradiction, les possibilités d'observation et de définition. C'est précisément dans la discussion de cette question que, comme nous le verrons, la méthode de la mécanique ondulatoire de Schrödinger s'est montrée très utile, parce qu'elle permet d'appliquer aussi d'une manière générale le principe de superposition à des particules agissant l'une sur l'autre et rend donc possible un rattachement immédiat aux considérations sur le rayonnement et les particules libres. Dans ce qui suit nous reviendrons sur les rapports entre la mécanique ondulatoire et la manière générale de formuler les lois quantiques au moyen de la théorie de transformation des matrices.

5. *Mécanique ondulatoire et postulat des quanta.* — Dans ses considérations sur la description ondulatoire des particules matérielles, de Broglie a fait remarquer, dès le début, la possibilité de représenter les états stationnaires de l'atome comme un phénomène d'interférences des ondes de phase associées aux électrons liés. Il est vrai qu'au point de vue quantitatif, cette idée ne conduisit pas, tout d'abord, plus loin que les méthodes anciennes

de la théorie des quanta, basées sur l'application de notions de mécanique classique et au développement desquelles Sommerfeld avait particulièrement contribué. Mais Schrödinger réussit à élaborer une méthode ondulatoire qui ouvrit de nouveaux horizons et qui a été d'une importance décisive pour les grands progrès que la théorie atomique a faits dans ces derniers temps. On sait que les vibrations caractéristiques de l'équation des ondes de Schrödinger donnent une représentation propre des états stationnaires dans l'atome. Elles relient l'énergie de chaque état à la fréquence correspondante d'après la relation générale des quanta (1). En outre, le dénombrement des nœuds des vibrations caractéristiques donne une interprétation simple de la notion de nombre quantique, connue par les anciennes méthodes, mais qui avait presque disparu dans la manière de formuler au moyen de matrices. Ensuite, Schrödinger a pu associer aux solutions de l'équation ondulatoire une densité continue de charge et de courant qui, appliquée à une vibration caractéristique, reproduit les propriétés électrostatiques et magnétiques de l'atome dans l'état stationnaire correspondant. De la même manière correspond à la superposition de deux solutions caractéristiques une distribution continue de vibrations électriques, dont le rayonnement, calculé conformément à l'électrodynamique classique, fournit une illustration instructive aux conséquences du postulat des quanta et de la condition de correspondance relative au processus de transition entre deux états, formulée par la théorie des matrices. Une application nouvelle de la méthode de Schrödinger, importante notamment pour le développement de la théorie, fut donnée par Born dans son étude du problème de la rencontre d'atomes et de particules électrisées libres. Il réussit à ce propos à donner, des fonctions ondulatoires, une interprétation statistique qui permet de calculer la probabilité des processus de transition individuels entre états stationnaires, exigée par le postulat des quanta. Cela signifie aussi une formulation en mécanique ondulatoire du principe des adiabatiques d'Ehrenfest, dont la fertilité ressort tout particulièrement des recherches pleines de promesses de Hund sur le problème de la formation de molécules.

Vu ces résultats, Schrödinger a exprimé l'espoir qu'un développement conséquent de la théorie ondulatoire permettrait

d'éviter complètement l'irrationalité contenue dans le postulat des quanta et de développer peu à peu une description des phénomènes atomiques suivant les lignes directrices des théories classiques. A l'appui de cette manière de voir, Schrödinger, dans un travail récent (1), a avancé le fait que d'après la théorie des ondes nous avons affaire à un simple problème de résonance, quand il s'agit, conformément au postulat des quanta, d'un échange discontinu d'énergie entre atomes.

En particulier, la représentation des états stationnaires individuels serait le fruit d'une illusion et son application ne serait qu'une illustration de la résonance mentionnée. Il faut cependant songer que dans ce problème de résonance, il est question d'un système fermé, qui, conformément à l'idée qui est à la base de ces considérations, se soustrait à toute observation. D'après cette conception, la mécanique ondulatoire, tout comme la théorie des matrices, doit être considérée comme une description symbolique du problème correspondant de mouvement de la mécanique classique, description qui est conforme aux exigences de la théorie des quanta et qui ne peut être interprétée qu'en invoquant explicitement le postulat des quanta. D'ailleurs, les deux manières de formuler le problème de l'interaction doivent, eu égard à leurs points de départ — la conception ondulatoire ou la conception particulière des individus libres —, être qualifiées de complémentaires. A cela tient aussi la contradiction apparente qui se présente dans l'emploi de la notion d'énergie dans les deux théories.

Les difficultés fondamentales qui s'opposent à une description dans l'espace et le temps, au moyen des concepts classiques, d'un système de particules agissant les unes sur les autres, résultent immédiatement du fait que l'on ne peut se passer du principe de superposition dans la description du comportement des particules séparées. Ainsi que nous l'avons vu, déjà dans le cas d'une particule libre, la connaissance de la quantité de mouvement et de l'énergie exclut l'indication précise de ses coordonnées dans l'espace et le temps. Cela a pour conséquence qu'un emploi immédiat du

---

(1) *Ann. de Phys.*, t. 83, 1927, p. 956.

concept d'énergie conforme à la représentation classique de l'énergie potentielle du système, est exclu. Dans l'équation ondulatoire de Schrödinger, on peut éviter ces difficultés en mettant l'expression classique de la fonction d'Hamilton sous forme d'un opérateur différentiel à l'aide de la relation

$$(5) \quad p = \sqrt{-1} \frac{h}{2\pi} \frac{\partial}{\partial q},$$

où  $p$  représente une composante de quantité de mouvement généralisée et  $q$  la variable canoniquement conjuguée. La valeur négative de l'énergie est alors considérée comme conjuguée du temps. Dans l'équation ondulatoire, le temps et l'espace, aussi bien que l'énergie et l'impulsion, sont donc employés d'une façon purement formelle.

Le caractère symbolique de la méthode de Schrödinger ne résulte pas seulement de ceci, que sa simplicité, tout comme celle de la méthode des matrices, repose sur l'emploi de grandeurs arithmétiques imaginaires. Il n'est pas question d'un rattachement immédiat à notre représentation déjà pour cette raison-ci, que le problème « géométrique » représenté par l'équation ondulatoire est lié à ce que l'on appelle l'espace de coordonnées, dont le nombre de dimensions est égal au nombre de degrés de liberté du système et diffère donc en général du nombre 3 de dimensions de l'espace usuel. D'ailleurs, la manière de formuler le problème de l'interaction par l'équation ondulatoire de Schrödinger est soumise, tout comme la traduction de la théorie des quanta par les matrices, à cette restriction que dans le problème de mécanique classique pris comme base, on fait abstraction de la vitesse de propagation finie des forces exigée par la théorie de la relativité.

Dans le problème de l'interaction, le désir d'une représentation intuitive conforme aux images dans le temps et l'espace ne serait, du reste, pas justifié. En réalité, toutes nos connaissances sur les propriétés des atomes, pour autant qu'elles ne se rapportent pas à leur mouvement comme système entier, se basent sur leurs réactions de rayonnement et de choc. En définitive, l'interprétation des observations est donc fournie par le rayonnement dans le vide et par les particules libres; c'est sur ces abstractions que repose toute notre conception chrono-spatiale des phénomènes

ainsi que la définition des notions de quantité de mouvement et d'énergie. Dans l'appréciation de l'application de ces moyens, ce ne peut être que l'absence de contradictions qui importe, et ce sont, avant tout, les possibilités de définition et d'observation qu'il s'agit de considérer.

Les vibrations caractéristiques de l'équation de Schrödinger fournissent une représentation appropriée des états stationnaires de l'atome, précisément parce qu'elles permettent de donner une définition non équivoque de l'énergie du système se rattachant à la relation de quanta générale (1). Mais ici, dans l'interprétation des observations, un large renoncement à la description chronospatiale est inévitable. Nous verrons que l'application sans contradictions de la notion d'états stationnaires exclut aussi toute possibilité de connaissance plus précise du comportement des particules individuelles dans l'atome. Dans des problèmes où une description de ce comportement est essentielle pour l'interprétation des observations, nous sommes forcés d'examiner la solution générale de l'équation des ondes, qui résulte d'une superposition de solutions caractéristiques. Il s'agit ici d'une nature complémentaire des possibilités de définition analogue à celle que nous avons constatée dans la question considérée plus haut, des propriétés de la lumière et des particules matérielles libres. Tandis que la définition d'énergie et de quantité de mouvement des particules était liée au concept d'une onde élémentaire harmonique, tout caractère d'espace et de temps de la description des phénomènes reposait sur une considération des interférences qui se produisent à l'intérieur d'un pareil groupe d'ondes élémentaires. Dans le cas considéré à présent aussi, on peut démontrer directement la concordance des possibilités d'observation avec les possibilités de la définition.

D'après le postulat des quanta, une observation relative à la manière de se conduire de l'électron sera toujours accompagnée d'un changement dans l'état de l'atome. Ainsi que l'a montré Heisenberg, dans la considération d'atomes dans des états stationnaires à nombres quantiques bas, ce changement consistera même, en général, en l'expulsion de l'électron correspondant de l'atome. Une description de la « trajectoire » de l'électron dans l'atome par des observations successives, est donc dans ce cas une impossi-

bilité. Cela tient à cette circonstance qu'on ne peut construire, au moyen de vibrations caractéristiques ne présentant qu'un petit nombre de nœuds, un groupe d'ondes pouvant représenter, même approximativement, le « mouvement » d'une particule. Mais la nature complémentaire de la description est exprimée avant tout par le fait que l'interprétation non équivoque d'observations sur le comportement des particules dans l'atome repose toujours sur la possibilité de négliger l'interaction pendant le processus d'observation et de considérer les particules comme libres. Cela exige toutefois que la durée du processus soit courte vis-à-vis des périodes naturelles de l'atome, ce qui entraîne nécessairement une incertitude dans la connaissance de l'énergie transportée dans le processus, incertitude qui est grande en comparaison des différences d'énergie d'états stationnaires voisins.

Pour bien juger des possibilités d'observation, on ne doit pas perdre de vue que l'on ne peut donner une interprétation intuitive des solutions de la mécanique ondulatoire que pour autant qu'elles puissent être décrites au moyen de la notion de particules libres. C'est là précisément qu'apparaît la différence entre la mécanique classique et le traitement du problème des interactions par la théorie des quanta. Une pareille restriction n'est donc pas nécessaire dans la mécanique classique, puisque dans celle-ci on attribue aux particules une « réalité » immédiate, indépendamment de la question de savoir si elles sont libres ou liées. On doit surtout tenir compte de cet état de choses si l'on veut, sans introduire de contradictions, employer la densité électrique de Schrödinger comme mesure de la probabilité de la présence des électrons à l'intérieur de domaines spatiaux déterminés dans l'atome. En tenant compte de la restriction citée, cette interprétation peut être ramenée directement à l'hypothèse que la probabilité de la présence d'un électron libre est déterminée par la densité électrique associée au champ ondulatoire, d'une façon analogue à celle dont la probabilité de la présence d'un quantum de lumière est déterminée par la densité de rayonnement calculée d'après la théorie des ondes.

Ainsi que je l'ai déjà dit, le moyen d'introduire les notions classiques d'une manière générale et sans contradiction dans la théorie des quanta est donnée par la théorie des transformations de Dirac-Jordan, par laquelle Heisenberg a formulé sa relation

générale d'incertitude (4). C'est précisément dans cette théorie que l'équation ondulatoire de Schrödinger a également trouvé une application instructive. En effet, les solutions caractéristiques de cette équation apparaissent ici comme des fonctions auxiliaires qui rendent possible la transformation de matrices où les valeurs de l'énergie du système sont employées comme indices, en d'autres où ce sont les coordonnées spatiales des particules qui sont prises comme indices. A ce propos, il est également intéressant de mentionner que récemment Jordan et Klein <sup>(1)</sup> ont réussi à arriver à la formulation du problème de l'interaction contenue dans l'équation ondulatoire de Schrödinger, en se basant sur la représentation ondulatoire des particules séparées et employant le procédé symbolique qui se rattache au traitement approfondi du problème du rayonnement, développé par Dirac en rapport avec la théorie des matrices et sur lequel nous reviendrons tantôt.

6. *Réalité des états stationnaires.* — Dans l'emploi de la notion des états stationnaires, nous avons affaire, comme je l'ai dit, à une application caractéristique du postulat des quanta. Par sa nature même, cette notion exige qu'on renonce complètement à une description dans le temps. Du point de vue considéré ici, ce renoncement est précisément la condition d'une définition univoque de l'énergie de l'atome. Strictement parlant, la notion d'état stationnaire exige qu'on exclut toute action mutuelle avec des individus extérieurs, n'appartenant pas au système. Le fait qu'à un pareil système fermé on ne peut pas attribuer une valeur déterminée de l'énergie, peut être considéré comme une expression directe de la condition de causalité contenue dans la loi de la conservation de l'énergie. Nous voyons là dedans la justification de l'hypothèse de la stabilité supramécanique des états stationnaires, hypothèse qui est à la base de l'application du postulat des quanta à des questions de structure atomique et d'après laquelle l'atome se trouve, avant comme après toute action extérieure, dans un état stationnaire nettement défini.

Pour bien juger les paradoxes bien connus que cette hypothèse

---

(1) *Zeitschr. f. Phys.*, t. 43, 1927, p. 751.

entraîne dans la description des réactions de choc et de rayonnement, il est essentiel de considérer la délimitation des possibilités de définition des moyens de réaction exprimée par la relation (2). En effet, une définition de l'énergie des individus réagissants, suffisamment précise pour qu'on puisse parler de conservation de l'énergie dans la réaction, exige d'après cette relation l'association à la réaction d'une durée qui est longue en comparaison de la période associée au processus de transformation, période qui est reliée d'après (1) aux différences d'énergie des états stationnaires. Cet état de choses se montre d'une façon intéressante quand on considère des processus qui se déroulent lors du passage à travers un atome de particules animées d'un mouvement rapide. D'après la cinématique ordinaire, en effet, la durée effective du choc serait ici très petite vis-à-vis des périodes naturelles de l'atome et pour cette raison il semblait que des difficultés fondamentales étaient liées à la combinaison de la loi de conservation avec l'hypothèse de la stabilité des états stationnaires (1) Dans la représentation ondulatoire, au contraire, la durée de réaction qui entre en considération est liée directement à la précision de la connaissance de l'énergie de la particule choquante et il ne peut jamais être question d'une contradiction avec la loi de conservation. En rapport avec la discussion de paradoxes de la nature considérée, Campbell (2) a proposé de considérer la notion de temps elle-même comme essentiellement statistique. D'après la conception défendue ici, dans laquelle la base de la description dans l'espace et dans le temps doit être cherchée dans l'abstraction des individus libres, une pareille séparation fondamentale des notions de temps et d'espace ne pourrait pas être effectuée à cause de la condition de relativité. La place particulière occupée par le temps en rapport avec la notion des états stationnaires doit être basée, comme nous l'avons vu, sur la nature spéciale des problèmes correspondants.

L'application de la notion des états stationnaires exige que dans chaque observation faite, par exemple, au moyen de réactions de choc ou de rayonnement et permettant de distinguer entre des

---

(1) Voir *Zeitschr. f. Phys.*, t. 34, 1925, p. 142.

(2) *Phil. Mag.*, t. 1, 1926, p. 1106.

états stationnaires différents, il soit permis de faire abstraction de la préhistoire de l'atome. Au premier coup d'œil, on pourrait considérer comme une difficulté le fait que les méthodes symboliques de la théorie des quanta attribuent à chaque état stationnaire une phase de vibration, qui semble établir un lien avec une influence antérieure éventuelle du système, ce qui est contraire à l'idée des états stationnaires. Mais, quand il s'agit d'un problème dans le temps, il ne peut jamais être question d'un système rigoureusement isolé. L'emploi de vibrations caractéristiques purement harmoniques dans l'interprétation des observations ne représente, en effet, qu'une idéalisation pratique, qui, pour la discussion plus exacte, doit toujours être remplacée par un groupe de vibrations harmoniques correspondant à un domaine fini de fréquences. Ainsi que je l'ai déjà fait observer, c'est une conséquence générale du principe de superposition que, dans ce groupe pris dans son ensemble, on ne peut jamais parler d'une phase dans le même sens que quand il s'agit d'ondes élémentaires isolées ou de vibrations caractéristiques.

Cette inobservabilité de la phase, bien connue dans la théorie des instruments d'optique, se montre d'une façon particulièrement simple dans la discussion de l'expérience du rayon moléculaire de Stern-Gerlach, qui constitue un moyen si important pour l'étude des propriétés des atomes. Ainsi que Heisenberg l'a exposé, la condition pour la séparation des atomes d'orientations différentes dans le champ est que la déviation des rayons soit plus grande que la diffraction sur une fente des ondes de de Broglie, représentatrices du mouvement de translation des atomes. Ainsi que l'apprend un calcul simple, cette condition exige que le produit du temps nécessaire pour traverser le champ et de l'indétermination de la connaissance de l'énergie de l'atome dans le champ, provenant de ce que le faisceau de rayons a une largeur finie, doit être au moins égal au quantum d'action.

Heisenberg a vu dans ce résultat une confirmation de la relation (2) relative aux incertitudes réciproques qui affectent les données de l'énergie et du temps. Toutefois, il pourrait ne pas s'agir ici simplement d'une mesure de l'énergie de l'atome à un instant donné. Mais comme la période des vibrations caractéristiques de l'atome dans le champ est liée à son énergie totale par la

relation générale (1), nous voyons que la condition de séparabilité mentionnée signifie précisément la perte de la connaissance de la phase. Cette circonstance permet d'éviter les contradictions apparentes qui se présentaient dans quelques expériences fictives sur la cohérence du rayonnement de résonance, souvent discutées et traitées aussi par Heisenberg.

Si nous avons parlé plus haut d'un atome comme d'un système fermé, cela signifiait que nous faisons abstraction de l'émission de rayonnement qui, même en dehors de l'existence d'influences extérieures, met un terme à la durée de vie des états stationnaires. La justification de cette façon de faire dans plusieurs applications est liée au fait que le couplage entre l'atome et le champ de rayonnement, que l'on peut prévoir d'après l'électrodynamique classique, est en général très faible vis-à-vis de la liaison entre les particules dans l'atome. Il est, en effet, possible, dans la description des états de l'atome, de faire abstraction dans une large mesure de la réaction du rayonnement, si l'on fait abstraction du manque de netteté des valeurs d'énergie dont la liaison avec la durée de vie des états stationnaires correspond à la relation (2) (1). C'est précisément là-dessus que repose la possibilité d'établir sur la nature du rayonnement des conclusions se rattachant à l'électrodynamique classique.

Le traitement du problème du rayonnement d'après les nouvelles méthodes de la théorie des quanta signifie, au début, une application quantitative de ces considérations de correspondance. Ce fut là, en effet, le point de départ des réflexions originales de Heisenberg. Une analyse instructive, basée sur le principe de correspondance, de la façon dont Schrödinger a traité les phénomènes de rayonnement, fut donnée récemment par Klein (2).

Dans la façon de traiter plus rigoureuse, établie par Dirac (3), le champ de rayonnement est englobé dans le système fermé à considérer. Cela permet de tenir compte d'une façon logique du caractère individuel des processus de rayonnement, exigé par la théorie des quanta, et d'édifier une théorie de la dispersion dans laquelle

(1) Voir *Zeitschr. f. Phys.*, t. 13, 1923, p. 117.

(2) *Zeitschr. f. Phys.*, t. 41, 1927, p. 407.

(3) *Proc. Roy. Soc. London*, série A, t. 114, 1927, p. 243.

on considère la largeur finie des raies spectrales. Le renoncement à l'intuitivité dans l'espace et dans le temps, qui caractérise cette façon de traiter le problème, fournit une indication impressionnante de la nature essentiellement complémentaire de la description dans la théorie des quanta. C'est ce que l'on doit surtout ne pas perdre de vue en jugeant les écarts nets au mode de description causal que nous rencontrons dans les phénomènes de rayonnement et sur lesquels nous avons attiré l'attention plus haut à propos de la question de l'excitation des spectres.

Eu égard au raccordement asymptotique des propriétés des atomes à l'électrodynamique classique, raccordement exigé par le principe de correspondance, l'exclusion de la notion des états stationnaires et de la description du comportement des particules individuelles dans l'atome pourrait être ressentie comme une difficulté. Ce raccordement, en effet, signifie que des images mécaniques du mouvement des électrons peuvent être appliquées d'une façon logique à la limite des nombres quantiques élevés, où la différence relative entre des états stationnaires voisins disparaît asymptotiquement. Mais il ne s'agit pas du tout encore d'une transition graduelle à la théorie classique, où le postulat des quanta deviendrait peu à peu superflu. Au contraire, les conclusions que l'on pourrait tirer du principe de correspondance au moyen d'images classiques reposent précisément sur le maintien de la notion d'états stationnaires et de processus de passage individuels même à cette limite.

Dans la résolution de cette question, les nouvelles méthodes trouvèrent une application instructive. Ainsi que Schrödinger l'a démontré <sup>(1)</sup>, il est possible, à la limite en question, de construire par superposition de vibrations caractéristiques des groupes d'ondes dont les dimensions sont petites vis-à-vis de la « grandeur » de l'atome et dont la propagation se rapproche autant qu'on veut de la représentation classique de particules matérielles mobiles, lorsqu'on prend les nombres quantiques suffisamment grands. Dans le cas particulièrement simple de l'oscillateur harmonique, Schrödinger a pu montrer que de pareils groupes d'ondes restent même unis indéfiniment et oscillent d'une façon qui corres-

---

(1) *Naturwissenschaften*, t. 14, 1926, p. 664.

pond à l'image mécanique classique. Il a vu, dans cette circonstance, un appui à l'espoir qu'il sera possible d'édifier une théorie purement ondulatoire de la matière sans nécessité de recourir au postulat des quanta. Mais, ainsi que Heisenberg l'a exposé avec plus de détails, ces circonstances simples dans le cas de l'oscillation leur constituent une exception, qui est liée à la nature purement harmonique du mouvement classique correspondant. D'ailleurs, il n'est pas question ici d'un raccordement graduel au problème des particules libres. Dans le cas général, les groupes d'ondes s'étendent peu à peu sur tout le domaine de l'atome et le mouvement d'un électron lié ne peut être poursuivi que pendant un certain nombre de périodes, qui est de l'ordre de grandeur des nombres quantiques associés aux vibrations caractéristiques. Cette question a été examinée de plus près dans un travail récent de Darwin <sup>(1)</sup>, qui fournit un grand nombre d'exemples instructifs de la manière dont se comportent les groupes d'ondes. Des problèmes analogues furent traités par Kennard <sup>(2)</sup> du point de vue de la théorie des matrices.

Nous nous heurtons donc ici de nouveau à l'opposition entre le principe de superposition de la théorie des ondes et l'hypothèse de l'individualité des particules, que nous avons déjà appris à connaître pour les particules libres. En même temps, le raccordement asymptotique à la mécanique classique, qui ne reconnaît pas de différence fondamentale entre particules libres et liées, fournit la possibilité d'une illustration particulièrement simple des développements précédents relatifs à l'emploi sans contradiction de la notion des états stationnaires. Ainsi que nous l'avons vu, l'indication d'un état stationnaire par des réactions de choc ou de rayonnement exige qu'il y ait une lacune dans la poursuite des liaisons dans le temps, et que cette lacune soit au moins de l'ordre de grandeur des périodes qui correspondent aux processus de transition entre états stationnaires voisins. Or, à la limite des nombres quantiques élevés, ces périodes se laissent interpréter précisément comme périodes de révolution. Nous voyons donc qu'il est impossible d'établir un lien de causalité entre des obser-

---

<sup>(1)</sup> *Proc. Roy. Soc. London.* série A, t. 117, 1927, p. 258.

<sup>(2)</sup> *Zeitschr. f. Phys.*, t. 44, 1927, p. 326.

vations qui permettent de fixer un état stationnaire, et des observations antérieures sur la façon dont les diverses particules se comportent dans l'atome.

En résumé, nous pouvons dire que les notions d'états stationnaires et de processus de passage individuels ont, dans leur domaine d'application, tout autant ou tout aussi peu de réalité que les particules individuelles elles-mêmes. Dans l'un des cas comme dans l'autre, nous avons exprimé la condition de causalité complémentaire du mode de description dans l'espace et le temps, condition dont l'application logique n'est limitée que par les possibilités de définition des notions correspondantes.

7. *Le problème des particules élémentaires.* — En considérant le caractère complémentaire exigé par le postulat des quanta, il est effectivement possible de construire, à l'aide des méthodes symboliques, une description des phénomènes atomiques qui est exempte de contradictions et qui apparaît comme une généralisation naturelle de la description causale ordinaire dans l'espace et le temps. Toutefois, cette manière de représenter les choses ne signifie pas que la théorie électronique doit être considérée simplement comme le cas limite où le quantum d'action disparaît. Le raccordement à l'expérience que l'on a en vue dans cette théorie repose notamment sur des hypothèses qui ne sont guère séparables du genre de problèmes de la théorie des quanta. Une indication dans ce sens fut déjà donnée par les difficultés bien connues que l'on rencontre lorsqu'on essaie de concilier l'individualité des particules électriques élémentaires avec les principes généraux de la mécanique et de l'électrodynamique. La théorie générale de la gravitation aussi, telle qu'elle a été formulée dans la théorie de la relativité, n'a pas tenu ce qu'elle promettait sous ce rapport. Une solution satisfaisante des questions touchées ici ne sera, sans doute, donnée que par une transformation logique de la théorie générale du champ, dans laquelle le quantum d'électricité trouvera sa place naturelle comme expression du trait d'individualité caractérisant la théorie des quanta. Klein <sup>(1)</sup> a attiré récemment l'attention sur la possibilité de relier ce pro-

---

(1) *Zeitschr. f. Phys.* t. 46, 1927, p. 188.

blème à la représentation à cinq dimensions de l'électromagnétisme et de la gravitation, introduite par Kaluza. En effet, la conservation de l'électricité joue, dans cette théorie, un rôle analogue aux principes de conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement. Tout comme ces dernières notions se montrent complémentaires de la description dans l'espace et le temps, quand il s'agit de décrire les phénomènes atomiques, l'appropriation de la description quadridimensionnelle ordinaire, ainsi que son emploi symbolique dans la théorie des quanta, pourraient, comme le démontre Klein, reposer essentiellement sur le fait que, dans cette description à quatre dimensions, la charge électrique apparaît toujours comme une quantité élémentaire bien définie et que la cinquième dimension conjuguée n'entre donc pas directement dans l'interprétation des faits expérimentaux.

Abstraction faite de ces problèmes profonds et non encore résolus, la théorie classique des électrons a servi, jusque dans ces derniers temps, de fil conducteur quand il s'agissait de poursuivre l'édification d'une description conforme à la correspondance, et cela, notamment, en rapport avec l'idée émise pour la première fois par Compton, qu'on doit encore attribuer aux particules élémentaires, à côté de leur masse et de leur charge, un moment magnétique provenant d'un moment d'impulsion fixé par le quantum d'action. Cette hypothèse, introduite avec succès par Goudsmit et Uhlenbeck dans la discussion de l'origine de l'effet Zeeman anomal, s'est vérifiée dans une large mesure en rapport avec les nouvelles méthodes, comme Heisenberg et Jordan surtout l'ont pu montrer. On peut même dire que l'hypothèse de l'électron magnétique, liée au problème de la résonance, qui fut éclairci par Heisenberg <sup>(1)</sup> et qui se présente dans la description quantumthéorique du comportement d'atomes à plusieurs électrons, a jusqu'à un certain point achevé l'interprétation par correspondance des régularités observées dans les spectres et dans le système périodique. Les principes qui sont à la base de cette tentative ont même indiqué la voie pour tirer des conclusions au sujet des propriétés des noyaux atomiques. C'est ainsi que Dennison <sup>(2)</sup>,

---

(1) *Zeitschr. f. Phys.*, t. 41, 1927, p. 239.

(2) *Proc. Roy. Soc. London*, sér. A, t. 115, 1927, p. 483.

poursuivant des idées de Heisenberg et Hund, a réussi récemment à montrer que les difficultés que l'on rencontrait jusqu'ici dans l'explication de la chaleur spécifique de l'hydrogène peuvent être évitées en admettant que le proton aussi possède un moment d'impulsion de même grandeur que celui de l'électron. Mais, en vertu de sa grande masse, il ne revient au proton qu'un moment magnétique beaucoup plus petit.

Les imperfections des méthodes actuelles pour traiter le problème des particules élémentaires se présente, dans les questions qui viennent d'être considérées, en ceci qu'elles ne permettent pas d'établir sans équivoque la diversité de comportement des particules électriques élémentaires et des « individus » symbolisés par la représentation des quanta de lumière, diversité qui est exprimée dans ce qu'on appelle le principe d'exclusion établi par Pauli. Dans ce principe si fructueux pour le problème de la structure de l'atome ainsi que pour le développement le plus récent des théories statistiques, nous avons, en effet, affaire à une des nombreuses possibilités imaginables, qui satisfont chacune aux conditions de correspondance. D'ailleurs, dans la question de l'électron magnétique, nous trouvons un exemple particulièrement instructif de la difficulté qu'il y a à satisfaire la condition de relativité dans la théorie des quanta. C'est ainsi qu'il n'a pas été possible, jusqu'ici, de mettre les essais, pleins de promesses, que firent Darwin et Pauli pour généraliser les méthodes de la théorie des quanta d'une façon appropriée au traitement de ce problème, d'accord avec les considérations de cinématique relativiste introduites par Thomas et qui se sont montrées si essentielles pour l'explication des résultats expérimentaux. Mais, dans ces tout derniers temps, Dirac <sup>(1)</sup> a réussi à attaquer le problème magnétique de l'électron avec succès en se servant d'une nouvelle extension, extrêmement ingénieuse, de la méthode symbolique, qui, tout en conservant la correspondance avec les phénomènes spectraux, tient compte de la condition de relativité. Cet essai ne repose pas seulement sur la complexité du procédé actuel, caractérisé par l'emploi de grandeurs imaginaires, mais encore sur l'emploi, dans les équations fondamentales elles-mêmes, de

---

(1) *Proc. Roy. Soc. London*, sér. A, t. 117, 1928, p. 610.

grandeurs numériques de degré de complexité plus élevé encore.

Par son essence même, la formulation de l'argument de relativité suppose déjà la combinaison de la coordination dans l'espace et le temps avec la condition de causalité, combinaison qui est particulière aux théories classiques. Nous devons donc, dans l'adaptation logique de la condition de relativité au postulat des quanta, nous attendre à un renoncement plus profond encore à l'intuitivité dans le sens ordinaire, que dans les méthodes de la théorie des quanta considérées ici. Nous nous trouvons ici, en effet, sur la voie, suivie par Einstein, de l'adaptation de nos formes d'intuition, empruntées aux impressions sensorielles, à la connaissance de plus en plus approfondie des lois de la nature. Les obstacles que nous rencontrons dans cette voie proviennent avant tout du fait que pour ainsi dire chaque terme de notre langage est lié à ces formes de représentation. Dans la théorie des quanta, cette difficulté se présente immédiatement dans la question de l'impossibilité d'éviter le caractère d'irrationalité qui est inhérent au postulat des quanta. Mais j'espère que la notion de complémentarité conviendra pour caractériser l'état de choses actuel, qui montre une profonde analogie avec les difficultés générales de la formation des notions humaines, basées sur la séparation de sujet et d'objet.

---

## DISCUSSION GÉNÉRALE DES IDÉES NOUVELLES ÉMISES.

## Causalité, Déterminisme. Probabilité.

M. LORENTZ. — Je voudrais attirer l'attention sur les difficultés qu'on rencontre dans les anciennes théories.

Nous voulons nous faire une représentation des phénomènes, nous en former une image dans notre esprit. Jusqu'ici, nous avons toujours voulu former ces images au moyen des notions ordinaires de temps et d'espace. Ces notions sont peut-être innées; en tout cas, elles se sont développées par notre expérience personnelle, par nos observations journalières. Pour moi, ces notions sont claires et j'avoue que je ne puis me faire une idée de la physique sans ces notions. L'image que je veux me former des phénomènes doit être absolument nette et définie et il me semble que nous ne pouvons nous former une pareille image que dans ce système d'espace et de temps.

Pour moi, un électron est un corpuscule qui, à un instant donné, se trouve en un point déterminé de l'espace, et si j'ai eu l'idée qu'à un moment suivant ce corpuscule se trouve ailleurs, je dois songer à sa trajectoire, qui est une ligne dans l'espace. Et si cet électron rencontre un atome et y pénètre, et qu'après plusieurs aventures il quitte cet atome, je me forge une théorie dans laquelle cet électron conserve son individualité; c'est-à-dire que j'imagine une ligne suivant laquelle cet électron passe à travers cet atome. Il se peut, évidemment, que cette théorie soit bien difficile à développer, mais *a priori* cela ne me paraît pas impossible.

Je me figure que, dans la nouvelle théorie, on a encore de ces électrons. Il est possible, évidemment, que dans la nouvelle théorie, bien développée, il soit nécessaire de supposer que ces électrons subissent des transformations. Je veux bien admettre que l'électron se fond en un nuage. Mais alors je chercherai à quelle occasion cette transformation se produit. Si l'on voulait m'interdire une

pareille recherche en invoquant un principe, cela me gênerait beaucoup. Il me semble qu'on peut toujours espérer qu'on fera plus tard ce que nous ne pouvons pas encore faire en ce moment. Même si l'on abandonne les anciennes idées, on peut toujours conserver les anciennes dénominations. Je voudrais conserver cet idéal d'autrefois, de décrire tout ce qui se passe dans le monde par des images nettes. Je suis prêt à admettre d'autres théories, à condition qu'on puisse les traduire par des images claires et nettes.

Pour ma part, bien que n'étant pas encore familiarisé avec les nouvelles idées que j'entends exprimer maintenant, je pourrais me représenter ces idées ainsi. Prenons le cas d'un électron qui rencontre un atome; supposons que cet électron quitte cet atome et qu'en même temps il y ait émission d'un quantum de lumière. Il faut considérer, en premier lieu, les systèmes d'ondes qui correspondent à l'électron et à l'atome avant le choc. Après le choc, nous aurons de nouveaux systèmes d'ondes. Ces systèmes d'ondes pourront être décrits par une fonction  $\psi$  définie dans un espace à un grand nombre de dimensions qui satisfait une équation différentielle. La nouvelle mécanique ondulatoire opérera avec cette équation et établira la fonction  $\psi$  avant et après le choc.

Or, il y a des phénomènes qui apprennent qu'il y a autre chose encore que ces ondes, notamment des corpuscules; on peut faire, par exemple, une expérience avec un cylindre de Faraday; il y a donc à tenir compte de l'individualité des électrons et aussi des photons. Je pense que je trouverais que, pour expliquer les phénomènes, il suffit d'admettre que l'expression  $\psi\psi^*$  donne la probabilité que ces électrons et ces photons existent dans un volume déterminé; cela me suffirait pour expliquer les expériences. Mais les exemples donnés par M. Heisenberg m'apprennent que j'aurais atteint ainsi tout ce que l'expérience me permet d'atteindre. Or, je pense que cette notion de probabilité serait à mettre à la fin, et comme conclusion, des considérations théoriques, et non pas comme axiome *a priori*, quoique je veuille bien admettre que cette indétermination correspond aux possibilités expérimentales. Je pourrais toujours garder ma foi déterministe pour les phénomènes fondamentaux, dont je n'ai pas parlé. Est-ce qu'un esprit plus profond ne pourrait pas se rendre compte des mouve-

ments de ces électrons. Ne pourrait-on pas garder le déterminisme en en faisant l'objet d'une croyance ? Faut-il nécessairement ériger l'indéterminisme en principe ?

M. BOHR expose son point de vue relativement aux problèmes de la théorie des quanta (voir l'article précédent).

M. BRILLOUIN. — M. Bohr insiste sur l'incertitude des mesures simultanées de position et moment ; son point de vue se rattache étroitement à la notion des *cellules d'extension en phase* introduite par Planck, il y a fort longtemps. Planck admettait que si le point représentatif d'un système se trouve dans une cellule (de grandeur  $\Delta p. \Delta q = h$ ) on ne peut le distinguer d'un autre point situé dans la même cellule. Les exemples apportés par M. Bohr précisent très heureusement le sens physique de cette notion assez abstraite.

M. DE DONDER. — Les considérations que M. Bohr vient de développer sont, je pense, en corrélation étroite avec le fait suivant : dans la Gravifique einsteinienne <sup>(1)</sup> d'un système continu ou d'un système ponctuel, se présentent, non les masses et les charges des particules, mais des entités  $\tau^{(m)}$  et  $\tau^{(e)}$  à quatre dimensions ; notons que ces masses et charges *généralisées*, localisées dans l'espace-temps, *se conservent* le long de leurs lignes d'univers.

M. BORN. — M. Einstein a considéré le problème suivant : Une préparation radioactive émet dans toutes les directions des particules  $\alpha$  ; celles-ci sont rendues visibles par la méthode du brouillard de Wilson. Or, si l'on associe à chaque processus d'émission une onde sphérique, comment peut-on comprendre que la trace de chaque particule  $\alpha$  se montre comme une ligne (à peu près) droite ? En d'autres termes : comment le caractère corpusculaire du phénomène peut-il être concilié ici avec la représentation par ondes ?

---

(1) Th. DE DONDER, *Théorie des Champs gravifiques* (Mémorial des Sciences mathématiques, fasc. 14, Paris, 1926. Voir spéc. équations (184), (184') et (188), (188')). On pourra aussi consulter nos Lectures : *The mathematical Theory of Relativity* (Massachusetts Institute of Technology), Cambridge, Mass., 1927. Voir spéc. équations (23), (24) et (28), (29).

Pour le faire, on doit faire appel à la notion de « réduction du paquet de probabilité » développée par Heisenberg. La description de l'émission par une onde sphérique n'est valable qu'aussi longtemps qu'on n'observe pas d'ionisation; dès qu'une pareille ionisation est démontrée par l'apparition de gouttelettes de nuage, on doit, pour décrire ce qui se passe dans la suite, « réduire » le paquet d'ondes au voisinage immédiat de ces gouttelettes. On obtient ainsi un paquet d'ondes en forme de rayon, qui correspond au caractère corpusculaire du phénomène.

M. Pauli m'a demandé s'il n'est pas possible de décrire le processus sans réduction des paquets d'ondes, en recourant à un espace polydimensionnel, dont le nombre de dimensions est le triple du nombre de toutes les particules présentes (particules  $\alpha$  et atomes frappés par le rayonnement).

Cela est effectivement possible et peut même être représenté d'une manière fort intuitive par une simplification convenable, mais cela ne nous conduit pas plus loin pour ce qui concerne les questions essentielles. Néanmoins, je voudrais exposer ici ce cas comme un exemple de traitement polydimensionnel de pareils problèmes.

J'admets, pour simplifier, qu'il n'y ait que deux atomes qui peuvent être frappés. On a alors à distinguer deux cas : ou bien les deux atomes 1 et 2 se trouvent sur le même rayon partant de l'origine (l'endroit où se trouve la préparation), ou bien ils ne se trouvent pas sur un même rayon. Si nous représentons par  $\varepsilon$  la probabilité qu'un atome soit atteint, nous avons le schéma de probabilité suivant :

I. Les points 1 et 2 sont situés sur un même rayon partant de l'origine.

Nombre de particules atteintes.	Probabilité.
0	$1 - \varepsilon$
1	0
2	$\varepsilon$

II. Les points 1 et 2 ne sont pas sur le même rayon.

Nombre de particules atteintes.	Probabilité.
0	$1 - 2\varepsilon$
1	$\varepsilon$
2	0

Voilà comment on doit formuler la probabilité des événements dans la propagation rectiligne.

Pour rendre possible une représentation graphique du phénomène, nous allons le simplifier davantage en admettant que tous les mouvements n'ont lieu que suivant une seule ligne droite, l'axe des  $x$ . Nous avons alors à distinguer les deux cas où les atomes se trouvent du même côté et de part et d'autre de l'origine. Les probabilités correspondantes sont les suivantes :

I. Les points 1 et 2 sont situés du même côté.

Nombre de particules atteintes.	Probabilité.
0	$\frac{1}{2}$
1	0
2	$\frac{1}{2}$

II. Les points 1 et 2 sont situés de côtés différents.

Nombre de particules atteintes.	Probabilité.
0	0
1	$\frac{1}{2}$
2	0

Or, ces relations peuvent être représentées par le mouvement d'un paquet d'ondes dans l'espace à trois dimensions  $x_0, x_1, x_2$ . A l'état initial correspond :

Dans le cas I, le point  $x_0 = 0, \quad x_1 = a, \quad x_2 = b;$

Dans le cas II, le point  $x_0 = 0, \quad x_1 = a, \quad x_2 = -b,$

où  $a$  et  $b$  sont des nombres positifs. Le paquet d'ondes remplit d'abord l'espace entourant ces points et se meut ensuite parallèlement à l'axe  $x_0$  en se partageant en deux paquets de même grosseur, allant en sens contraires. Des collisions se produisent lorsque  $x_0 = x_1$  ou  $x_0 = x_2$ , c'est-à-dire sur deux plans dont l'un  $P_1$  est parallèle à l'axe  $x_2$  et coupe le plan  $x_0 x_1$  suivant la bissectrice du quadrant positif, tandis que le deuxième  $P_2$  est parallèle à l'axe  $x_1$  et coupe le plan  $x_0 x_2$  suivant la bissectrice du quadrant positif. Dès que le paquet d'ondes frappe le plan  $P_1$ , sa trajectoire

reçoit une petite brisure dans la direction  $x_1$ , dès qu'il frappe  $P_2$  la trajectoire reçoit une brisure dans la direction de  $x_2$  (fig. 1).

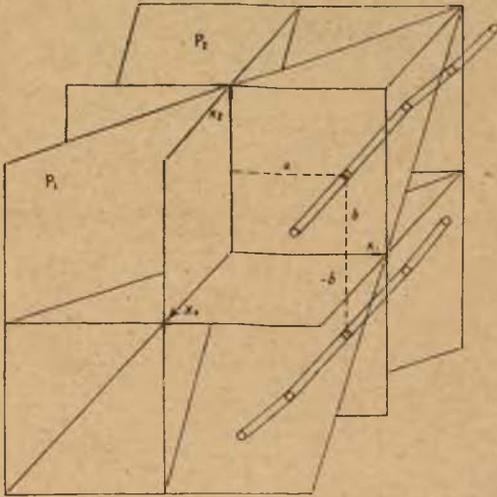


Fig. 1.

Or, on voit immédiatement sur la figure que la partie supérieure du paquet d'ondes qui correspond au cas I, frappe les plans  $P_1$ ,  $P_2$  du même côté du plan  $x_1 x_2$ , tandis que la partie inférieure le frappe de côtés différents. La figure donne donc une représentation intuitive des cas indiqués dans le schéma ci-dessus. Elle permet de reconnaître immédiatement si, pour une grosseur donnée du paquet d'ondes, un état déterminé, c'est-à-dire un point donné  $x_0 x_1 x_2$ , peut être atteint ou non.

A la « réduction » du paquet d'ondes correspond le choix d'une des deux directions de propagation  $+x_0$ ,  $-x_0$ , que l'on doit prendre dès qu'il est établi que l'un des deux points 1 et 2 est frappé, c'est-à-dire que la trajectoire du paquet a reçu une brisure.

Cet exemple ne sert qu'à faire comprendre qu'une description complète des processus qui s'effectuent dans un système formé de plusieurs molécules n'est possible que dans un espace à plusieurs dimensions.

M. EINSTEIN. — Je dois m'excuser de n'avoir pas approfondi

la mécanique des quanta. Je voudrais néanmoins faire quelques remarques générales.

On peut se placer vis-à-vis de la théorie à deux points de vue au sujet du postulat du domaine de validité, que je voudrais caractériser à l'aide d'un exemple simple.

Soit S un écran dans lequel on a pratiqué une petite ouverture O (fig. 2), et soit P une pellicule photographique en forme de

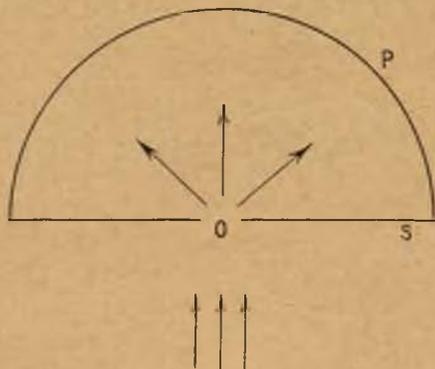


Fig. 2.

demi-sphère de grand rayon. Supposons que des électrons tombent sur S dans la direction des flèches. Une partie de ces électrons passe par O; à cause de la petitesse de l'ouverture et de la vitesse des particules, ils se répartissent uniformément sur toutes les directions et vont agir sur la pellicule.

Les considérations suivantes sont communes aux deux manières de concevoir la théorie. Il y a des ondes de de Broglie qui tombent à peu près normalement sur S et sont diffractées en O. Au delà de O on a des ondes sphériques qui atteignent l'écran P et dont l'intensité en P donne la mesure de ce qui se passe en cet endroit.

Nous pouvons maintenant caractériser comme suit les deux manières de voir.

1. *Conception I.* — Les ondes de Broglie-Schrödinger ne correspondent pas à un seul électron, mais à un nuage d'électrons étendu dans l'espace. La théorie ne donne aucun renseignement sur les processus individuels, mais seulement sur l'ensemble d'une infinité de processus élémentaires.

2. *Conception II.* — La théorie a la prétention d'être une théorie complète des processus individuels. Chaque particule qui se dirige vers l'écran, pour autant qu'on puisse déterminer par sa situation et sa vitesse, est décrite par un paquet d'ondes de Broglie-Schrödinger de petite longueur et de petite ouverture angulaire. Ce paquet d'ondes est diffracté et, après diffraction, arrive en partie au film P dans un état de résolution.

D'après la première manière de voir, purement statistique,  $|\psi|^2$  exprime la probabilité qu'il existe à l'endroit considéré *une certaine* particule du nuage, par exemple à un endroit déterminé de l'écran.

D'après la deuxième,  $|\psi|^2$  exprime la probabilité qu'à un instant considéré *la même* particule se trouve à un endroit déterminé (de l'écran par exemple). Ici, la théorie se rapporte au processus individuel et prétend en faire connaître tout ce qui est régi par des lois.

La deuxième conception va plus loin que la première, en ce sens que tous les renseignements qui résultent de II résultent aussi de la théorie en vertu de I, mais la réciproque n'est pas vraie. Ce n'est qu'en vertu de II que la théorie contient la conséquence que les lois de conservation sont valables pour le processus élémentaire; ce n'est que de II que la théorie peut déduire le résultat de l'expérience de Geiger et Bothe et qu'elle peut expliquer le fait que dans la chambre de Wilson les gouttelettes provenant d'une particule  $\alpha$  se trouvent à peu près sur des lignes continues.

Mais, d'autre part, j'ai des objections à faire à la conception II. L'onde diffusée dirigée vers P n'offre pas de direction privilégiée. Si  $|\psi|^2$  était simplement envisagé comme la probabilité qu'à un endroit considéré une particule déterminée se trouve à un instant déterminé, il pourrait arriver qu'un même processus élémentaire produisit une action *en deux ou plusieurs* endroits de l'écran. Mais l'interprétation d'après laquelle  $|\psi|^2$  exprime la probabilité que *cette* particule se trouve à un endroit déterminé, suppose un mécanisme d'action à distance tout particulier, qui empêche que l'onde continûment répartie dans l'espace produise une action *en deux* endroits de l'écran.

A mon avis, on ne peut lever cette objection que de cette façon-ci, qu'on ne décrit pas seulement le processus par l'onde de

Schrödinger, mais qu'en même temps on localise la particule pendant la propagation. Je pense que M. de Broglie a raison de chercher dans cette direction. Si l'on opère uniquement avec les ondes de Schrödinger, l'interprétation II de  $|\psi|^2$  implique à mon sens une contradiction avec le postulat de la relativité.

Je voudrais encore signaler brièvement deux arguments qui me paraissent plaider contre la manière de voir II. Celle-ci est essentiellement liée à une représentation polydimensionnelle (espace de configuration), puisque seul ce mode de représentation rend possible l'interprétation de  $|\psi|^2$  propre à la conception II. Or, il me semble que des objections de principe s'opposent à cette représentation polydimensionnelle. Dans cette représentation, en effet, deux configurations d'un système, qui ne se distinguent que par la permutation de deux particules de même espèce, sont figurées par deux points différents (de l'espace de configuration), ce qui n'est pas d'accord avec les nouveaux résultats de la statistique. D'autre part, la particularité des forces de n'agir qu'à de petites distances *spatiales* trouve dans l'espace de configuration une expression moins naturelle que dans l'espace à trois ou quatre dimensions.

M. LORENTZ. — Pour représenter le mouvement d'un système de  $n$  points matériels, on peut évidemment se servir d'un espace à  $3n$  dimensions avec  $n$  points ou d'un espace à 3 dimensions où le système sera représenté par un seul point. Cela doit revenir exactement au même; il ne peut pas y avoir de différence fondamentale. Il s'agit seulement de savoir laquelle des deux représentations convient le mieux, laquelle est le plus commode.

Mais je comprends qu'il y a des cas où la chose est difficile. Si l'on a une représentation dans un espace à  $3n$  dimensions, on ne pourra revenir à un espace à 3 dimensions que si l'on peut raisonnablement séparer les  $3n$  coordonnées en  $n$  groupes de 3, correspondant chacun à un point, et je puis me figurer qu'il peut y avoir des cas où cela n'est ni naturel, ni simple. Mais, après tout, il me semble bien que tout ceci concerne plutôt la forme que le fond de la théorie.

M. PAULI. — Je suis tout à fait du même avis que M. Bohr,

quand il dit que l'introduction de l'espace à plusieurs dimensions n'est qu'un moyen technique pour formuler mathématiquement les lois des actions mutuelles entre plusieurs particules, actions qui ne se laissent certainement pas décrire simplement, de la façon ordinaire, dans l'espace et dans le temps. Il se peut parfaitement bien que ce moyen technique puisse être un jour remplacé par un autre, et cela de la manière suivante. On peut, par exemple, quantifier par la méthode de Dirac les vibrations caractéristiques d'un espace creux rempli de rayonnement noir et introduire une fonction  $\psi$  dépendant des amplitudes de ces vibrations caractéristiques, en nombre illimité. On peut de même employer, comme le font Jordan et Klein, les amplitudes des ondes matérielles quadridimensionnelles ordinaires comme arguments d'une fonction polydimensionnelle. Celle-ci donne, dans le langage de la conception corpusculaire, la probabilité qu'à un instant déterminé les nombres de particules de chaque espèce présente, qui ont certaines propriétés cinématiques (situation déterminée ou quantité de mouvement déterminée), prennent certaines valeurs. Ce procédé a encore l'avantage que le défaut de la méthode polydimensionnelle ordinaire, dont M. Einstein a parlé et qui se présente lorsqu'on permute deux particules de même espèce, n'existe plus. Ainsi que Jordan et Klein l'ont montré, en faisant des suppositions convenables au sujet des équations auxquelles cette fonction  $\psi$  des amplitudes des ondes matérielles doit satisfaire dans l'espace ordinaire, on arrive exactement aux mêmes résultats qu'en se basant sur la théorie polydimensionnelle de Schrödinger.

En résumé, je veux donc dire que la manière de voir de Bohr, d'après laquelle les propriétés des objets physiques d'être définis et descriptibles dans l'espace et dans le temps sont complémentaires, semble être plus générale qu'un moyen technique spécial. Mais, indépendamment d'un pareil moyen, on peut, d'après cette idée, déclarer en tout cas que les actions réciproques de plusieurs particules ne peuvent certainement pas être décrites de la manière ordinaire dans l'espace et dans le temps.

Pour bien faire comprendre l'état de choses dont je viens de parler, permettez-moi de donner un exemple particulier. Imaginez deux atomes d'hydrogène à l'état normal à grande distance l'un de l'autre et supposez qu'on demande leur énergie d'action

mutuelle. Chacun des deux atomes a une distribution d'électricité parfaitement isotrope, est neutre dans l'ensemble et n'émet pas encore de rayonnement. D'après la description ordinaire de l'action mutuelle des atomes dans l'espace et le temps, on devrait donc s'attendre à ce qu'une pareille action mutuelle n'existe pas lorsque la distance des deux sphères neutres est si grande qu'il ne se produit pas d'interpénétration sensible de leurs atmosphères de charge. Mais quand on traite la même question par la méthode polydimensionnelle, le résultat est tout à fait différent, conformément à l'expérience.

L'analogie classique de ce dernier résultat serait le suivant : Imaginez dans chaque atome un oscillateur classique dont le moment  $p$  varie périodiquement. Ce moment produit à l'endroit où se trouve l'autre atome un champ dont l'intensité périodiquement variable est de l'ordre  $\varepsilon \sim \frac{p}{r^2}$ , où  $r$  signifie la distance des deux atomes. Lorsque deux de ces oscillateurs agissent l'un sur l'autre, il se produit une polarisation avec l'énergie potentielle suivante, correspondant à une force attractive entre les atomes,

$$-\frac{1}{2} \alpha \varepsilon^2 \sim \frac{1}{2} \alpha p^2 \frac{1}{r^4},$$

où  $\alpha$  représente la polarisabilité de l'atome.

En parlant de ces oscillateurs, je n'ai voulu indiquer qu'une analogie classique avec l'effet que l'on obtient comme résultat de la mécanique ondulatoire polydimensionnelle. J'avais trouvé ce résultat au moyen des matrices, mais Wang l'a déduit directement de l'équation des ondes à plusieurs dimensions. Dans un travail de Heitler et London, qui s'occupe également de ce problème, ces auteurs ont perdu de vue que, précisément pour une grande distance des atomes, la contribution des effets de polarisation à l'énergie d'action mutuelle, contribution qu'ils ont négligée, l'emporte par son ordre de grandeur sur les effets qu'ils ont calculés.

M. DIRAC. — Je voudrais exposer ma manière de voir à ce sujet.

Le premier point dont je voudrais parler est l'explication que la théorie des quanta donne de l'expérience de Bothe, décrite par M. Compton. Cette question est, au fond, la même que celle qui

vient d'être discutée et je n'ai pas beaucoup à y ajouter. La difficulté provient uniquement de ce que la représentation des ondes dans l'espace à trois dimensions ne convient pas. Cette image n'établit pas de distinction entre le cas où il y a une probabilité  $p$  qu'un photon se trouve dans un certain volume et celui où il y a une probabilité  $\frac{1}{2}p$  que deux photons se trouvent dans ce volume et une probabilité nulle pour un seul. Par contre, la fonction des ondes dans l'espace à plusieurs dimensions établit une distinction entre ces deux cas et est donc capable, quand on l'applique à l'expérience de Bothe, de montrer que, tandis qu'il y a une certaine probabilité qu'un seul photon apparaisse dans l'une ou l'autre chambre de numération, il n'y a pas de probabilité qu'ils s'y présentent simultanément.

En ce moment, la théorie de la fonction d'ondes polydimensionnelles exige qu'on abandonne la relativité. On pourrait, peut-être, introduire la relativité de la façon indiquée par M. Pauli, en quantifiant des ondes tridimensionnelles, mais cela ne conduirait pas à une plus grande intuitivité dans l'explication de résultats comme ceux de Bothe.

Je voudrais maintenant montrer comment l'expression de Schrödinger pour la densité électrique apparaît dans la théorie des matrices. On verra par là quelle est la signification précise de la densité et quelles limitations on doit imposer à son emploi. Considérez un électron se mouvant dans un champ arbitraire, par exemple celui d'un atome d'hydrogène. Ses coordonnées  $x, y, z$  seront des matrices. Partagez l'espace en un grand nombre de petites cellules, et considérez la fonction de trois variables  $\xi, \eta, \zeta$  qui est égale à 1 lorsque le point  $\xi, \eta, \zeta$  est dans une cellule déterminée et égale à 0 lorsque ce point est ailleurs. Cette fonction, appliquée aux matrices  $x, y, z$  donnera une autre matrice. Il y aura une seule de ces matrices pour chaque cellule, et les éléments de ces matrices seront des fonctions de  $a, b, c$ , les coordonnées de la cellule, de sorte que la matrice peut être indiquée par  $A(a, b, c)$ .

Chacune de ces matrices représente une quantité qui, quand on la mesure expérimentalement, doit avoir la valeur 0 ou 1. Par conséquent, chacune de ces matrices a les valeurs caractéristiques 0 et 1, et aucune autre. Si l'on prend les deux matrices  $A(a, b, c)$

et  $\Lambda(a', b', c')$ , on voit qu'elles doivent permuter leurs valeurs, puisque l'on peut donner une valeur numérique à toutes deux simultanément; par exemple, quand on sait que l'électron se trouve dans la cellule  $a, b, c$ , il ne se trouvera certainement pas dans la cellule  $a', b', c'$ , de sorte que si l'on donne la valeur 1 à  $\Lambda(a, b, c)$ , on doit, en même temps, donner la valeur 0 à  $\Lambda(a', b', c')$ .

On peut transformer chacune des matrices  $\Lambda(a, b, c)$  en une matrice diagonale  $\Lambda^*(a, b, c)$  par une transformation canonique du type

$$\Lambda^*(a, b, c) = B \cdot \Lambda(a, b, c) \cdot B^{-1}.$$

Comme toutes les matrices  $\Lambda(a, b, c)$  changent de valeur, elles peuvent être transformées simultanément en des matrices diagonales par une transformation de cette espèce. Les éléments diagonaux d'une matrice quelconque  $\Lambda^*(a, b, c)$  sont des valeurs caractéristiques, qui sont les mêmes que les valeurs caractéristiques de  $\Lambda(a, b, c)$ , c'est-à-dire exactement 0 ou 1.

De même, deux matrices différentes  $\Lambda^*(a, b, c)$  et  $\Lambda^*(a', b', c')$  ne peuvent pas avoir toutes deux le même élément diagonal 1, car un simple raisonnement montre que  $\Lambda^*(a, b, c) + \Lambda^*(a', b', c')$  aussi doit avoir uniquement 0 et 1 comme valeurs caractéristiques ou éléments diagonaux. Sans rien diminuer à la généralité, nous pouvons admettre que chaque  $\Lambda^*$  a précisément un élément diagonal égal à 1, tous les autres étant 0. En transformant en retour au moyen de la formule

$$\Lambda(a, b, c) = B^{-1} \cdot \Lambda^*(a, b, c) \cdot B,$$

nous trouvons donc que les éléments de la matrice  $\Lambda(a, b, c)$  sont de la forme

$$\Lambda(a, b, c)_{mn} = B_m^{-1} B_n,$$

c'est-à-dire une fonction du numéro de la ligne multipliée par une fonction du numéro de la colonne.

Je dois faire observer que la preuve de ce résultat ne dépend pas d'équations de mouvement ni de conditions de quanta. Si nous tenons compte de ce fait, nous trouvons que, abstraction faite de constantes,  $B_m^{-1}$  et  $B_n$  sont précisément les fonctions caractéristiques  $\bar{\Psi}_m$  et  $\Psi_n$  de Schrödinger au point  $a, b, c$ .

Ainsi donc la fonction de densité  $\bar{\Psi}_m(x, y, z), \Psi_m(x, y, z)$  de

Schrödinger est un élément diagonal de la matrice  $A(x, y, z)$  se rapportant à une cellule autour du point  $x, y, z$ . La véritable expression de la densité en théorie des quanta est la matrice tout entière. Les éléments diagonaux ne donnent que la densité moyenne et ne doivent pas être employés quand la densité doit être multipliée par une variable dynamique représentée par une matrice.

Je voudrais maintenant faire connaître mon opinion au sujet du déterminisme et de la signification des nombres qui se présentent dans les calculs de la théorie des quanta, telle qu'elle se dessine dans mon esprit après avoir réfléchi aux remarques de M. Bohr. Dans la théorie classique, on part de certains nombres qui décrivent complètement l'état initial du système et l'on déduit d'autres nombres qui décrivent complètement l'état final. Cette théorie déterministe ne s'applique qu'à un système isolé.

Or, comme M. Bohr l'a fait observer, un système isolé est, par définition, inobservable. On ne peut observer un système qu'en le troublant et en examinant sa réaction à la perturbation. Par conséquent, puisque la physique ne s'occupe que de grandeurs observables, la théorie déterministe classique est indéfendable.

Dans la théorie des quanta, aussi, on part de certains nombres et l'on en déduit d'autres nombres. Tâchons de pénétrer l'essence physique de ces deux séries de nombres. Les perturbations qu'un observateur inflige à un système pour l'observer sont soumis directement à son contrôle et sont des actes de sa libre volonté. *Ce sont uniquement les nombres qui décrivent ces actes de libre arbitre qui peuvent être pris comme nombres initiaux pour un calcul dans la théorie des quanta.* D'autres nombres décrivant l'état initial du système sont essentiellement inobservables et ne figurent pas dans le traitement par la théorie des quanta.

Considérons maintenant les nombres finaux obtenus comme résultat d'une expérience. Il est essentiel que le résultat d'une expérience doit être un enregistrement durable. Les nombres qui décrivent un pareil résultat doivent non seulement aider à décrire l'état du monde à l'instant où l'expérience est terminée, mais ils doivent aussi aider à décrire le monde à tout instant suivant. Ces nombres décrivent ce qui est commun à tous les événements dans un certain enchaînement de faits liés entre eux par des liens

de causalité et s'étendant à l'infini dans l'avenir. Prenez comme exemple une expérience de nuage de détente de Wilson.

L'enchaînement causal consiste ici dans la formation de gouttelettes d'eau autour des ions, la diffusion de lumière par ces gouttelettes et l'action de cette lumière sur une plaque photographique, où elle laisse une empreinte permanente. Les nombres qui constituent le résultat de l'expérience décrivent tous les événements dans cet enchaînement également bien et servent à décrire l'état du monde à un moment quelconque à partir de celui où l'enchaînement a débuté.

On cherche généralement, par des considérations théoriques, à prolonger la chaîne aussi loin que possible en arrière, dans le passé, afin que les nombres obtenus comme résultat de l'expérience s'appliquent aussi directement que possible au processus soumis à l'examen. Dans l'exemple que je viens de donner, on pourrait, peut-être, attribuer la formation des ions à une particule  $\beta$ , afin que, comme résultat de l'expérience, on obtînt des nombres représentant la trajectoire d'une particule  $\beta$ .

Cette idée de la nature des résultats des expériences s'accorde parfaitement bien avec la nouvelle théorie des quanta. Cette théorie décrit l'état du monde à un instant quelconque par une fonction d'onde  $\psi$ , qui normalement varie suivant une loi de causalité, de sorte que sa valeur initiale détermine sa valeur à tout instant ultérieur. Il peut arriver, cependant, qu'à un instant donné  $t_1$ ,  $\psi$  puisse être développé en une série de la forme

$$\psi = \sum_n c_n \psi_n,$$

où les  $\psi_n$  sont des fonctions d'onde d'une nature telle qu'elles ne puissent pas interférer entre elles à un instant postérieur à  $t_1$ . Si tel est le cas, l'état du monde à des instants plus éloignés que  $t_1$  sera décrit non pas par  $\psi$  mais par un des  $\psi_n$ . On peut dire que la nature choisit celui des  $\psi_n$  qui convient, puisque la seule information que la théorie donne est que la probabilité d'un quelconque des  $\psi_n$  à choisir est  $|c_n|^2$ . Le choix, une fois fait, est irrévocable et affectera tout l'état futur du monde. La valeur de  $n$  choisie par la nature peut être déterminée par l'expérience et les résultats de toute expérience sont des nombres décrivant de pareils choix de la nature.

Prenez comme exemple le cas d'un simple processus de choc. Le paquet d'ondes représentant l'électron incident est diffusé dans toutes les directions. On doit prendre pour la fonction d'onde après le processus non pas toute l'onde diffusée, mais encore une fois un paquet d'ondes se mouvant dans une direction déterminée. Des résultats d'une expérience convenable on pourrait, en reconstituant en arrière un enchaînement d'événements causalement liés entre eux, déterminer la direction dans laquelle l'électron était diffusé et l'on en conclurait que la nature a choisi cette direction. Si maintenant, on disposait un miroir de manière à réfléchir l'onde électronique diffusée dans une direction  $d_1$ , de façon qu'elle interférât avec l'onde électronique diffusée dans une autre direction  $d_2$ , on ne serait pas capable de distinguer entre le cas où l'électron est diffusé dans la direction  $d_2$  et celui où il est diffusé dans la direction  $d_1$  et réfléchi de nouveau dans le sens  $d_2$ . Alors on ne serait pas capable de constituer la chaîne causale aussi loin et l'on ne saurait pas dire que la nature a choisi une direction dès que le choc s'est produit; ce n'est que plus tard que la nature a choisi l'endroit où l'électron apparaîtrait. L'interférence des  $\psi_n$  oblige la nature à remettre son choix à plus tard.

M. BORN. — Je voudrais faire remarquer, au sujet des considérations de M. Dirac, qu'elles semblent étroitement liées aux idées exprimées dans un travail de mon collaborateur F. von Neumann, qui paraîtra prochainement. L'auteur de ce travail montre que la mécanique des quanta peut être édiflée à l'aide du calcul des probabilités ordinaire à partir d'un petit nombre d'hypothèses formelles; les amplitudes de probabilité et la loi de leur composition n'y jouent pas véritablement un rôle.

M. KRAMERS. — Je pense que la manière la plus élégante d'arriver aux résultats des considérations de M. Dirac nous est donnée par les méthodes qu'il a exposées dans son mémoire dans les *Proc. Roy. Soc.*, sér. A, t. 113, p. 621. Considérons une fonction des coordonnées  $q_1, q_2, q_3$  d'un électron, qui est égale à 1 lorsque le point considéré est situé à l'intérieur d'un certain volume  $V$  de l'espace et égal à zéro pour tout point extérieur, et représentons par  $\psi(q, \alpha)$  et  $\bar{\psi}(\alpha, q)$  les fonctions de transformation qui per-

mettent de transformer une grandeur physique  $F$ , dont la forme est connue comme étant une matrice  $(q', q'')$ , en une matrice  $(\alpha', \alpha'')$ ,  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  étant les premières intégrales de l'équation du mouvement. La fonction  $f$ , écrite comme une matrice  $(q', q'')$ , prendra alors la forme  $f(q') \delta(q' - q'')$ , où  $\delta(q' - q'')$  représente la matrice unité de Dirac. Comme matrice  $(\alpha', \alpha'')$ ,  $f$  prendra alors la forme

$$\begin{aligned} f(\alpha', \alpha'') &= \int \bar{\psi}(x', q') dq' f(q') \delta(q' - q'') dq'' \psi(q'', x'') \\ &= \int_V \bar{\psi}(x', q') dq' \psi(q', x''), \end{aligned}$$

l'intégrale devant être étendue à tout le volume considéré. Les termes en diagonale de  $f(\alpha', \alpha'')$ , qui peut s'écrire sous la forme

$$f(\alpha) = \int \bar{\psi} \bar{\psi} dq,$$

représenteront directement, conformément à l'interprétation des matrices de Dirac, la probabilité que, pour un état du système caractérisé par des valeurs données de  $\alpha$ , les coordonnées de l'électron sont celles d'un point situé à l'intérieur de  $V$ . Comme  $\psi$  n'est autre chose que la solution de l'équation ondulatoire de Schrödinger, nous arrivons d'emblée à l'interprétation de l'expression  $\bar{\psi}\psi$  en discussion.

M. HEISENBERG. — Je ne suis pas d'accord avec M. Dirac quand il dit que dans l'expérience décrite la nature fait un choix. Même si vous vous placez très loin de votre substance dispersante, et si vous mesurez après un temps très long, vous pouvez obtenir des interférences en prenant deux miroirs. Si la nature avait fait un choix, il serait difficile de se figurer comment les interférences se produisent. Évidemment, nous disons que ce choix de la nature ne peut jamais être connu avant que l'expérience décisive ait été faite: pour cette raison, nous ne pouvons faire aucune objection réelle à ce choix, parce que l'expression « la nature fait un choix » n'implique alors aucune constatation physique. Je dirais plutôt, comme je l'ai fait dans mon dernier mémoire, que l'observateur lui-même fait le choix, parce que ce n'est qu'au moment où l'observation est faite que le « choix » est devenu une

réalité physique et que le rapport des phases dans les ondes, le pouvoir d'interférence, est détruit.

M. LORENTZ. — Il y a donc, me semble-t-il, une différence d'opinion fondamentale au sujet de la signification de ces choix faits par la nature.

Admettre la possibilité que la nature fait un choix signifie, je pense, qu'il nous est impossible de savoir d'avance comment les phénomènes se passeront dans l'avenir. C'est donc de l'indéterminisme que vous voulez ériger en principe. D'après vous, il y a des événements que nous ne pouvons prédire, alors que jusqu'ici nous avons toujours admis la possibilité de ces prédictions.

#### Photons.

M. KRAMERS. — M. Brillouin nous a expliqué, lors de la discussion du rapport de M. de Broglie, comment la pression de la lumière s'exerce dans le cas des interférences et qu'il faut supposer une tension auxiliaire. Mais comment la pression de la lumière s'exerce-t-elle dans le cas où elle est si faible qu'il n'y a qu'un photon dans la zone d'interférences ? Et comment obtient-on le tenseur auxiliaire dans ce cas ?

M. DE BROGLIE. — La démonstration de l'existence de ces tensions ne peut être faite que si l'on considère un nuage de photons.

M. KRAMERS. — Et s'il n'y a qu'un photon, comment peut-on rendre compte du changement brusque de quantité de mouvement que subit l'objet réfléchissant ?

M. BRILLOUIN. — Aucune théorie ne donne actuellement la réponse à la question de M. Kramers.

M. KRAMERS. — Il faudrait, sans doute, imaginer un mécanisme compliqué, qui ne peut être déduit de la théorie électromagnétique des ondes ?

M. DE BROGLIE. — La représentation dualiste par corpuscules

et ondes associées ne constitue pas une image définitive des phénomènes. Elle ne permet pas de prévoir les pressions exercées sur les différents points d'un miroir lors de la réflexion d'un seul photon. Elle donne seulement la valeur moyenne de la pression lors de la réflexion d'un nuage de photons.

M. KRAMERS. — Quel avantage voyez-vous à donner une valeur précise à la vitesse  $v$  des photons ?

M. DE BROGLIE. — Cela permet de se représenter la trajectoire suivie par les photons et de préciser le sens de ces entités; on peut ainsi considérer le photon comme un point matériel ayant une position et une vitesse.

M. KRAMERS. — Je ne vois pas bien, pour ma part, l'avantage qu'il y a, pour la description des expériences, à se faire une image où les photons parcourent des trajectoires bien définies.

M. EINSTEIN. — Lors de la réflexion sur un miroir, M. L. de Broglie admet que les photons se déplacent parallèlement au miroir, avec une vitesse  $c \sin \theta$ ; mais que se passe-t-il si l'incidence est normale? Les photons ont-ils alors une vitesse nulle, comme l'exige la formule ( $\theta = 0$ ) ?

M. PICCARD. — Oui. Dans le cas de la réflexion, il faut admettre que la composante parallèle au miroir de la vitesse des photons est invariable. Dans la zone d'interférences, la composante normale au miroir disparaît. Plus l'incidence augmente, plus les photons sont ralentis. On arrive bien ainsi aux photons immobiles dans le cas limite de l'incidence normale.

M. LANGEVIN. — Ainsi donc, dans la zone d'interférences, les photons n'ont plus la vitesse de la lumière; ils n'ont donc pas toujours la vitesse  $c$  ?

M. DE BROGLIE. — Non, dans ma théorie la vitesse des photons n'est égale à  $c$  qu'en dehors de toute zone d'interférences, lorsque la radiation lumineuse se propage seule dans le vide. Dès qu'il y a

des phénomènes d'interférences, la vitesse des photons devient inférieure à  $c$ .

M. DE DONDER. — Je voudrais montrer, sur quelques points, comment les recherches de M. L. de Broglie se rattachent aux miennes.

En identifiant les dix équations du champ gravifique et les quatre équations du champ électromagnétique avec les quatorze équations de la mécanique ondulatoire de L. Rosenfeld, j'ai obtenu <sup>(1)</sup> un *principe de correspondance* qui précise et généralise celui de O. Klein <sup>(2)</sup>.

Dans mon principe de correspondance figurent *le courant quantique* et *le tenseur quantique*. J'en donnerai les formules tantôt; qu'il me suffise de remarquer maintenant que l'exemple de correspondance qu'a exposé M. de Broglie est en harmonie avec mon principe.

M. L. Rosenfeld <sup>(3)</sup> a donné un autre exemple. Ici, la masse est *conservée* et, d'autre part, on a recours au courant quantique. Ajoutons que ce modèle de quantification rentre aussi, comme cas particulier, dans notre principe de correspondance.

M. Lorentz a remarqué, avec quelque étonnement, que l'équation de continuité de l'électricité est conservée dans l'exemple de M. de Broglie. Grâce à notre principe de correspondance <sup>(4)</sup>, et au théorème de comptabilité, de Rosenfeld, on démontre qu'il en sera toujours ainsi pour le courant total (y compris le courant quantique) et pour le théorème de l'impulsion et de l'énergie. Les quatre équations qui expriment ce dernier théorème sont satisfaites en vertu des deux équations quantiques généralisées de de Broglie-Schrödinger.

Encore une petite remarque, pour terminer. M. de Broglie

(1) *Bull. Ac. roy. de Belgique*, Cl. des Sc., 5<sup>e</sup> série, t. XIII, nos 8-9, séance du 2 août 1927, p. 504-509. Voir spéc. équations (5) et (8).

(2) *Zeitschr. f. Phys.*, Bd 41, Heft 617, 1927. Voir spéc. équations (18), p. 414.

(3) L. ROSENFELD, L'Univers à cinq dimensions et la Mécanique ondulatoire (quatrième communication), *Bull. Ac. roy. Belg.*, Cl. des Sc., octobre 1927. Voir spéc. les paragraphes 4 et 3.

(4) TH. DE DONDER, *loc. cit.* Voir spéc. équations (11) et (12).

a dit que les systèmes *relativistes* n'existent pas encore. J'ai donné la théorie des systèmes *continus* ou *holonomes* (1). Mais M. de Broglie attache au mot *système* une autre signification; il a en vue les systèmes à *interactions*, tel l'atome de Bohr, le système des trois corps, etc. J'ai remarqué récemment (2) que la quantification de ces systèmes devait se faire au moyen d'un  $(ds)^2$  pris dans un espace de *configurations* à  $4n$  dimensions,  $n$  désignant le nombre des particules. Dans un travail non encore publié, j'ai étudié des systèmes particuliers dits *additifs*.

M. LORENTZ. — Les tensions dont vous parlez et que vous appelez quantiques sont-elles celles de Maxwell ?

M. DE DONDER. — Nos tensions quantiques doivent renfermer comme cas particulier les tensions de Maxwell; cela résulte de ce que notre principe de correspondance est déduit (en partie, du moins) des équations de Maxwell, et de ce que ces tensions quantiques jouent ici formellement le même rôle que les tensions de l'électrostriction (3) dans la Gravifique einsteinienne. Rappelons, à ce sujet, que notre principe de correspondance est aussi déduit des équations fondamentales de la Gravifique einsteinienne. M. de Broglie a, grâce à ses calculs, retrouvé ainsi les tensions de radiation.

#### Photons et électrons.

M. LANGEVIN fait une comparaison entre les statistiques ancienne et moderne.

Anciennement, on décomposait l'extension en phase en cellules et l'on y évaluait le nombre des points représentatifs en attribuant une individualité à chacun des constituants du système.

Il semble aujourd'hui qu'on doive modifier cette manière de

(1) *C. R. Acad. Sc. Paris*, 21 février 1927, et *Bull. Ac. roy. Belgique*, Cl. des Sc., 7 mars 1927.

(2) *Bull. Ac. roy. Belgique*, Cl. des Sc., 2 août 1927. Voir spéc. form. (22).

(3) Pour plus de détails, voir notre Note : L'électrostriction déduite de la Gravifique einsteinienne, *Bull. Ac. roy. Belgique*, Cl. des Sc., séance du 9 octobre 1926, p. 673-678.

faire en supprimant l'individualité des constituants du système et en y substituant l'individualité des états de mouvement. En supposant qu'un nombre quelconque de constituants du système peuvent avoir le même état de mouvement. on obtient la statistique de Bose-Einstein.

On obtient une troisième statistique, celle de Pauli-Fermi en supposant qu'il ne peut y avoir qu'un seul point représentatif Dirac, dans chaque cellule d'extension en phase.

Le nouveau genre de représentation semble plus adéquat à la conception des photons et particules : puisqu'on leur attribue une complète identité de nature, il paraît indiqué de ne pas s'attacher à leur individualité, mais d'attribuer une individualité aux états de mouvement.

Dans le rapport de MM. Born et Heisenberg, je vois qu'il résulte de la mécanique des quanta que la statistique de Bose-Einstein convient aux molécules, celle de Pauli-Dirac aux électrons et protons. Cela signifie que pour les protons et les molécules il y a superposition, tandis que pour les protons et électrons il y a impénétrabilité. Les particules matérielles se distinguent donc des protons par leur impénétrabilité.

M. HEISENBERG. — Il n'y a pas de raison, en mécanique des quanta, de préférer une statistique à une autre. On peut toujours se servir de diverses statistiques, qui peuvent être considérées comme des solutions complètes du problème de la mécanique quantique. Dans l'état actuel de la théorie la question de l'interaction n'a rien à voir avec la question de statistique.

Nous sentons cependant que la statistique d'Einstein-Bose pourrait convenir le mieux pour les quanta de lumière, la statistique de Fermi-Dirac pour les électrons positifs et négatifs. La statistique pourrait être en rapport avec la différence entre le rayonnement et la matière, ainsi que M. Bohr l'a fait remarquer. Mais il est difficile d'établir un lien entre cette question et le problème de l'interaction. Je mentionnerai simplement la difficulté créée par la gyration des électrons.

M. KRAMERS rappelle les recherches de Dirac sur la statistique, qui ont montré que la statistique de Bose-Einstein peut être exprimée d'une toute autre façon. La statistique des photons,

par exemple, est obtenue en considérant une cavité remplie de rayonnement d'un corps noir comme un système ayant une infinité de degrés de liberté. Si l'on quantifie ce système selon les règles de la mécanique quantique et qu'on applique la statistique de Boltzmann, on arrive à la formule de Planck, qui est équivalente à une statistique de Bose-Einstein appliquée aux photons.

Jordan a montré qu'une modification formelle de la méthode de Dirac permet d'arriver également à une distribution statistique qui est équivalente à la statistique de Fermi. Cette méthode est suggérée par le principe d'exclusion de Pauli.

M. DIRAC fait observer que cette modification, considérée d'un point de vue général, est bien artificielle. La statistique de Fermi n'est pas établie exactement sur les mêmes bases que la statistique d'Einstein-Bose, puisque la voie naturelle de quantification des ondes conduit précisément à la dernière statistique pour les particules associées à ces ondes. Pour obtenir la statistique de Fermi, Jordan a dû employer une singulière méthode de quantification des ondes, choisie spécialement de façon à donner le résultat voulu. Il y a dans le travail de Jordan des erreurs mathématiques qui n'ont pas encore été redressées.

M. KRAMERS. — J'accorde volontiers que le traitement de Jordan ne semble pas aussi naturel que la manière dont M. Dirac quantifie la solution de l'équation de Schrödinger. Toutefois, nous ne comprenons pas encore pourquoi la nature exige cette quantification et nous pouvons espérer qu'on trouvera un jour la raison profonde pour laquelle il est nécessaire de quantifier de telle façon dans un cas et d'une autre manière dans l'autre.

M. BORN. — Une différence essentielle entre l'ancienne théorie de Debye, dans laquelle les vibrations caractéristiques de la cavité noire sont traitées comme des oscillateurs de Planck, et la théorie nouvelle est celle-ci, que toutes deux fournissent bien exactement la formule du rayonnement de Planck (pour la densité moyenne du rayonnement), mais que l'ancienne théorie conduit à des valeurs inexactes pour les fluctuations locales du rayonnement, tandis que la nouvelle théorie donne exactement ces valeurs.

M. HEISENBERG. — D'après les expériences, les protons et les électrons ont tous deux une quantité de mouvement de rotation et obéissent aux lois de la statistique de Fermi-Dirac; ces deux points semblent être connexes. Si l'on prend deux particules ensemble, si l'on demande, par exemple, quelle statistique on doit appliquer à un gaz formé d'atomes d'hydrogène, on trouve que c'est la statistique de Bose-Einstein qui est la bonne, parce qu'en permutant deux atomes H, nous permutons un électron positif et un électron négatif, de sorte que nous changeons la fonction de Schrödinger *deux fois* de signe. En d'autres termes, la statistique de Bose-Einstein est valable pour tout gaz formé de molécules neutres, ou plus généralement constitué par des systèmes dont la charge est un multiple pair de  $e$ . Si la charge du système est un multiple impair de  $e$ , c'est la statistique de Fermi-Dirac qui s'applique à un assemblage de ces systèmes.

Le noyau de He n'a pas de mouvement de rotation et une réunion de noyaux de He obéit aux lois de la statistique de Bose-Einstein.

M. FOWLER demande si les fins détails de structure des bandes de l'hélium s'accordent mieux avec l'idée que nous n'avons que des états symétriques de rotation des noyaux d'hélium qu'avec l'idée que nous avons uniquement des états antisymétriques.

M. HEISENBERG. — Dans les bandes de l'hélium, le fait que chaque seconde raie disparaît nous apprend que le noyau de He n'est pas animé d'un mouvement de gyration. Mais il n'est pas encore possible de décider expérimentalement, en s'appuyant sur ces bandes, si c'est la statistique de Bose-Einstein ou celle de Fermi-Dirac qu'il faut appliquer au noyau de He.

M. SCHRÖDINGER. — Vous avez parlé d'une preuve expérimentale en faveur de l'hypothèse que le proton est animé d'un mouvement de gyration tout comme l'électron et que les protons obéissent à la loi de la statistique de Fermi-Dirac. A quelle preuve faites-vous allusion?

M. HEISENBERG. — La preuve expérimentale est fournie par

le travail de Dennison (1) sur la chaleur spécifique de la molécule d'hydrogène, travail basé sur les recherches de Hund relatives aux spectres de bandes de l'hydrogène.

Hund trouva un bon accord de son schéma théorique avec les travaux expérimentaux de Dilke, Hopfield et Richardson, moyennant les hypothèses mentionnées par M. Schrödinger. Mais pour la chaleur spécifique, il trouva une courbe fort différente de la courbe expérimentale. La courbe expérimentale de la chaleur spécifique semblait plutôt plaider en faveur de la statistique de Bose-Einstein. Mais la difficulté a été élucidée par le mémoire de Dennison, qui montra que les systèmes de termes « symétriques » et « antisymétriques » (par rapport aux protons) ne se combinent pas dans le temps nécessaire pour réaliser l'expérience. A basse température, il se produit un passage à peu près tous les trois mois. Le rapport des poids statistiques des systèmes de termes symétrique et antisymétrique est 1 : 3, comme dans l'atome d'hélium. Mais aux basses températures la chaleur spécifique doit être calculée comme si l'on avait un mélange de deux gaz, un gaz « ortho » et un gaz « para ». Si l'on voulait faire des expériences sur la chaleur spécifique avec un gaz hydrogène, conservé à basse température pendant plusieurs mois, le résultat serait totalement différent du résultat ordinaire.

M. EHRENFEST désire formuler une question qui a quelque rapport avec des expériences récentes de M. Langmuir sur le mouvement désordonné des électrons dans le passage de l'électricité à travers un gaz.

Dans l'interdiction de Pauli (Pauliverbot) bien connue, on introduit (du moins encore dans le langage de l'ancienne théorie des quanta) une relation d'incompatibilité particulière entre les mouvements quantiques des diverses particules d'un même système, sans qu'on parle explicitement du rôle éventuellement joué par des forces agissant entre ces particules. Or, supposez qu'à travers une petite ouverture on laisse passer des particules qui n'exercent, pour ainsi dire, pas de forces les unes sur les autres, d'un grand espace dans une petite boîte limitée par des

---

(1) *Proc. Roy. Soc.*, sér. A. t. 114, 1927, p. 483.

parois tout à fait rigides et de forme compliquée, de sorte que les particules ne retrouvent l'ouverture pour sortir de la boîte qu'au bout d'un temps assez long. Si, avant l'entrée dans la boîte, les particules n'avaient presque pas de mouvements les unes par rapport aux autres, l'interdiction de Pauli intervient. Auront-elles, après leur sortie, des énergies fort différentes, indépendamment de la faiblesse des actions mutuelles entre les particules ? Ou bien quel rôle ces forces jouent-elles dans la production de l'incompatibilité de Pauli (choix des solutions antisymétriques de l'équation ondulatoire) ?

M. HEISENBERG. — La difficulté de l'expérience de M. Ehrenfest est la suivante : les deux électrons doivent avoir des énergies différentes. Si l'énergie d'interaction des deux électrons est très petite, le temps  $\tau_1$  nécessaire aux électrons pour échanger une quantité d'énergie appréciable est très long. Mais pour trouver expérimentalement dans quel état, symétrique ou antisymétrique, se trouve le système des deux électrons dans la boîte, nous avons besoin d'un certain temps  $\tau_2$  qui est au moins  $\sim \frac{1}{\nu}$ , si  $h\nu$  est la différence des états symétrique et antisymétrique. Par conséquent,  $\tau_1 \sim \tau_2$  et la difficulté disparaît.

M. RICHARDSON. — La preuve d'une gyration du noyau est beaucoup plus complète que M. Heisenberg vient de le dire. J'ai eu récemment l'occasion de classer un grand nombre des raies des bandes visibles du spectre de la molécule  $H_2$ . Un des traits caractéristiques de ce spectre est une alternance bien marquée dans l'intensité des raies successives. Les intensités des raies de ce spectre furent mesurées récemment par Mac Lennan, Grayson-Smith et Collins. Malheureusement, un grand nombre de ces raies se recouvrent mutuellement, de sorte que les mesures d'intensité ne doivent être admises qu'avec réserve.

Mais néanmoins, on peut dire, je pense, sans crainte de se tromper, que toutes les bandes qui sont suffisamment bien développées et qui sont suffisamment exemptes d'influences des raies les unes sur les autres, de sorte qu'on peut avoir confiance dans les mesures d'intensité, ont des raies, généralement numérotées 1, 3, 5, ..., trois fois plus intenses intrinsèquement que les

raies intermédiaires, généralement numérotées 2, 4, 6, .... Par intensité intrinsèque, j'entends celle que l'on obtient après avoir tenu compte des effets de température et de nombre quantique (et aussi, évidemment, des effets de recouvrement par d'autres raies, là où il est possible d'en tenir compte) sur l'intensité. En d'autres termes, je veux dire que la constante  $c$  de la formule d'intensité

$$J = c \left( m + \frac{1}{2} \right) e^{-\frac{(m+\frac{1}{2})^2 K^2}{4\pi K^2 T}},$$

où  $m$  est le numéro de la raie et  $K$  le moment d'inertie de la molécule, est trois fois plus grand pour les raies à numéros impairs que pour celles à numéros pairs. Cela signifie que le rapport 3 : 1 s'applique avec une précision de 5 pour 100 environ pour au moins 5 états de vibration différents d'un état d'excitation à 3 électrons. Il s'applique aussi à un autre état, qui est probablement  $3^1 P$  si les autres sont  $3^3 P$ . Il est démontré aussi, mais d'une façon moins précise, qu'il s'applique à deux états de vibration différents d'un état d'excitation à 4 électrons.

Il y a donc, à présent, des preuves expérimentales en quantité que cette gyration nucléaire subsiste à travers les différents états d'excitation de la molécule d'hydrogène.

M. LANGMUIR. — Il a été question souvent de similitude dans les relations entre les ondes lumineuses et les photons d'une part, les ondes de de Broglie et les électrons d'autre part. Jusqu'à quel point cette analogie peut-elle être développée ? Il y a beaucoup de correspondances remarquables, mais je désirerais voir examiner aussi s'il n'y a pas de différences fondamentales entre ces relations. Ainsi, par exemple, un électron est caractérisé par une charge invariable. Y a-t-il une propriété invariable du photon qui puisse être mise en regard de la charge de l'électron ? La vitesse de l'électron est variable; celle du photon l'est-elle aussi ? La théorie électromagnétique de la lumière a suggéré une multitude d'expériences qui ont considérablement accru nos connaissances. La théorie ondulatoire de l'électron explique les beaux résultats de Davisson et Germer. Est-il permis d'espérer que cette théorie sera aussi fertile en suggestions expérimentales que l'a été la théorie ondulatoire de la lumière ?

M. EHRENFEST. — Quand on examine un système d'ondes planes d'une lumière à polarisation elliptique en se plaçant dans divers systèmes de coordonnées en mouvement, ces ondes présentent le même degré d'ellipticité, quel que soit le système dans lequel on se place. Je voudrais demander si, pour passer du langage des ondes à celui des photons, on doit attribuer à chaque photon une polarisation elliptique (linéaire ou circulaire dans les cas limites)? Si la réponse est affirmative, on doit, eu égard à l'invariance du degré d'ellipticité en relativité, distinguer autant d'espèces de photons qu'il y a de degrés d'ellipticité. Cela donnerait, me semble-t-il, une nouvelle différence entre le photon et l'électron tournant. Si, par contre, on veut conserver avant tout l'analogie avec cet électron, on se heurte, à ce qu'il me semble, à deux difficultés :

1<sup>o</sup> Comment faut-il alors décrire dans le langage des photons la lumière linéairement polarisée ? (Il est instructif, sous ce rapport, de songer à la façon dont les deux composantes linéairement polarisées qu'une flamme présentant l'effet Zeeman émet perpendiculairement au champ magnétique, sont absorbées par une seconde flamme placée dans un champ magnétique d'orientation antiparallèle.)

M. Zeeman, à qui j'ai posé la question, eut l'obligeance de faire l'expérience il y a un an à peu près et il put constater que l'absorption est la même dans des champs parallèles et antiparallèles, comme on pouvait le prédire, d'ailleurs, par des considérations de continuité.

2<sup>o</sup> Pour les électrons qui se meuvent toujours avec une vitesse inférieure à celle de la lumière, l'universalité de la gyration peut s'exprimer par ceci qu'on transforme le tenseur antisymétrique correspondant par rapport à un système de coordonnées entraîné avec l'électron dans son mouvement de translation (« au repos »). Mais les photons se meuvent toujours avec la vitesse de la lumière !

M. COMPTON. — La lumière peut-elle être polarisée elliptiquement lorsque le photon a un moment angulaire ?

M. EHRENFEST. — Parce que les photons se meuvent avec la vitesse de la lumière, je ne comprends pas bien ce que cela signifie,

quand on dit que chaque photon a, tout comme un électron, un moment angulaire universel.

Permettez-moi de rappeler encore une autre propriété des photons. Lorsque deux photons se meuvent dans des directions qui ne sont pas exactement les mêmes, on peut dire tout à fait arbitrairement que l'un des photons est un radio-photon et l'autre un photon de rayon gamma, ou inversement. Cela dépend tout simplement du système de coordonnées mouvant auquel on rapporte ce couple de photons.

M. LORENTZ. — Pouvez-vous les rendre identiques par une pareille transformation ?

M. EHRENFEST. — Parfaitement. S'ils se meuvent dans des directions différentes. On peut alors leur donner la même couleur en prenant un système de référence convenable. Ce n'est que dans le cas où leurs trajectoires universelles sont exactement parallèles que le rapport de leurs fréquences reste invariant.

M. PAULI. — Le fait que l'électron tournant peut prendre dans le champ deux orientations permises par les quanta semble nous engager tout d'abord à le comparer au fait qu'il y a, pour une direction de propagation déterminée des quanta de lumière, deux vibrations caractéristiques du rayonnement noir, distinctes par leur polarisation. Il reste cependant des différences essentielles entre les deux cas. Tandis qu'en relativité on décrit les ondes par un vecteur sextuple (réel)  $F_{ix} = -F_{xi}$ , on a proposé pour l'électron tournant les deux modes de description suivants des ondes de de Broglie associées : 1° On décrit ces ondes par deux fonctions complexes  $\psi_\alpha, \psi_\beta$  (donc par quatre fonctions réelles); mais ces fonctions ne se transforment que d'une façon fort peu intuitive lors du passage d'un système de coordonnées à un autre. C'est là la voie que j'ai suivie moi-même. Ou bien : 2° On introduit à l'instar de Darwin un vecteur *quadruple* à composantes en général complexes (donc en tout huit fonctions réelles). Mais ce procédé a l'inconvénient que ce vecteur implique une indétermination, parce que tous les résultats contrôlables ne dépendent que de *deux* fonctions complexes.

Ces deux modes de description sont mathématiquement équivalents, mais indépendamment de ce qu'on se décide pour l'un ou

pour l'autre, il me semble qu'on ne saurait parler d'une *simple* analogie entre la polarisation des ondes lumineuses et la polarisation des ondes de de Broglie associées à l'électron tournant.

Une autre différence essentielle entre les électrons et les quanta de lumière est celle-ci, qu'entre les quanta de lumière il n'existe pas d'action réciproque directe (immédiate), alors que les électrons, du fait qu'ils portent une charge électrique, exercent les uns sur les autres des actions mutuelles directes.

M. DIRAC. — Je voudrais attirer l'attention sur un important défaut d'analogie entre la gyration des électrons et la polarisation des photons. Dans la théorie actuelle de l'électron tournant, on admet que l'on peut indiquer la direction de l'axe de rotation d'un électron en même temps que sa position, ou en même temps que sa quantité de mouvement. La variable caractérisant la gyration de l'électron change donc avec ses coordonnées et avec les variables de la quantité de mouvement. Il en est autrement des photons. On peut indiquer une direction de polarisation pour des ondes planes de lumière monochromatique, représentant des photons ayant une quantité de mouvement donnée, de sorte que la variable de la polarisation doit changer avec les variables de la quantité de mouvement. D'un autre côté, si la position du photon est déterminée, cela signifie qu'une perturbation électromagnétique est confinée à un instant donné dans un volume très petit et l'on ne peut pas attribuer une polarisation déterminée à cette perturbation, c'est-à-dire une direction déterminée au vecteur électrique. La variable de polarisation d'un photon ne change donc pas avec ses coordonnées.

M. LORENTZ. — Il s'agit, dans ces différentes théories, de la probabilité  $\psi\psi^*$ . Je voudrais bien voir clairement comment cette probabilité peut exister quand des particules se meuvent d'une manière bien définie et suivant certaines lois. Dans le cas des électrons, cela nous conduit à la question des mouvements dans le champ  $\psi$  (de Broglie). Mais la même question se pose pour les quanta de lumière. Les photons permettent-ils de retrouver toutes les propriétés classiques des ondes ? Peut-on représenter par des photons l'énergie, la quantité de mouvement et le vecteur de Poynting ? On voit immédiatement que quand on a une densité

d'énergie et un transport d'énergie, si l'on veut expliquer cela par des photons, le nombre des photons par unité de volume donne la densité et le nombre des photons qui se déplacent par seconde à travers l'unité de surface donne le vecteur de Poynting.

Les photons devront donc se mouvoir avec une vitesse différente de celle de la lumière. Si l'on voulait attribuer aux photons toujours la même vitesse  $c$ , on devrait dans quelques cas admettre une superposition de plusieurs courants de photons. Ou bien on devrait admettre que les photons ne peuvent pas servir à représenter toutes les composantes du tenseur énergie-quantité de mouvement. Il faut qu'une partie des termes soit continue dans le champ. Ou bien les photons sont fondus.

A cela se rattache la question de savoir si les photons peuvent avoir une autre vitesse que celle de la lumière et s'ils peuvent même être en repos. Cela me déplairait tout à fait. Pourrions-nous parler de ces photons et de leur mouvement dans un champ de rayonnement ?

M. DE BROGLIE. — Lorsque j'ai cherché à relier le mouvement des photons à la propagation des ondes  $\psi$  de la nouvelle mécanique, je ne me suis pas préoccupé de mettre ce point de vue en accord avec la conception électromagnétique des ondes lumineuses, et j'ai uniquement envisagé les ondes  $\psi$  à caractère scalaire dont on fait habituellement usage jusqu'à présent.

M. LORENTZ. — Pour les photons aussi on aura besoin de ces ondes. Sont-elles de nature différente des ondes lumineuses ? Il me plairait moins de devoir introduire deux sortes d'ondes.

M. DE BROGLIE. — On ne sait pas du tout actuellement quelle est la nature physique de l'onde  $\psi$  des photons. Peut-on chercher à l'identifier avec l'onde électromagnétique ? C'est là une question qui reste ouverte. En tout cas, on peut chercher provisoirement à développer une théorie des photons en les associant à des ondes  $\psi$ .

M. LORENTZ. — La vitesse de l'onde est-elle égale à celle de la lumière ?

M. DE BROGLIE. — Dans ma théorie, la vitesse des photons est

égale à  $c$ , sauf dans les champs d'interférence. D'une façon générale, je trouve qu'il faut attribuer à un corpuscule en mouvement une masse propre  $M_0$  donnée par la formule

$$M_0 = \sqrt{m_0^2 - \frac{h^2}{4\pi^2 c^2} \frac{\square a}{a}},$$

la fonction  $\frac{\square a}{a}$  étant calculée au point où se trouve le mobile au moment considéré ( $a$  est l'amplitude de l'onde  $\psi$ ). Pour les photons, on a

$$m_0 = 0.$$

Donc, lorsqu'un photon se déplace librement, c'est-à-dire est associé à une onde plane ordinaire,  $M_0$  est nul et, pour avoir une énergie finie, le photon doit posséder la vitesse  $c$ . Mais, quand il y a interférence,  $\frac{\square a}{a}$  devient différent de zéro,  $M_0$  cesse d'être nul et le photon, pour conserver la même énergie, doit avoir une vitesse inférieure à  $c$ , vitesse qui peut même être nulle.

M. LORENTZ. — Le terme  $\frac{\square a}{a}$  doit être négatif, autrement la masse deviendrait imaginaire.

M. DE BROGLIE. — Dans la conception corpusculaire de la lumière, l'existence des phénomènes de diffraction qui se produisent au bord d'un écran oblige à admettre que, dans ce cas, la trajectoire des photons est courbe. Les partisans de la théorie de l'émission disaient que le bord de l'écran exerce une force sur le corpuscule. Or, si dans la nouvelle mécanique telle que je la développe, on écrit les équations de Lagrange pour le photon, on voit apparaître au second membre de ces équations un terme proportionnel au gradient de  $M_0$ .

Ce terme représente une sorte de force d'un genre nouveau qui existe seulement quand la masse propre est variable, c'est-à-dire là où il y a des interférences. C'est cette force qui courberait la trajectoire du photon quand son onde  $\psi$  est diffractée par le bord d'un écran.

De plus, les mêmes équations de Lagrange conduisent à retrouver pour un nuage de photons les tensions internes signalées par

MM. Schrödinger et De Donder. On trouve, en effet, les relations

$$\frac{d}{dx^k} [T^{ik} - \Pi^{ik}] = 0,$$

où le tenseur  $T^{ik}$  est le tenseur énergie-quantité de mouvement des corpuscules

$$T^{ik} = \varphi_0 u^i u^k.$$

Le tenseur  $\Pi^{ik}$ , qui dépend des dérivées de l'amplitude de l'onde  $\psi$  et est nul quand cette amplitude est constante, représente des tensions existant dans le nuage de corpuscules et ces tensions permettent de retrouver la valeur de la pression de radiation dans le cas de la réflexion de la lumière par un miroir.

Le tenseur  $T^{ik} + \Pi^{ik}$  est certainement apparenté au tenseur de Maxwell mais, pour bien voir de quelle façon, il faudrait pouvoir préciser le rapport existant entre l'onde  $\psi$  des photons et l'onde lumineuse électromagnétique.

M. PAULI. — Il me semble que la conception de M. de Broglie, en ce qui concerne les résultats statistiques de l'expérience de choc, est bien d'accord avec la théorie de Born dans le cas de chocs élastiques, mais qu'il n'en est plus ainsi lorsque l'on considère aussi des chocs non élastiques. Je voudrais illustrer cela par l'exemple du rotateur, qui fut déjà mentionné par M. de Broglie lui-même. Ainsi que Fermi <sup>(1)</sup> l'a montré, le traitement par la mécanique ondulatoire du problème du choc d'une particule qui se meut dans le plan  $(x, y)$  et d'un rotateur situé dans le même plan peut être rendu clair de la manière suivante. On introduit un espace de configuration à trois dimensions dont deux coordonnées correspondent aux  $x$  et  $y$  de la particule qui entre en collision, tandis que comme troisième coordonnée on choisit l'angle  $\varphi$  du rotateur. Dans le cas où il n'y a pas d'action mutuelle entre le rotateur et la particule, la fonction  $\psi$  du système total est donnée par

$$\psi(x, y, \varphi) = A e^{2\pi i \left[ \frac{p_x x + p_y y + p_\varphi \varphi}{h} - \nu t \right]},$$

(1) *Zeitschr. f. Phys.*, t. 40, 1916, p. 399.

où l'on a posé

$$p_{\varphi} = m \frac{h}{2\pi} \quad (m = 0, 1, 2, \dots).$$

En particulier, l'oscillation sinusoïdale de la coordonnée  $\varphi$  correspond à un état stationnaire du rotateur. La superposition de plusieurs ondes partielles de cette espèce, correspondant à des valeurs différentes de  $m$  et par conséquent de  $\varphi$ , signifie, d'après Born, que pour plusieurs états stationnaires du rotateur il y a une probabilité différente de zéro, tandis que, d'après la manière de voir de M. de Broglie, le rotateur n'a plus, dans ce cas, une vitesse angulaire constante et peut exécuter aussi des oscillations dans certaines circonstances.

Or, si dans le cas d'une énergie d'interaction finie entre la particule choquante et le rotateur, nous étudions le phénomène de la collision au moyen de l'équation des ondes de l'espace  $(x, y, \varphi)$ , le résultat peut, d'après Fermi, être interprété très simplement. En effet, comme cette énergie d'interaction dépend de l'angle  $\varphi$  d'une façon périodique et disparaît à grande distance du rotateur, c'est-à-dire de l'axe  $\varphi$ , nous n'avons affaire dans l'espace  $(x, y, \varphi)$  qu'à une onde qui tombe sur un réseau et, notamment, sur un réseau qui est illimité dans la direction de l'axe  $\varphi$ . A grande distance du réseau des ondes ne sortent que dans des directions déterminées de l'espace de configuration, caractérisées par des valeurs entières de la différence  $m' - m''$ . Fermi a montré que les divers ordres du spectre correspondent simplement aux divers modes possibles de communication d'énergie de la particule choquante au rotateur, ou inversement. A chaque ordre du spectre de réseau correspond donc un état stationnaire déterminé du rotateur après le choc.

C'est, toutefois, un point essentiel que, dans le cas où le rotateur se trouve dans un état stationnaire avant le choc, l'onde incidente est illimitée dans la direction de l'axe. Pour cette raison, les spectres de réseau des divers ordres se superposeront toujours en chaque point de l'espace de configuration. Si nous calculons donc, d'après les préceptes de M. de Broglie, la vitesse angulaire du rotateur après le choc, nous devons trouver que cette vitesse n'est pas constante. Si l'on avait admis que l'onde incidente est illimitée dans la direction de l'axe  $\varphi$ , il en aurait été de même avant le choc. La manière de voir de M. de Broglie ne me

semble donc pas compatible avec l'exigence du postulat de la théorie des quanta, que le rotateur se trouve dans un état stationnaire aussi bien avant le choc qu'après.

Cette difficulté ne me paraît pas du tout fortuite et ne me paraît pas non plus inhérente à l'exemple particulier du rotateur; elle provient, à mon avis, directement de la condition posée par M. de Broglie, que dans le processus individuel du choc, le comportement des particules soit complètement déterminé et puisse en même temps être décrit complètement par la cinématique ordinaire dans l'espace-temps. Dans la théorie de Born, la concordance avec le postulat des quanta est réalisée ainsi, que les diverses ondes partielles dans l'espace de configuration, dont se compose la solution générale de l'équation des ondes après le choc, sont indiquées *séparément* par voie statistique. Mais cela n'est plus possible dans une théorie qui, en principe, considère comme possible d'éviter l'application des notions de probabilité aux processus de choc *individuels*.

M. DE BROGLIE. — Le problème de Fermi n'est pas du même genre que ceux que je traitais tout à l'heure; il fait, en effet, intervenir l'espace de configuration et non l'espace ordinaire.

La difficulté signalée par M. Pauli a son analogue en optique classique. On ne peut parler de faisceau diffracté par un réseau dans une direction donnée que si le réseau et l'onde incidente sont limités latéralement, car autrement tous les faisceaux diffractés chevaucheraient et seraient noyés dans l'onde incidente. Dans le problème de Fermi, il faut aussi supposer l'onde  $\psi$  limitée latéralement dans l'espace de configuration.

M. LORENTZ. — La question est de savoir ce qu'une particule doit faire quand elle est plongée dans deux ondes à la fois.

M. DE BROGLIE. — Toute la question est de savoir si l'on a le droit de supposer l'onde  $\psi$  limitée latéralement dans l'espace de configuration. Si l'on a ce droit, la vitesse du point représentatif du système aura une valeur constante et correspondra à un état stationnaire du rotateur dès que les ondes diffractées par l'axe des  $\varphi$  se seront séparées du faisceau incident.

On peut dire qu'il n'est pas possible de supposer le faisceau incident limité latéralement parce que l'espace de configuration de Fermi est formé par la superposition dans le sens de l'axe des  $\varphi$  de couches *identiques* de hauteur  $2\pi$ ; en d'autres termes, deux points de l'espace de configuration situés sur une même parallèle à l'axe des  $\varphi$  et distants d'un multiple entier de  $2\pi$  représentent le *même* état du système. A mon avis, cela prouve surtout le caractère artificiel des espaces de configuration et en particulier de celui que l'on obtient ici en déroulant suivant une droite la variable cyclique  $\varphi$ .

M. DE DONDER. — Au cours de la discussion du Rapport de M. L. de Broglie, nous avons expliqué comment nous avons obtenu notre Principe de Correspondance; grâce à ce principe, on aura <sup>(1)</sup>

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{(a)} u^a - \Lambda^a &= \sqrt{-g} K^{\alpha\beta} \sum_n \frac{-h}{2i\pi} g^{\alpha n} (\psi \bar{\psi}_{,n} - \bar{\psi} \psi_{,n}) - \alpha \frac{e}{c} \Phi^{\alpha\beta} \bar{\psi} \psi, \\ \mathcal{P}_{(m)} u^a u^b - \Pi^{ab} &= \sqrt{-g} \sum_{\alpha} \sum_{\beta} \gamma^{\alpha\alpha} \gamma^{\beta\beta} (\psi_{,\alpha} \bar{\psi}_{,\beta} + \bar{\psi}_{,\alpha} \psi_{,\beta}) - \gamma^{ab} L, \\ &(a, b, n = 1, \dots, 4; \alpha, \beta = 0, 1, \dots, 4). \end{aligned}$$

La première relation représente *le courant total* ( $\equiv$  courant électronique + courant quantique) en fonction de  $\psi$  et des potentiels  $g^{an}$ ,  $\Phi^a$ . La deuxième relation représente *le tenseur total* ( $\equiv$  tenseur massique + tenseur quantique) en fonction de  $\psi$  et des potentiels  $g^{an}$ ,  $\Phi^a$ . Rappelons que l'on a posé

$$\begin{aligned} L &= \sum_{\alpha} \sum_{\beta} \gamma^{\alpha\beta} \psi_{,\alpha} \bar{\psi}_{,\beta} + k^2 \left( \mu^2 - \frac{1}{2\chi} \right) \psi \bar{\psi}, \\ \gamma^{ab} &= g^{ab}, \quad \gamma^{0a} = -\alpha \Phi^a, \quad \gamma^{00} = \alpha^2 \Phi^a \Phi_a - \frac{1}{\xi}, \\ \xi \alpha^2 &\equiv 2\chi, \quad \chi = \frac{8\pi G}{c^2}, \quad G = 6,7 \cdot 10^{-8} \text{ G. G. S.} \end{aligned}$$

Nous avons déjà dit un mot des exemples (ou modèles) de corres-

(1) J'adopte ici les notations de L. Rosenfeld, afin de faciliter la comparaison avec ses formules, données plus loin.

pondance trouvés respectivement par L. de Broglie et L. Rosenfeld. Afin de pouvoir indiquer clairement une nouvelle solution du problème relatif aux *photons* que vient de poser M. L. de Broglie, je vais mettre en regard les formules concernant les deux modèles susmentionnés <sup>(1)</sup>.

*Modèle de L. de Broglie*

Courant quantique  $\Lambda_{\mu} = 2$ .

Densité électrique  $\rho_{(e)} = 2 K^2 \Lambda^2 \mu^2$ ,

où l'on a posé

$$\mu^2 = \mu^2 + \frac{\square \Lambda'}{K^2 \Lambda'}$$

ce qui revient, en conservant la charge  $e$ , à substituer à la masse  $m_0$  la masse modifiée de L. de Broglie :

$$M_0 = \sqrt{m_0^2 + \frac{h^2}{4\pi^2 c^2} \frac{\square \Lambda'}{\Lambda'}}$$

*Modèle de L. Rosenfeld.*

Courant quantique  $\Lambda_{\mu} = 2 K^2 \Lambda'^2 C_{,\mu}$ ,

où  $\Lambda'$  est le module de  $\Psi$  et où le potentiel  $C \equiv S' - S$ . La fonction  $S$  satisfait à l'équation *classique* de Jacobi; la fonction  $S'$  satisfait à l'équation *modifiée* de Jacobi; on a donc

$$\gamma^{\alpha\beta} S_{,\alpha} S_{,\beta} = \mu^2 - \frac{1}{2\lambda},$$

$$\gamma^{\alpha\beta} S'_{,\alpha} S'_{,\beta} = \mu^2 - \frac{1}{2\lambda} - \frac{\square \Lambda'}{K^2 \Lambda'}$$

Le potentiel quantique  $C$  produit la *différence* entre la quantification *physique* et la quantification *géométrique*.

Rappelons que  $\mu \equiv \frac{m_0 c^2}{e}$ , où  $m_0$  et  $e$  sont respectivement la masse (au repos) et la charge de la particule considérée. On a posé aussi

$$k \equiv i K = i \frac{2\pi e}{h \cdot c}$$

Densité électrique  $\rho_{(e)} = 2 K^2 \Lambda'^2 \mu$ .

Ici on conserve donc, à la fois, la masse  $m_0$  et la charge  $e$ .

(1) L. ROSENFELD, « L'Univers à cinq dimensions et la Mécanique ondulatoire », *Bull. Ac. roy. Belgique*, Cl. des Sc., octobre 1927. Voir successivement les formules (\*38'), (\*31), (\*27), (21), (1), (8), (35), (28), (29), (\*35).

Appliquons respectivement ces formules au problème du photon indiqué par M. L. de Broglie. La masse *propre*  $m_0$  du photon est *nulle*; dans le modèle de M. L. de Broglie, cette masse doit être remplacée par la masse *modifiée*  $M_0$ ; au contraire, dans le modèle de M. L. Rosenfeld, on n'utilise que la masse *propre*  $m_0 = 0$ . Dans les deux modèles, la densité électrique  $\rho_{(e)}$  est nulle. Enfin, dans le premier modèle, la vitesse du photon *doit* varier; au contraire, dans le second modèle, on peut admettre que cette vitesse est constamment celle de la lumière. Ces conclusions plaident évidemment en faveur du modèle de L. Rosenfeld, et, par conséquent, aussi en faveur de l'existence *physique* de notre courant quantique  $\Lambda^a (a = 1, 2, 3, 4)$ . Ce courant jouera probablement un rôle prépondérant dans des phénomènes optiques encore inexplicables <sup>(1)</sup>.

M. LORENTZ. — Prenons un atome d'hydrogène et formons la fonction de Schrödinger. Nous considérons  $\psi\psi^*$  comme la probabilité de la présence de l'électron dans un élément de volume. M. Born a parlé de toutes les trajectoires dans la théorie classique; prenons-les dans toutes les phases possibles, mais prenons maintenant le  $\psi$  correspondant à une seule valeur  $W_n$  de l'énergie, puis formons le  $\psi\psi^*$ . Peut-on dire que ce produit  $\psi_n\psi_n^*$  représente la probabilité que ces électrons se meuvent avec cette énergie déterminée  $W_n$ ? Nous pensons que l'électron ne peut pas sortir d'une certaine sphère. L'atome est limité, tandis que  $\psi$  s'étend à l'infini. Cela est désagréable.

M. BORN. — L'idée que  $\psi\psi^*$  représente une densité de probabilité a une grande importance dans les applications. Si, par exemple, un électron avait dans la théorie classique deux positions d'équilibre séparées par une énergie potentielle considérable, il ne pourrait jamais se produire, classiquement, pour une énergie totale suffisamment faible, qu'une oscillation autour d'une des

---

(1) M. L. BRILLOUIN a bien voulu me signaler, à ce sujet, les expériences de M. F. WOLFERS : *Sur un nouveau phénomène en optique; interférences par diffusion* (*Le Journal de Physique et le Radium*, série VI, tome 6, n° 11, novembre 1925, p. 354-368).

deux positions d'équilibre. Mais, d'après la mécanique des quanta, chaque fonction caractéristique s'étend d'un domaine dans l'autre; pour cette raison, il existe toujours une probabilité qu'une particule qui vibre d'abord dans le voisinage d'une des positions d'équilibre saute à l'autre. Hund en a fait des applications importantes à la structure moléculaire. Ce phénomène joue probablement aussi un rôle dans l'explication de la conduction métallique.

M. DE BROGLIE. — Dans l'ancienne théorie du mouvement d'un électron dans l'atome d'hydrogène, l'électron d'énergie totale

$$W = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} - \frac{e^2}{r}$$

ne peut sortir de la sphère de rayon

$$R = - \frac{e^2}{W - m_0 c^2}$$

parce que la valeur du terme  $\frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}$  a pour limite inférieure  $m_0 c^2$ .

Dans ma conception, il faut prendre pour expression de l'énergie

$$W = \frac{M_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} - \frac{e^2}{r},$$

où  $M_0$  est la masse propre variable que j'ai déjà définie. Le calcul montre que la masse propre  $M_0$  diminue quand  $r$  augmente, de telle façon que l'électron d'énergie  $W$  n'est plus du tout astreint à se trouver à l'intérieur de la sphère de rayon  $R$ .

M. BORX. — Contrairement à l'opinion de M. Schrödinger, que c'est un non-sens que de parler de situation et de mouvement de l'électron dans l'atome, M. Bohr et moi nous sommes d'avis que cette façon de dire a toujours un sens, quand on peut indiquer une expérience permettant de mesurer les coordonnées et les vitesses avec une certaine approximation.

M. PAULI. — On peut bien déterminer la situation de l'électron à l'extérieur de la sphère, mais sans modifier son énergie au point qu'il se produit une ionisation de l'atome.

M. LORENTZ. — Je voudrais faire une remarque au sujet des paquets d'ondes.

Quand M. Schrödinger a attiré l'attention sur l'analogie entre la mécanique et l'optique, il a suggéré l'idée de passer de la mécanique géométrique à la mécanique ondulatoire en faisant une modification analogue à celle qui se fait au passage de l'optique corpusculaire à l'optique ondulatoire. Le paquet d'ondes donnait de l'électron une image bien saisissante, mais dans l'atome l'électron devait être entièrement fondu, le paquet ayant les dimensions de l'atome. Quand les dimensions du paquet d'ondes deviennent comparables à celles des trajectoires de la théorie classique, le point matériel commencerait à se fondre; ce stade dépassé, l'électron serait complètement fondu.

La difficulté mathématique de construire des paquets d'ondes dans l'atome provient de ce qu'on n'a pas à sa disposition des longueurs d'onde suffisamment petites ni suffisamment voisines. Les fréquences des ondes stables dans l'atome (Eigenwerte) sont séparées plus ou moins les unes des autres; on ne peut pas avoir des fréquences très voisines correspondant à des états très peu différents, parce que les conditions à l'infini ne seraient pas satisfaites. Pour faire un paquet, il faut superposer des ondes de longueurs peu différentes; or, on ne peut se servir que des fonctions caractéristiques  $\psi_n$ , qui sont nettement différentes les unes des autres. Dans les atomes, on ne peut donc pas avoir des paquets d'ondes. Mais il y a aussi une difficulté pour les électrons libres, parce qu'en réalité un paquet d'ondes ne conserve pas, en général, sa forme d'une façon durable. Des paquets d'ondes limités ne semblent pas pouvoir se conserver; il se produit une diffusion. L'image de l'électron donnée par un paquet d'ondes n'est donc pas satisfaisante, sauf peut-être pendant un temps assez court.

Ce que M. Bohr fait est ceci : après une observation il limite de nouveau le paquet d'ondes de façon à lui faire représenter ce que cette observation nous a appris sur la position et le mouvement de l'électron; alors commence une période nouvelle pendant laquelle le paquet se diffuse à nouveau, jusqu'au moment où une nouvelle observation nous permet d'en opérer de nouveau la réduction. Mais je voudrais avoir une image de tout cela pendant un temps illimité.

M. SCHRÖDINGER. — Je ne vois aucune difficulté dans le fait que sur les orbites à petit nombre quantique on ne peut certainement pas construire des paquets d'ondes qui se meuvent à la façon des électrons-points de l'ancienne mécanique.

Le fait que cela est impossible est précisément le point saillant de la conception de la mécanique ondulatoire, la base de l'impuissance absolue de l'ancienne mécanique dans le domaine des dimensions atomiques. La représentation originale était celle-ci, que ce qui se meut n'est en réalité pas un point, mais un domaine d'excitation de dimensions finies, et notamment au moins de l'ordre de grandeur de quelques longueurs d'onde. Quand un pareil domaine d'excitation se propage le long d'une trajectoire dont les dimensions et les rayons de courbure sont grands vis-à-vis des dimensions du domaine lui-même, on peut faire abstraction des détails de sa structure pour ne considérer que sa progression le long de la trajectoire. Cette progression a lieu exactement suivant les lois de l'ancienne mécanique. Mais si la trajectoire se rétrécit jusqu'à devenir de l'ordre de grandeur de quelques longueurs d'onde, comme c'est le cas pour les orbites à petit nombre quantique, tous ses points se trouvent continuellement à l'intérieur du domaine d'excitation et l'on ne peut plus raisonnablement parler de la propagation d'une excitation le long de la trajectoire, ce qui fait que l'ancienne mécanique perd toute signification.

Voilà l'idée primitive. On a trouvé depuis que l'identification naïve d'un électron se mouvant sur une orbite macroscopique avec un paquet d'onde se heurte à des difficultés et ne peut donc pas être admise à la lettre. La difficulté principale est celle-ci que le paquet d'onde s'éparpille certainement de tous côtés quand il rencontre un obstacle, un atome par exemple. Nous savons aujourd'hui, par les expériences d'interférences de rayons cathodiques de Davisson et Germer, que c'est là une partie de la vérité, tandis que d'autre part les expériences de nuages de Wilson ont montré qu'il doit y avoir quelque chose qui continue à décrire une trajectoire bien définie après la rencontre de l'obstacle. Le compromis proposé de divers côtés, consistant à admettre une association d'ondes et d'électrons ponctuels, je le tiens simplement pour une façon provisoire de résoudre la difficulté.

M. BORN. — Dans la théorie classique aussi, la précision avec laquelle la situation future d'une particule peut être prédite dépend de la précision de la mesure de la situation initiale. Ce n'est donc pas en ceci que la manière de décrire de la mécanique des quanta, par des paquets d'ondes, se distingue de la mécanique classique. Elle s'en distingue parce que les lois de propagation des paquets sont un peu différents dans les deux cas.



---

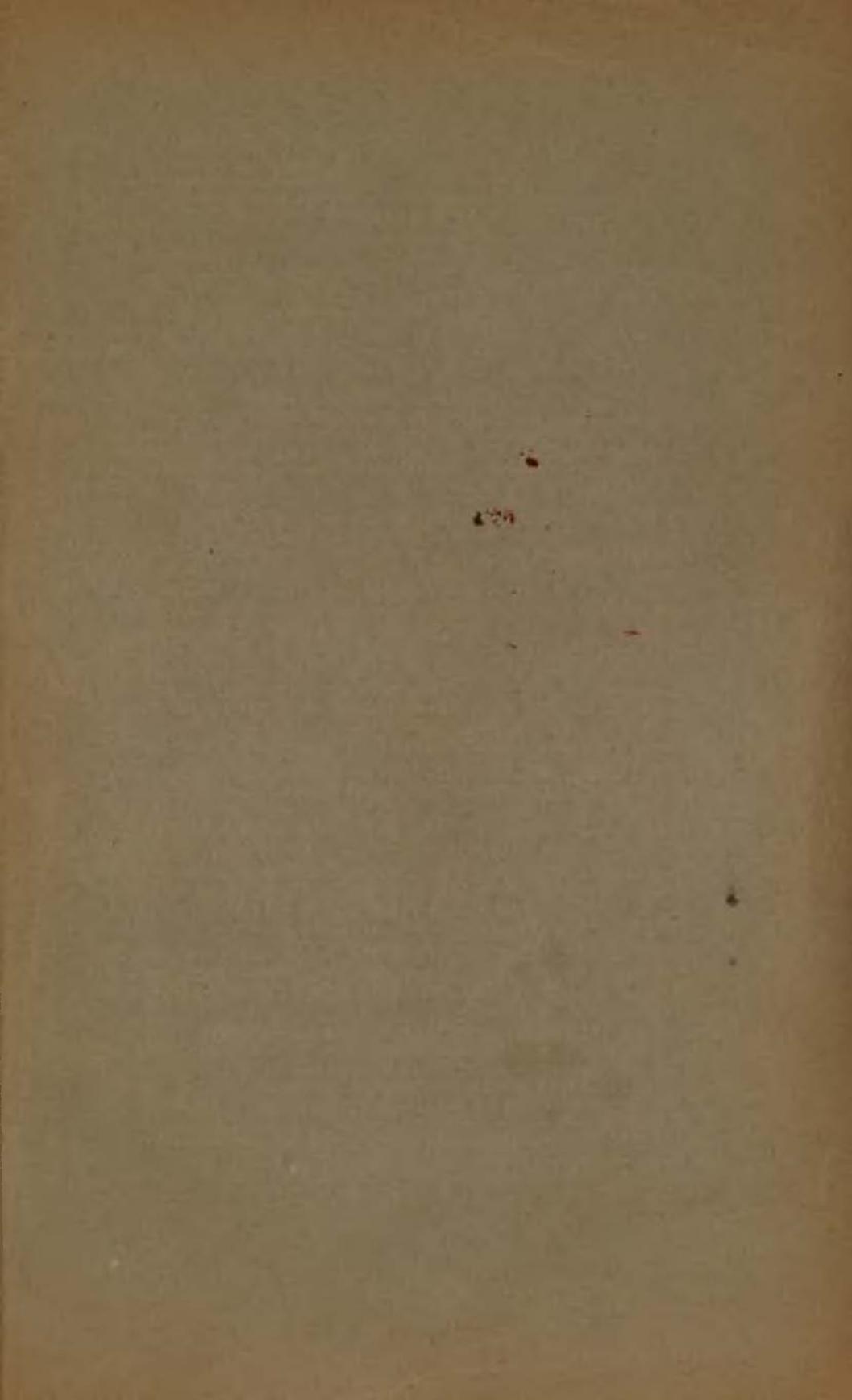
## TABLE DES MATIÈRES.

---

	Pages.
H.-A. LORENTZ, Notice nécrologique.....	V
Cinquième Conseil de Physique.....	VII
W.-L. BRAGG, L'intensité de réflexion des rayons X.....	1
Discussion.....	11
Arthur H. COMPTON, Discordances entre l'expérience et la théorie électromagnétique du rayonnement.....	55
Discussion.....	86
Louis DE BROGLIE, La nouvelle dynamique des quanta.....	105
Discussion.....	133
Max BORN et Werner HEISENBERG, La mécanique des quanta.....	143
Discussion.....	181
E. SCHRÖDINGER, La mécanique des ondes.....	185
Discussion.....	207
N. BOHR, Le postulat des quanta et le nouveau développement de l'atomistique.....	215
Discussion.....	248

---





# LIBRAIRIE GAUTHIER-VILLARS et C<sup>ie</sup>

QUAI DES GRANDS-AUGUSTINS. 55, A PARIS, 6<sup>e</sup>.

Envoi dans toute l'Union postale, contre chèque ou valeur sur Paris.  
Frais de port en sus. (Chèques postaux : Paris 29232)

**INSTITUT INTERNATIONAL DE PHYSIQUE SOLVAY.** — *La Structure de la Matière. Rapports et Discussions du Conseil de Physique tenu à Bruxelles, du 27 au 31 octobre 1913*, sous les auspices de l'Institut international de Physique Solvay, publiés par la Commission administrative de l'Institut et un des Secrétaires du Conseil. Un volume in-8 raisin (25-16) de xii-324 pages, avec 21 figures; 1921..... 40 fr.

**INSTITUT INTERNATIONAL DE PHYSIQUE SOLVAY.** — *Conductibilité électrique des métaux et Problèmes connexes. Rapports et discussions du quatrième Conseil de Physique tenu à Bruxelles du 24 au 29 avril 1924*, sous les auspices de l'Institut international de Physique Solvay, publiés par la Commission administrative de l'Institut. Un vol. in-8 raisin (25-16) de viii-361 pages, avec figures; 1927.. 50 fr.

**INSTITUT INTERNATIONAL DE CHIMIE SOLVAY.** — *Deuxième Conseil de Chimie tenu à Bruxelles du 16 au 21 avril 1926 : Structure et activité chimiques. Rapports et discussions publiés par MM. les Secrétaires du Conseil*, sous les auspices de la Commission scientifique de l'Institut. Un volume in-8 (25-16) de xiv-672 pages, avec figures; 1926 ..... 110 fr.

**INSTITUT INTERNATIONAL DE CHIMIE SOLVAY.** — *Cinq questions d'Actualité. 1. Isotopie et radioactivité ; 2. Structure moléculaire et rayons X ; 3. Structure moléculaire et activité optique ; 4. La valence ; 5. La mobilité chimique.* — *Rapports et Discussions du premier Conseil de Chimie tenu à Bruxelles du 21 au 27 avril 1922*, publiés par la Commission administrative de l'Institut et MM. les Secrétaires du Conseil. Un volume in-8 (25×16) de 336 pages, avec fig.; 1925 40 fr.

**SOCIÉTÉ FRANÇAISE DE PHYSIQUE.** — *Les Idées modernes sur la constitution de la matière. Conférences faites en 1912 par E. BAUER, A. BLANC, E. BLOCH, M<sup>me</sup> P. CURIE, A. DEBIERNE, L. DUNOYER, P. LANGEVIN, J. PERRIN, H. POINCARÉ, P. WEISS.* In-8 (25-16) de iv-372 pages, avec 51 figures; 1913..... 32 fr.

— *Les Progrès de la Physique moléculaire. Conférences faites en 1913-14 par M<sup>me</sup> P. Curie, M. de Broglie, A. Cotton, Ch. Fabry, P. Langevin, Ch. Mauguin, H. Mouton.* In-8 (25-16) de iv-243 pages, avec 27 fig. et 2 planches; 1914..... 32 fr.

**MÉMORIAL DES SCIENCES PHYSIQUES**, publié sous la direction de MM. Henri VILLAT et Jean VILLEY. Nouvelle collection fondée sous le haut patronage des Académies Française et Étrangères, avec la collaboration de nombreux savants.

Fasc. Volumes in-8 raisin (25-16) se vendant séparément :

1. *L. de Broglie.* — La mécanique ondulatoire..... 15 fr.
2. *A. de Gramont.* — La Télémétrie monostatique..... 15 fr.
3. *G. Moreau.* — Propriétés électriques et magnétiques des flammes. 15 fr.
4. *F. H. Van den Dungen.* — Les problèmes généraux de la technique des vibrations..... 15 fr.
5. *J. Barbaudy.* — Les Bases physico-chimiques de la distillation. 15 fr.